

## MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(O alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos)

### OPCIÓN A

1. Sexan as matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & a \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & b & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  e  $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & c & c \end{pmatrix}$ .

- (a) Calcula os valores de  $a$ ,  $b$  e  $c$  para que se satisfaga a igualdade  $A \cdot B + B \cdot C = 2I$ ,  $I$  matriz identidade de orde 3.  
(b) Para  $a = 4$ ,  $b = -3$  e  $c = 1$  calcula o rango da matriz  $A + B - 2C$ .

2. O prezo en euros das accións de certo grupo empresarial ao longo dun ano estimouse pola función:

$$P(t) = \begin{cases} 15 + 2t - t^2, & 0 \leq t \leq 3 \\ \frac{1}{3}t + 11, & 3 < t \leq 12 \end{cases}, \text{ sendo } t \text{ o tempo transcorrido en meses.}$$

- (a) Determina os períodos nos que aumentou e nos que diminuíu o prezo e calcula o seu prezo máximo e o seu prezo mínimo.  
(b) Determina o período no que o prezo das accións foi inferior ou igual a 13,75 euros. Representa a gráfica da función  $P(t)$ .

3. O 60% dos individuos dunha poboación está vacinado contra certa enfermidade. Durante unha epidemia sábese que o 20% contraeu a enfermidade e que o 3% está vacinado e contraeu a enfermidade.

- (a) Calcula a porcentaxe de individuos que contraeu a enfermidade, entre os que non están vacinados.  
(b) Calcula a porcentaxe de individuos vacinados, entre os que contraeron a enfermidade. Xustifica se os sucesos "estar vacinado" e "contraer a enfermidade" son dependentes ou independentes.

4. (a) Nunha mostra aleatoria de 200 clientes dun centro comercial, 150 efectúan as súas compras utilizando a tarxeta propia do centro. Calcula un intervalo do 95% de confianza para a proporción de clientes que efectúan as compras utilizando a tarxeta propia do centro. Interpreta o intervalo obtido.

- (b) Se se sabe que 8 de cada 10 clientes do centro comercial utilizan para as súas compras a tarxeta propia do centro e tomamos unha mostra aleatoria de 100 clientes, ¿cal é a probabilidade de que a proporción de clientes da mostra que utilizan a tarxeta propia do centro sexa superior a 0,75?

### OPCIÓN B

1. Unha fábrica de materiais plásticos produce dous tipos de colectores  $A$  e  $B$ . A súa produción semanal debe de ser de polo menos 10 colectores en total e o número de colectores de tipo  $B$  non pode superar en máis de 10 ao número dos de tipo  $A$ . Ademais, cada colector de tipo  $A$  ten uns custos de produción de 150€ e cada colector de tipo  $B$  de 100€, dispoñendo dun máximo de 6000€ semanais para o custo total de produción.

- (a) Formula o sistema de inecuacións. Representa a rexión factible e calcula os seus vértices.  
(b) Se cada colector de tipo  $A$  xera uns beneficios de 130€ e o de tipo  $B$  de 140€, ¿cantos colectores de cada tipo terán que producir á semana para que o beneficio total semanal sexa máximo?

2. Sexan as funcións  $f(x) = x^2 + 2x - 8$  e  $g(x) = -x^2 + 4$ .

- (a) Representa o recinto limitado polas gráficas de  $f(x)$  e  $g(x)$ , estudando os puntos de corte cos eixes, máximos, mínimos e os puntos nos que se cortan ambas as funcións.  
(b) Calcula a área do devandito recinto.

3. Unha multinacional realiza operacións comerciais en tres mercados  $A$ ,  $B$  e  $C$ . O 20% das operacións corresponden ao mercado  $B$  e nos mercados  $A$  e  $C$  realiza o mesmo número de operacións. Prodúcese atrasos no pago no 15%, 10% e 5% das operacións realizadas nos mercados  $A$ ,  $B$  e  $C$ , respectivamente.

- (a) Calcula a porcentaxe de operacións da multinacional nas que se producen atrasos no pago.  
(b) ¿Que porcentaxe das operacións nas que se atrasou o pago foron realizadas no mercado  $A$ ?

4. O tempo de formación, en horas, que necesita un empregado dunha empresa para poder traballar nunha nova planta segue unha distribución  $N(\mu, \sigma = 15)$ .

- (a) Elixida unha mostra de 36 empregados da empresa, obtense o intervalo de confianza (321,1, 330,9) para a media  $\mu$ . Calcula o tempo medio de formación dos empregados da mostra e o nivel de confianza co que se construíu o intervalo.  
(b) Supoñamos que o tempo de formación, en horas, que necesita un empregado desa empresa para poder traballar nunha nova planta segue unha distribución  $N(\mu = 326, \sigma = 15)$ . Calcula a probabilidade de que o tempo medio de formación non supere as 330 horas, en mostras de 36 empregados.

## CONVOCATORIA DE SETEMBRO

### OPCIÓN A

#### EXERCICIO 1 (3 puntos)

(a) **2 puntos:**

- Calcular o produto das matrices  $A \cdot B$  : **0,50 puntos**.
- Calcular o produto das matrices  $B \cdot C$  : **0,50 puntos**.
- Formular as ecuacións e calcular os valores de  $a$ ,  $b$  e  $c$ : **1 punto**.

(b) **1 punto:**

- Calcular a matriz  $A + B - 2C$  : **0,25 puntos**.
- Determinar o rango da matriz anterior: **0,75 puntos**.

#### EXERCICIO 2 (3 puntos)

(a) **1,75 puntos:**

- Calcular a primeira derivada: **0,25 puntos**.
- Determinar os períodos de crecemento e decrecemento no contexto do enunciado: **0,75 puntos**.
- Calcular o valor da función nos puntos extremos: **0,25 puntos**.
- Obter o prezo máximo e o prezo mínimo: **0,50 puntos**.

(b) **1,25 puntos:**

- Formular a inecuación pedida e resolvela no primeiro anaco: **0,25 puntos**.
- Formular a inecuación pedida e resolvela no segundo anaco: **0,25 puntos**.
- Responder no contexto do exercicio: **0,25 puntos**.
- Representar a gráfica da función: **0,50 puntos**.

#### EXERCICIO 3 (2 puntos)

(a) **1 punto:**

- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Expresión da probabilidade anterior e resultado: **0,50 puntos**.
- Expresar o resultado obtido coma porcentaxe: **0,25 puntos**.

(b) **1 punto:**

- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Obter o resultado e expresalo en porcentaxe: **0,25 puntos**.
- Xustificar que os sucesos son dependentes: **0,50 puntos**.

#### EXERCICIO 4 (2 puntos)

(a) **1 punto:**

- Calcular o valor da proporción muestral: **0,25 puntos**.
- Calcular numéricamente os extremos do intervalo: **0,50 puntos**.
- Interpretar o intervalo de confianza obtido: **0,25 puntos**.

(b) **1 punto:**

- Determinar a distribución da proporción muestral: **0,25 puntos**.
- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Tipificación: **0,25 puntos**.
- Paso a táboas e resultado: **0,25 puntos**.

## CONVOCATORIA DE SETEMBRO

### OPCIÓN B

#### EXERCICIO 1 (3 puntos)

- (a) **2,50 puntos:**
- Formular o sistema de inecuacións: **1 punto**.
  - Vértices da rexión factible: **0,75 puntos**.
  - Representación gráfica da rexión factible: **0,75 puntos**.
- (b) **0,50 puntos:**
- Determinar a función obxectivo a maximizar: **0,25 puntos**.
  - Obter o número de colectores de cada tipo que terán que producir á semana para que o beneficio total semanal sexa máximo: **0,25 puntos**.

#### EXERCICIO 2 (3 puntos)

- (a) **1,75 puntos:**
- Calcular os puntos de corte das funcións cos eixes: **0,50 puntos**.
  - Polo cálculo do máximo e do mínimo: **0,50 puntos**.
  - Polos puntos nos que se cortan ambas as funcións: **0,25 puntos**.
  - Representar o recinto pedido: **0,50 puntos**.
- (b) **1,25 puntos:**
- Expresión da área pedida: **0,50 puntos**.
  - Cálculo da integral indefinida: **0,25 puntos**.
  - Aplicar a regra de Barrow e resultado: **0,50 puntos**.

#### EXERCICIO 3 (2 puntos)

- (a) **1 punto:**
- Aplicar o teorema das probabilidades totais, identificando cada unha das probabilidades do enunciado do exercicio e obter o resultado: **0,75 puntos**.
  - Responder á pregunta da porcentaxe pedida: **0,25 puntos**.
- (b) **1 punto:**
- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
  - Expresión da probabilidade anterior e resultado: **0,50 puntos**.
  - Responder á pregunta da porcentaxe pedida: **0,25 puntos**.

#### EXERCICIO 4 (2 puntos)

- (a) **1 punto:**
- Calcular o valor da media muestral: **0,25 puntos**.
  - Identificar o radio do intervalo co valor numérico que lle corresponde: **0,25 puntos**.
  - Obter  $z_{\alpha/2}$  : **0,25 puntos**.
  - Uso da táboa e obter o nivel de confianza: **0,25 puntos**.
- (b) **1 punto:**
- Determinar a distribución da media muestral: **0,25 puntos**.
  - Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
  - Tipificación: **0,25 puntos**.
  - Uso das táboas e resultado: **0,25 puntos**.

## CONVOCATORIA DE SETEMBRO

O/A alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das dúas opcións (A ou B)

### OPCIÓN A

**Exercicio 1.** (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Sexan as matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & a \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & b & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  e  $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & c & c \end{pmatrix}$ .

(a) **2 puntos.** Calcula os valores de  $a$ ,  $b$  e  $c$  para que se satisfaga a igualdade  $A \cdot B + B \cdot C = 2I$ ,  $I$  matriz identidade de orde 3.

– Calcular o produto das matrices  $A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2b+a & 2 \\ 0 & b+a & 1 \end{pmatrix}$  **0'50 puntos.**

– Calcular o produto das matrices  $B \cdot C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -b+c & b+c \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$  **0'50 puntos.**

– Formular as ecuacións  $\begin{cases} a+b+c=2 \\ b+c=-2 \\ a+b=1 \end{cases}$  **0'25 puntos.**

– Calcular  $a = 4$ ,  $b = -3$  e  $c = 1$ , por calquera método **0'75 puntos (0'25 puntos por cada un dos valores).**

(b) **1 punto.** Para  $a = 4$ ,  $b = -3$  e  $c = 1$  calcula o rango da matriz  $A + B - 2C$ .

– Calcular a matriz  $A + B - 2C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$  **0'25 puntos.**

–  $\det(A + B - 2C) = 0 \Rightarrow \text{rango}(A + B - 2C) < 3$  **0'25 puntos.**

– O menor  $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$  ten  $\det \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = 2 \neq 0 \Rightarrow \text{rango}(A + B - 2C) = 2$  **0'50 puntos.**

**Exercicio 2.** (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

O prezo en euros das accións de certo grupo empresarial ao longo dun ano estimouse pola función:

$$P(t) = \begin{cases} 15 + 2t - t^2, & 0 \leq t \leq 3 \\ \frac{1}{3}t + 11, & 3 < t \leq 12 \end{cases}, \text{ sendo } t \text{ o tempo transcorrido en meses.}$$

(a) **1'75 puntos.** Determina os períodos nos que aumentou e nos que diminuíu o prezo e calcula o seu prezo máximo e o seu prezo mínimo.

– Calcular a primeira derivada:  $P'(t) = \begin{cases} 2 - 2t & \text{se } 0 < t < 3 \\ \frac{1}{3} & \text{se } 3 < t < 12 \end{cases}$  **0'25 puntos.**

– Determinar os intervalos de crecemento e de decrecemento:

No (0, 3) $P'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$		(0, 1)	(1, 3)	(3, 12)
No (3, 12) $P'(t) = \frac{1}{3} > 0$ , para todo $t$	valor $t$	$t = 1/2$	$t = 2$	para todo $t$
	signo de $P'(t)$	$P'(1/2) > 0$	$P'(2) < 0$	$P'(t) > 0$

# Exemplos de resposta / Solucións

“As accións aumentaron de prezo desde o inicio do ano ata o primeiro mes e desde o terceiro mes ao último mes”. **0’50 puntos.**

“As accións diminuíron de prezo desde o primeiro mes ata o terceiro mes” **0’25 puntos.**

- Calcular o valor da función nos puntos extremos:  $P(0) = 15$ ,  $P(12) = 15$  **0’25 puntos.**
- Obter o prezo máximo e o prezo mínimo:  
No punto  $(1, 16)$   $P(t)$  presenta un máximo absoluto, e no punto  $(3, 12)$  un mínimo absoluto
- “O prezo máximo das accións, nese ano, foi de 16 euros” **0’25 puntos.**
- “O prezo mínimo das accións, nese ano, foi de 12 euros” **0’25 puntos.**

(b) **1’25 puntos.** Determina o período no que o prezo das accións foi inferior ou igual a 13,75 euros. Representa a gráfica da función  $P(t)$ .

- No primeiro intervalo

$$[0,3], 15 + 2t - t^2 \leq 13,75 \Rightarrow t^2 - 2t - 1,25 \leq 0$$

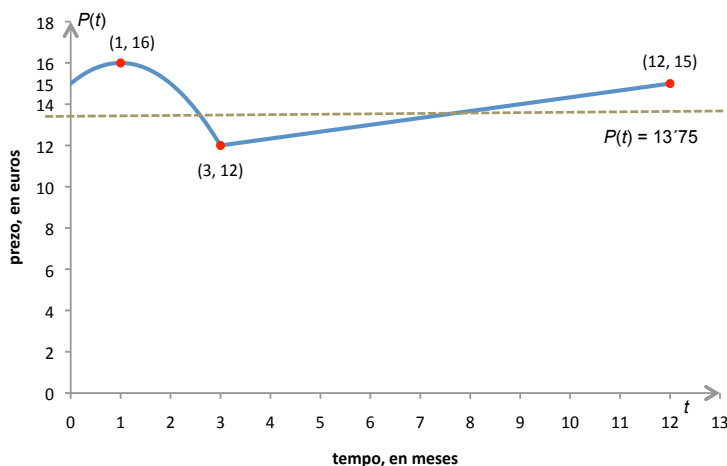
$$\text{Resolvemos } t^2 - 2t - 1,25 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -1/2 \text{ (solución non válida)} \\ t = 5/2 \end{cases} \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

- No segundo intervalo  $[3,12]$ ,  $\frac{1}{3}t + 11 \leq 13,75 \Rightarrow t \leq 8,25$  **0’25 puntos.**

- responder no contexto do exercicio

“O prezo foi inferior ou igual a 13,75 euros no intervalo  $[2,5,8,25]$ , é dicir, desde o segundo mes e medio ata o oitavo e un cuarto de mes” **0’25 puntos.**

- Representación gráfica **0’50 puntos.**



**Exercicio 3.** (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

O 60% dos individuos dunha poboación está vacinado contra certa enfermidade. Durante unha epidemia sábese que o 20% contraeu a enfermidade e que o 3% está vacinado e contraeu a enfermidade.

(a) **1 punto.** Calcula a porcentaxe de individuos que contraeu a enfermidade, entre os que non están vacinados.

Sexan os sucesos “ $V$  un individuo da poboación, seleccionado ao azar, está vacinado contra certa enfermidade”

“ $C$  un individuo da poboación, seleccionado ao azar, contraeu a enfermidade”

Datos  $P(V) = 0,6$ ,  $P(C) = 0,2$ ,  $P(V \cap C) = 0,03$ .

Cos datos que nos dan, podemos construír a táboa de continxencia

- Pola táboa **0’50 puntos.**

	V	$\bar{V}$	
C	3	17	20
$\bar{C}$	57	23	80
	60	40	100

- Formular a probabilidade pedida:  $P(C/\bar{V})$  **0’25 puntos.**

- Cálculo da probabilidade anterior  $P(C/\bar{V}) = \frac{17}{40} = 0,425$  e expresar o resultado obtido coma porcentaxe “O 42,5% dos non vacinados, contraeu a enfermidade” **0’25 puntos.**

# Exemplos de resposta / Solucións

(b) **1 punto.** Calcula a porcentaxe de individuos vacinados, entre os que contraeron a enfermidade. Xustifica se os sucesos “estar vacinado” e “contraer a enfermidade” son dependentes ou independentes.

– Formular a probabilidade pedida:  $P(V/C)$  **0’25 puntos.**

– Obter o resultado e expresalo en porcentaxe:  $P(V/C) = \frac{3}{20} = 0’15$

“O 15% dos que contraeron a enfermidade, estaban vacinados” **0’25 puntos.**

– Xustificar que os sucesos son dependentes, por exemplo, coa definición

$$\left. \begin{array}{l} P(V/C) = 0’15 \\ P(V) = 0’6 \end{array} \right\} \Rightarrow P(V/C) \neq P(V) \text{ **0’25 puntos.**}$$

“Os sucesos “estar vacinado” e “contraer a enfermidade” son sucesos dependentes” **0’25 puntos.**

Se non se fai uso da táboa, no apartado (a) teríamos:

– Formular a probabilidade pedida:  $P(C/\bar{V})$  **0’25 puntos.**

– Expresión da probabilidade anterior e resultado:

$$P(C/\bar{V}) = \frac{P(C \cap \bar{V})}{P(\bar{V})} = \frac{P(C) - P(V \cap C)}{1 - P(V)} = \frac{0’2 - 0’03}{0’4} = 0’425.$$

**0’50 puntos**

– Expresar o resultado obtido coma porcentaxe “O 42’5% dos non vacinados, contraeu a enfermidade” **0’25 puntos.**

O apartado (b) valoraríase igual que antes.

## **Exercicio 4.** (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

(a) **1 punto.** Nunha mostra aleatoria de 200 clientes dun centro comercial, 150 efectúan as súas compras utilizando a tarxeta propia do centro. Calcula un intervalo do 95% de confianza para a proporción de clientes que efectúan as compras utilizando a tarxeta propia do centro. Interpreta o intervalo obtido.

Sexan:

“ $p$ : proporción de clientes dun centro comercial, que para as súas compras utiliza a tarxeta propia do centro”

“ $\hat{P}$ : proporción de clientes que utilizan a tarxeta propia do centro, en mostras de 200 clientes”

– O valor particular do estatístico  $\hat{P}$  para a mostra dada é  $\hat{p} = \frac{150}{200} = 0’75$  **0’25 puntos.**

– Calcular numericamente os extremos do intervalo de confianza pedido

$$L_1: \hat{p} - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \xrightarrow{\text{valor particular para a mostra dada}} 0’75 - 1’96 \sqrt{\frac{0’75 \cdot 0’25}{200}} \cong 0’69 \text{ **0’25 puntos.**}$$

$$L_2: \hat{p} + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \xrightarrow{\text{valor particular para a mostra dada}} 0’75 + 1’96 \sqrt{\frac{0’75 \cdot 0’25}{200}} \cong 0’81 \text{ **0’25 puntos.**}$$

– Interpretar o intervalo obtido:

“Cun 95% de confianza, nese centro comercial entre o 69% e o 81% (aproximadamente) dos seus clientes utilizan para as súas compras a tarxeta propia do centro” **0’25 puntos.**

(b) **1 punto.** Se se sabe que 8 de cada 10 clientes do centro comercial utilizan para as súas compras a tarxeta propia do centro e tomamos unha mostra aleatoria de 100 clientes, ¿cal é a probabilidade de que a proporción de clientes da mostra que utilizan a tarxeta propia do centro sexa superior a 0,75?

Coñecemos o valor da proporción poboacional  $p = \frac{8}{10} = 0’8$  e, neste caso, a proporción muestral é

“ $\hat{P}$ : proporción de clientes que utilizan a tarxeta propia do centro, en mostras de 100 clientes”

– Determinar a distribución da proporción muestral  $\hat{P}$ :

$$\hat{P} \sim N\left(p, \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right) \cong N\left(0’8, \sqrt{\frac{0’8 \cdot 0’2}{100}}\right) = N(0’8, 0’04) \text{ **0’25 puntos.**}$$

– Formular a probabilidade pedida  $P(\hat{P} > 0’75)$  **0’25 puntos.**

– Tipificación  $P(\hat{P} > 0’75) = P\left(Z > \frac{0’75 - 0’8}{0’04}\right) = P(Z > -1,25)$  **0’25 puntos.**

– Uso das táboas e resultado  $P(\hat{P} > 0’75) = P(Z > -1,25) = P(Z < 1,25) = 0’8944$  **0’25 puntos.**

# Exemplos de resposta / Solucións

## OPCIÓN B

**Exercicio 1.** (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Unha fábrica de materiais plásticos produce dous tipos de colectores A e B. A súa produción semanal debe de ser de polo menos 10 colectores en total e o número de colectores de tipo B non pode superar en máis de 10 ao número dos de tipo A. Ademais, cada colector de tipo A ten uns custos de produción de 150€ e cada colector de tipo B de 100€, dispoñendo dun máximo de 6000€ semanais para o custo total de produción.

(a) **2'50 puntos.** Formula o sistema de inecuacións. Representa a rexión factible e calcula os seus vértices.

Sexan "x: número de colectores tipo A que producen á semana"

"y: número de colectores tipo B que producen á semana"

– Formulamos as inecuacións  $\underbrace{x+y \geq 10}_{0'25 \text{ puntos}}$ ,  $\underbrace{y \leq x+10}_{0'25 \text{ puntos}}$ ,  $\underbrace{150x+100y \leq 6000}_{0'25 \text{ puntos}}$ ,  $\underbrace{x \geq 0, y \geq 0}_{0'25 \text{ puntos}}$

– Representamos as rectas

$x+y=10$ , pasa polos puntos (0, 10) e (10, 0)

$y-x=10$  pasa polos puntos (0, 10) e (-10, 0)

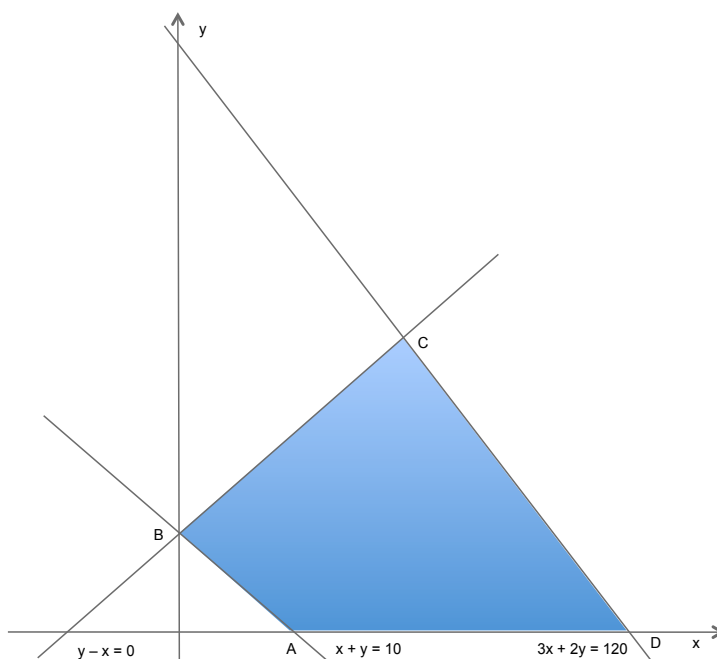
$150x+100y=6000 \leftrightarrow 3x+2y=120$ , pasa polos puntos (0, 60) e (40, 0)

– Vértices da rexión factible

polos vértices: A (10, 0), B (0, 10), D (40, 0) **0'25 puntos.**

polo vértice C (20, 30) **0'50 puntos.**

– Representación gráfica da rexión factible (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os tres vértices) **0'75 puntos:**



(b) **0'50 puntos.** Se cada colector de tipo A xera uns beneficios de 130€ e o de tipo B de 140€, ¿cantos colectores de cada tipo terán que producir á semana para que o beneficio total semanal sexa máximo?

– Determinar a función obxectivo a maximizar:  $f(x,y)=130x+140y$  **0'25 puntos.**

– A función alcanza o seu valor máximo no vértice C(20, 30).

– Responder á pregunta do exercicio:

"Terán que producir á semana 20 contenedores do tipo A e 30 do tipo B para que o seu beneficio total semanal sexa máximo" **0'25 puntos.**

**Exercicio 2.** (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Sexan as funcións  $f(x)=x^2+2x-8$  e  $g(x)=-x^2+4$ .

(a) **1'75 puntos.** Representa o recinto limitado polas gráficas de  $f(x)$  e  $g(x)$ , estudando os puntos de corte cos eixes, máximos, mínimos e os puntos nos que se cortan ambas as funcións.

# Exemplos de resposta / Solucións

- Calcular os puntos de corte das funcións cos eixes:

A función  $f(x) = x^2 + 2x - 8$  corta aos eixes nos puntos  $(0, -8)$ ,  $(-4, 0)$  e  $(2, 0)$  **0'25 puntos**.

A función  $g(x) = -x^2 + 4$  corta aos eixes nos puntos  $(0, 4)$ ,  $(2, 0)$  e  $(-2, 0)$  **0'25 puntos**.

- Cálculo do máximo e o mínimo:

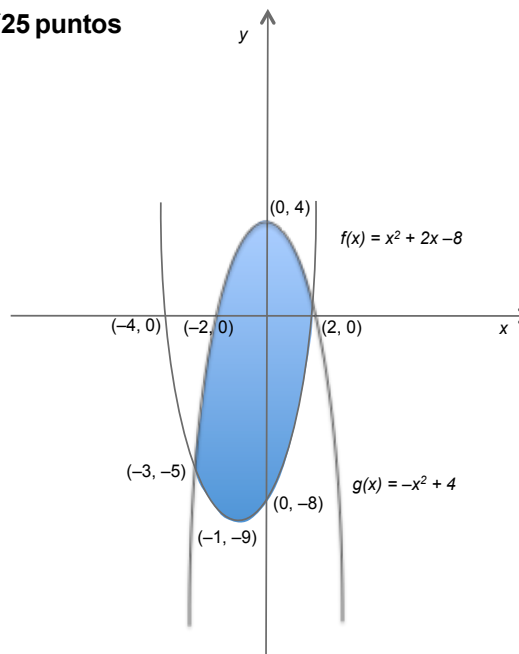
A función  $f(x)$  presenta un mínimo no punto  $(-1, -9)$  **0'25 puntos**.

A función  $g(x)$  presenta un máximo no punto  $(0, 4)$  **0'25 puntos**.

- Puntos nos que se cortan ambas as funcións:

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 2x^2 + 2x - 12 = 0 \begin{cases} x = -3 & (-3, -5) \\ x = 2 & (2, 0) \end{cases} \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos}}$$

- Representar o recinto pedido **0'50 puntos**



- (b) **1'25 puntos**. *Calcula a área do devandito recinto.*

- Expresión da área pedida, cálculo da integral indefinida, regra de Barrow e resultado

$$A = \int_{-3}^2 \underbrace{(-x^2 + 4 - x^2 - 2x + 8)}_{\mathbf{0'50 \text{ puntos}}} dx = \int_{-3}^2 \underbrace{(-2x^2 - 2x + 12)}_{\mathbf{0'50 \text{ puntos}}} dx = \left[ -\frac{2}{3}x^3 - x^2 + 12x \right]_{-3}^2$$

$$= \underbrace{-\frac{16}{3} - 4 + 24 + \frac{2}{3}(-3)^3 + (-3)^2 - 12(-3)}_{\mathbf{0'50 \text{ puntos}}} = \frac{125}{3} u^2$$

### **Exercicio 3.** (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Unha multinacional realiza operacións comerciais en tres mercados A, B e C. O 20% das operacións corresponden ao mercado B e nos mercados A e C realiza o mesmo número de operacións. Prodúcese atrasos no pago no 15%, 10% e 5% das operacións realizadas nos mercados A, B e C, respectivamente.

- (a) **1 punto**. *Calcula a porcentaxe de operacións da multinacional nas que se producen atrasos no pago.*

Sexan os sucesos:

“A, B e C”, a multinacional realiza operacións comerciais nos mercados A, B e C, respectivamente.

“R” prodúcese atraso no pago.

As probabilidades que nos dan no enunciado son:

$$P(A) = 0'4; \quad P(B) = 0'2; \quad P(C) = 0'4.$$

$$P(R/A) = 0'15; \quad P(R/B) = 0'10; \quad P(R/C) = 0'05.$$

- Aplicar o teorema das probabilidades totais, identificando cada unha das probabilidades do enunciado:

$$\underbrace{P(R)}_{\mathbf{0'25 \text{ puntos}}} = P(A \cap R) + P(B \cap R) + P(C \cap R) = \underbrace{0'4 \cdot 0'15 + 0'2 \cdot 0'1 + 0'4 \cdot 0'05}_{\mathbf{0'50 \text{ puntos}}} = 0'1$$

- Responder a pregunta da porcentaxe pedida:

“No 10% das operacións comerciais da multinacional prodúcese atrasos no pago” **0'25 puntos**.



# Exemplos de resposta / Solucións

(b) **1 punto.** ¿Que porcentaxe das operacións nas que se atrasou o pago foron realizadas no mercado A?

– Formular a probabilidade pedida:  $P(A/R)$  **0'25 puntos**

– Expresión da probabilidade anterior e resultado:

$$P(A/R) = \frac{P(A \cap R)}{P(R)} = \frac{0'4 \cdot 0'15}{0'1} = 0'6$$

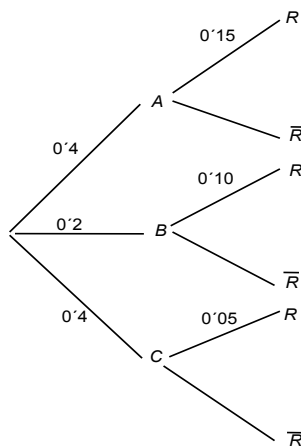
**0'50 puntos**

– Responder a pregunta da porcentaxe pedida:

“O 60% das operacións comerciais nas que se atrasou o pago, foron realizadas no mercado A” **0'25 puntos.**

– No caso de facelo coa árbore a puntuación sería:

**0'75 puntos** pola árbore ben feita e despois



(a) { Cálculos no teorema das probabilidades totais **0'25 puntos**  
Expresión da porcentaxe pedida **0'25 puntos**

(b) { Formular a probabilidade pedida **0'25 puntos**  
Expresión da probabilidade anterior e porcentaxe pedida **0'50 puntos**

**Exercicio 4.** (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

O tempo de formación, en horas, que necesita un empregado dunha empresa para poder traballar nunha nova planta segue unha distribución  $N(\mu, \sigma = 15)$ .

(a) **1 punto.** Elixida unha mostra de 36 empregados da empresa, obtense o intervalo de confianza (321,1, 330,9) para a media  $\mu$ . Calcula o tempo medio de formación dos empregados da mostra e o nivel de confianza co que se construíu o intervalo.

Definimos  $X$ : tempo de formación, en horas, dun empregado da empresa.

Sabemos que

$$X \sim N(\mu, \sigma = 15)$$

$$\downarrow n = 36$$

$\bar{X}$  media muestral: tempo medio de formación, en mostras de 36 empregados  $\xrightarrow{\text{valor particular do estatístico para a mostra dada}}$   $\bar{x}$  ?

– Expresión dos extremos do intervalo de confianza para a media poboacional  $\mu$  e cálculo do valor observado da media muestral  $\bar{x}$ :

$$\begin{cases} \bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{15}{\sqrt{36}} = 321'1 \\ \bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{15}{\sqrt{36}} = 330'9 \end{cases} \Rightarrow \bar{x} = \frac{321'1 + 330'9}{2} = 326 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos}}$$

O tempo medio de formación na mostra de 36 empregados é de 326 horas.

– Identificar o radio do intervalo co valor numérico que lle corresponde  $z_{\alpha/2} \cdot \frac{15}{\sqrt{36}} = 4'9$  **0'25 puntos.**

– Despejar e calcular o valor do punto crítico  $z_{\alpha/2} = 1'96$  **0'25 puntos.**

– Uso da táboa e obter o nivel de confianza  $1 - \alpha = 0'95$ , sendo o intervalo dun 95% de confianza **0'25 puntos.**

# Exemplos de resposta / Solucións

(b) **1 punto.** Supoñamos que o tempo de formación, en horas, que necesita un empregado desa empresa para poder traballar nunha nova planta segue unha distribución  $N(\mu = 326, \sigma = 15)$ . Calcula a probabilidade de que o tempo medio de formación non supere as 330 horas, en mostras de 36 empregados.

– Determinamos a distribución da media muestral:

$$\bar{X} : \text{media muestral} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \equiv N\left(326, \frac{15}{\sqrt{36}}\right) \equiv N(326, 2'5) \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

– Formular a probabilidade pedida  $P(\bar{X} \leq 330)$  **0'25 puntos.**

– Tipificación  $P(\bar{X} \leq 330) = P\left(Z \leq \frac{330 - 326}{2'5}\right) = P(Z \leq 1'6)$  **0'25 puntos.**

– Uso das táboas e resultado  $P(Z \leq 1'6) = 0'9452$  **0'25 puntos.**