CiUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade **Código: 40**

SETEMBRO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(Responde soamente os exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos)

OPCIÓN A

1. As vendas de tres produtos P1, P2 e P3, relacionados entre si, dá lugar ao seguinte sistema de ecuacións lineais $x+y+z=6$; $x+y-z=0$; $2x-y+z=3$, sendo x, y, z as vendas dos produtos P1, P2 e P3 respectivamente
a) Expresa o sistema en forma matricial $AX = B$. **b)** Calcula a matriz inversa de A, sendo A a matriz cadrada de orde 3 dos coeficientes. **c)** Calcula as vendas x, y, z para eses tres produtos.

2. Un novo produto ten unha demanda en miles de unidades que responde aproximadamente á función
$N(t) = 5 + 20t/(1 + t^2)$, $t \geq 0$ en meses.
a) Estuda o crecemento e decrecemento da demanda. Calcula a demanda máxima e o momento no que se alcanza. **b)** Avalía a tendencia a longo prazo e representa a función. **c)** Despois do máximo, baixaría a demanda de 11.000 unidades? Cando?

3. Nunha empresa, o 30 % dos empregados son mulleres e o 70 % restante son homes. Das mulleres, o 80 % teñen contrato indefinido, mentres que do grupo dos homes, só o 70 % ten ese tipo de contrato. **a)** Calcula a porcentaxe de persoas da devandita empresa que ten contrato indefinido. **b)** Se un empregado ten contrato indefinido obtén a probabilidade de que sexa muller. **c)** ¿Son independentes os sucesos “ser home” e “ter contrato indefinido”?

4. Nun estanque deséxase estimar a porcentaxe de peixes dourados. Para iso, tómase unha mostra aleatoria de 700 peixes e atópase que exactamente 70 deles son dourados.

a) Acha, cun nivel de confianza do 99 %, un intervalo para estimar a proporción de peixes dourados no estanque **b)** No intervalo anterior, canto vale o erro de estimación? **c)** Considerando dita mostra, que lle ocorrería ao erro de estimación se aumentase o nivel de confianza? Xustifica a resposta.

OPCIÓN B

1. Un centro comercial ten en existencias 750 reprodutores de DVD no almacén A e outros 600 no almacén B. Se se quere ter polo menos 900 reprodutores en tenda e que os do almacén A non excedan o triplo dos de B:

a) Formula o problema e representa graficamente o conxunto de solucións. Poderíanse enviar 400 unidades desde cada almacén? **b)** Se os custos unitarios de envío son 0,30 euros por unidade para o almacén A e 0,25 euros por unidade para o almacén B, cantas unidades se deben enviar desde cada almacén para minimizar o custo de transporte? A canto ascendería o devandito custo?

2. Un ximnasio abre ao público a principios de 2008, a función $G(t)= \begin{cases} 10\left(5t-t^2\right) & \text{se } 0 \leq t \leq 4 \\ 80-10t & \text{se } 4 < t \leq 10 \end{cases}$

indica como evolucionaron as súas ganancias (en miles de euros) en función do tempo t (en anos) transcorrido desde a súa apertura, correspondendo $t = 0$ a principios de 2008.

a) Estuda en que períodos se produciu un aumento e nos que se produciu unha diminución das súas ganancias
b) A canto ascenderon as ganancias máximas? En que ano se obtiveron?
c) Representa a gráfica da función G(t). Nalgún ano logo da súa apertura non se obtiveron ganancias? A partir dalgún ano deixou de ser rendible o ximnasio? Cando?

3. Nunha poboación de cada 200 consumidores dunha bebida isotónica 60 consumen a marca A, 50 a marca B e o resto a marca C. Ademais, o 30% de consumidores de A, o 20% de consumidores de B e o 40% de consumidores de C son mozos. **a)** Selecciónase ao azar un consumidor de dita bebida nesa poboación, cal é a probabilidade de que sexa mozo? **b)** Se se seleccionou un mozo acha a probabilidade de que consuma a marca B. **c)** Son independentes os sucesos “ser mozo” e “consumir a marca A”?

4. Nunha empresa quérese racionalizar o gasto en teléfono móbil dos seus axentes comerciais. Para iso faise un estudo sobre unha mostra dos devanditos axentes e obtense: ”cunha confianza do 95%, a media do gasto mensual en teléfono móbil está entre 199,71 e 220,29 euros”. Supoñendo que o gasto en teléfono móbil é unha variable normal **a)** Calcula o gasto medio mostral e o erro cometido na estimación. **b)** Se a desviación típica é de 42 euros, que tamaño ten a mostra?

ABAU

***CONVOCATORIA* DE SETEMBRO**

Ano 2018

CRITERIOS DE AVALIACIÓN

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

(Cód. 40)

OPCIÓN A

1) a) 0,75puntos

b) 1,25 puntos

c) 1 punto

2) a) 1punto

- 0,5puntos estudo crecemento e decrecemento
- 0,5 puntos demanda máxima e momento en que se alcanza

b) 1 punto

- 0,25 tendencia
- 0,75 representación

c) 1 punto

- 0,5 formular
- 0,5 resolver

3) a) 0,5 puntos

b) 0,75 puntos

c) 0,75 puntos

4) a) 1punto

b) 0,5 puntos

c) 0,5 puntos

OPCIÓN B

1) **a) 2 puntos**

- 0,5 formular problema
- 0,75 cálculo vértices
- 0,5 representar R F
- 0,25

b) 1punto

2) **a) 0,75 puntos**

- 0,25 puntos estudo da función en [0,4]
- 0,25 puntos estudo da función en [4,10]
- 0,25 xustificar resposta

b) 0,5puntos

c) 1,75 puntos

- **0,75** representar función
- **0,5**
- **0,5**

3) **a) 0,5 puntos**

b) 0,75 puntos

c)0,75 puntos

4) **a) 1 punto**

b) 1 punto

CONVOCATORIA DE SETEMBRO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

Exercicio 1:

x = Vendas P_1

y = Vendas P_2

z = Vendas P_3

a)

$$\underset{A}{\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}} \underset{X}{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}} = \underset{B}{\begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}}$$

b)

$A^{-1} = \dfrac{1}{\det(A)}(A^*)^t$; det(A) = (1 – 1 – 2 – 2 – 1 – 1) = – 6

$$A^* = \begin{pmatrix} 0 & -3 & -3 \\ -2 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix};\ (A^*)^t = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -2 \\ -3 & -1 & 2 \\ -3 & 3 & 0 \end{pmatrix};\ A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1/3 & 1/3 \\ 1/2 & 1/6 & -1/3 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix}$$

c)

$A \cdot X = B \Rightarrow A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot B \Rightarrow X = A^{-1} \cdot B$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1/3 & 1/3 \\ 1/2 & 1/6 & -1/3 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{c} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{array}$$

Vendas de P_1 = 1; Vendas de P_2 = 2; Vendas de P_3 = 3

Ou resolvendo o sistema $\left.\begin{array}{r} x + y + z = 6 \\ x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 3 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} 2(x + y) = 6 \\ \quad 3x = 3 \quad \Rightarrow x = 1; y = 2 \\ \\ z = 3 \end{array}\right\}$

$\Rightarrow$ **Solución x = 1, y = 2 , z=3**

CONVOCATORIA DESETEMBRO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

Exercicio 2:

N(t) = 5 + $\dfrac{20t}{1+t^2}$, t $\geq$ 0 (t meses)

a) N'(t) = $\dfrac{20\left(1+t^2\right)-2t\left(20t\right)}{(1+t^2)^2} = \dfrac{20+20t^2-40t^2}{(1+t^2)^2} = \dfrac{20-20t^2}{(1+t^2)^2} = \dfrac{20(1-t^2)}{(1+t^2)^2} = 0 \Leftrightarrow$

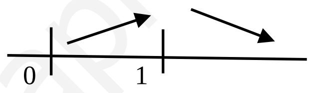
$20(1-t^2) = 0 \Leftrightarrow 1-t^2 = (1-t)(1+t) = 0 \quad \Leftrightarrow t = \begin{cases} 1 \\ -1(NonVale) \end{cases}$

t = 1 punto crítico

(0, 1) N'(t) > 0 $\Rightarrow$ N crecente

(1, ∞) N'(t) < 0 $\Rightarrow$ N decrecente

	(0, 1)	(1, ∞)
t	t = 0,5	t = 2
Signo N'(t)	N'(t) > 0	N'(t) < 0
	$\nearrow$	$\searrow$

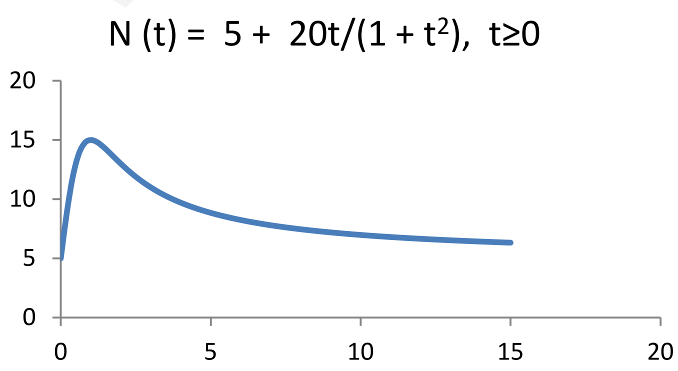


En t = 1 hai un máximo de N(t)

Máx N(t) = 5 + $\dfrac{20}{2}$ = 15; **"15.000 unidades de demanda máxima no mes 1"**

b) $\lim\limits_{t\to\infty}$ N(t) = 5 + $\lim\limits_{t\to\infty} \dfrac{20t}{1+t^2}$ = 5 **As vendas tenden a 5.000 unidades**

N(0) = 5 N(1) = 15



CONVOCATORIA DESETEMBRO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

c) Máx N(t) en t = 1

Cando e N(t) $\leq$ 11, t > 1?

$$5 + \frac{20t}{1+t^2} = 11 \Rightarrow \frac{20t}{1+t^2} = 6 \Rightarrow 20t - 6 - 6t^2 = 0 \Rightarrow 3t^2 - 10t + 3 = 0$$

$$t = \frac{10 \pm \sqrt{100-36}}{6} = \frac{10 \pm \sqrt{100-36}}{6} = \begin{cases} 3 & \text{Baixaría de 11.000 no mes 3} \\ 1/3 & \text{(Non vale (1/3<1))} \end{cases}$$

Exercicio 3:

Sexan os sucesos

CI **"ter contrato indefinido"**

H **"ser home"**

M **"ser muller"**

	CI	$\overline{CI}$	
H	49	21	70%
M	24	6	30%
	73	27	100

a) $P(CI) = \frac{49}{100} + \frac{24}{100} \Rightarrow 73\%$

b) $P(M \mid CI) = \frac{P(M \cap CI)}{P(CI)} = \frac{24/100}{73/100} = \frac{24}{73} = 0{,}32877$

c) Son independentes os sucesos CI e H se

$P(H \cap CI) = P(H) \times P(CI)$

$P(H \cap CI) = P(H)\ P(CI \mid H) = 0{,}7 \times 0{,}7 = 0{,}49$

$P(H) = 0{,}7$; $P(CI) = 0{,}73$; $P(H) \times P(CI) = 0{,}511$

$P(H \cap CI) = 0{,}49 \neq P(H) \times P(CI) = 0{,}511$

Os sucesos "**ser home**" e "**ter contrato indefinido**" NON SON independentes.

CONVOCATORIA DESETEMBRO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

Exercicio 4:

p = proporción peixes dourados

n = 700; $\hat{p} = \frac{70}{700}$ = 0,1

a) IC para p: $(\hat{p} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}})$

1 – α = 0,99 $\Rightarrow$ α = 0,01 $\Rightarrow$ α/2 = 0,005 $\Rightarrow$ 1 – α/2 = 0,995

$z_{\alpha/2}$ = 2,575 $\begin{cases} 2,57 \\ 2,58 \end{cases}$

L_1 = 0,1 – 2,575$\sqrt{\frac{0,1\times 0,9}{700}}$ = 0,1 – 2,575 x 0,011339 = 0,0708

L_2 = 0,1 +2,575x 0,011339 = 0,1292

O intervalo de confianza para a proporción e $\begin{array}{cc} IC\,(0,0708\,, & 0,1292) \\ 7,07\% & 12,92\% \end{array}$

A un nivel de confianza do 99% a proporción de peixes dourados estará entre 7,07% e 12,92%

b) e = $z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$ = 2,575 x 0,011339 = 0,0292 $\rightarrow$ e = 2,92%

c) n.c. = 1 – α = 0,99 $\Rightarrow$ $z_{\alpha/2}$ > 2,575 $\Rightarrow$ e = $z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$ **aumenta.**

(Ou ben calculando de novo o valor do erro)

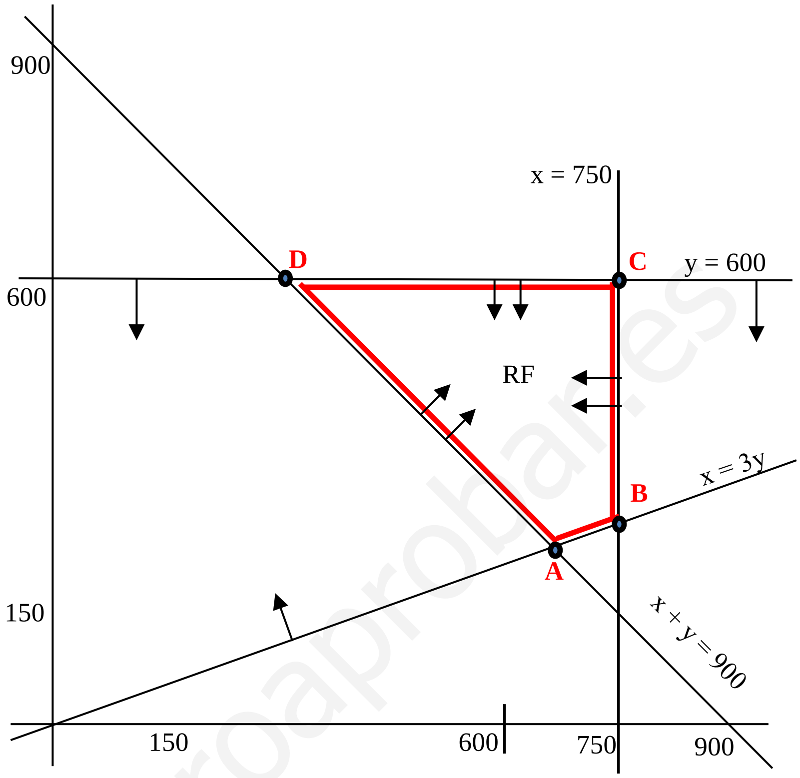
CONVOCATORIA DESETEMBRO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

Exercicio 1:

x = nº reprodutores de A.

y = nº reprodutores de B.



a) Formulación problema

$x \leq 750$

$x \leq 600$

$x + y \geq 900$

$x \leq 3y$

$x \geq 0;\ y \geq 0$

Vértices:

$\left.\begin{array}{r} x+y=900 \\ x=3y \end{array}\right\}$ A (675, 225) $\left.\begin{array}{r} x=750 \\ y=600 \end{array}\right\}$ C (750, 600)

$\left.\begin{array}{r} x=3y \\ x=750 \end{array}\right\}$ B (750, 250) $\left.\begin{array}{r} x+y=900 \\ y=600 \end{array}\right\}$ D (300, 600)

x = 400, y = 400; (400, 400) $\notin$ RF

x + y = 400 + 400 = 800 (non é maior que 900)

Non se poderían enviar 400 unidades desde cada almacén

b) Optimización: Min f(x, y) = 0,30 x + 0,25 y

f(A) = 0,30$\times$675 + 0,25$\times$225 = 258,75

f(B) = 0,30$\times$750 + 0,25$\times$250 = 287,5

f(C) = 0,30$\times$750 + 0,25$\times$600 = 375

f(D) = 0,30$\times$300 + 0,25$\times$600 = 240 $\rightarrow$ **SOLUCIÓN ÓPTIMA**

Deberían enviarse 300 unidades do almacén A e 600 do B.

O custo ascende a 240 €.

CONVOCATORIA DESETEMBRO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

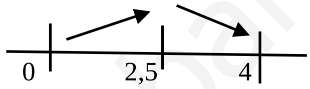
Exercicio 2:

$$G(t)=\begin{cases}10(5t-t^2) & se \quad 0\le t\le 4\\ 80-10t & se \quad 4<t\le 10\end{cases}$$

a) Estudiamos G'(t)

No intervalo (0, 4) G'(t) = 10(5 – 2t) = 0 $\Leftrightarrow$ 5 = 2t $\Leftrightarrow$ t = 2,5 pto. Crítico

	(0, 2,5)	(2,5, 4)
t	t = 1	t = 3
Signo G'(t)	G'(t) > 0	G'(t) < 0
	↗	↘



No intervalo (4, 10) G'(t) = – 10t < 0, $\forall$ t$\in$(4, 10) $\Rightarrow$G decrecente en (4, 10)

G(t) é crecente en (0, 2,5)

G(t) é decrecente en (2,5, 4) e en (4, 10)

"Desde a súa apertura, a principios de 2008, ata a metade de 2010 produciuse un aumento de ganancias"

"Desde mediados de 2010 ata principios de 2018 hai diminución de ganancias"

b) En t = 2,5 G(2,5) máximo G(2,5) = 62,5

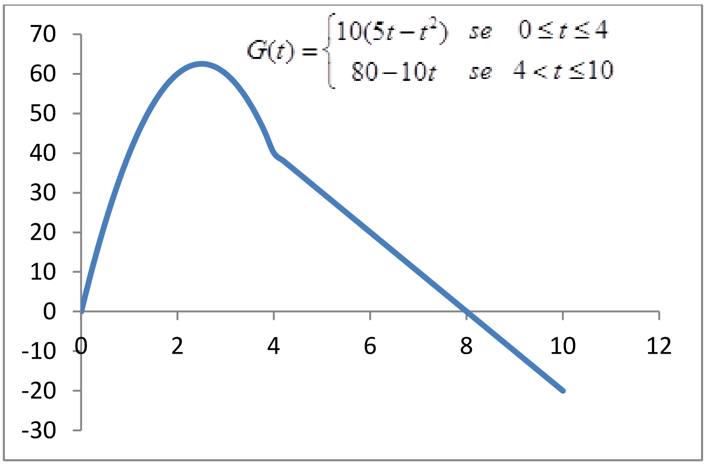
Ganancias máximas 62.500 € a mediados de 2010

c) Gráfica G(t)

G(0) = 0 (0, 0)

G(4) = 40 (4, 40)

G(4^+) = 40; G(10) = – 20 (10, –20)



CONVOCATORIA DESETEMBRO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

→ **¿En algún ano non houbo ganancias?**

En (0,4) G(t) = 0 si $10(5t - t^2) \Leftrightarrow 10t(5-t) = 0 \begin{cases} t = 0 \rightarrow (NonVale) \\ t = 5 \rightarrow (NonVale) \end{cases}$

En (4,10) G(t) = 0 si $80 - 10t = 0 \Leftrightarrow t = 8,$ en 2016 non houbo ganancias

→ **¿A partir de algún ano deixa de ser rentable?**

G(t) < 0 $\Leftrightarrow$ 80 – 10t < 0 $\Leftrightarrow$ t > 8

"Deixou de ser rentable a partir de 2016 ata principios de 2018" (pode verse tamén na gráfica).

Exercicio 3:

Sexan os sucesos M: Mozo e A, B, C marcas respectivas

	A	B	C	
M	18	10	36	64
$\overline{M}$	42	40	54	136
	60	50	90	200

a) P(M) = $\frac{64}{200}$ = 0,32

b) P(B | M) = $\frac{P(B \cap M)}{P(M)}$ = $\frac{10}{64}$ = 0,15625

P(A) = $\frac{60}{200}$ = 0,3 P(M | A) = 0,3

P(B) = $\frac{50}{200}$ = 0,25 P(M | B) = 0,2

P(C) = $\frac{90}{200}$ = 0,45 P(M | C) = 0,4

a) P(M) = P(M | A)×P(A) + P(M | B)×P(B) + P(M | C)×P(C) =

= 0,3×0,3 + 0,2×0,25 + 0,4×0,45 = 0,09 + 0,05 + 0,18 = 0,32

b) P(B | M) = $\frac{P(B \cap M)}{P(M)}$ = $\frac{P(B) \times P(M|B)}{P(M)}$ = $\frac{0,2 \times 0,25}{0,32}$ = 0,15625

CONVOCATORIA DESETEMBRO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

c) Son M e A sucesos independentes?

A e M independentes $\begin{cases} P(A\cap M)=P(A)\times P(M) \\ ou \quad P(M|A)=P(M) \\ ou \quad P(A|M)=P(A) \end{cases}$

$P(A\cap M) = P(A)\times P(M \mid A) = 0,3\times 0,3 = 0,09$

$P(M) = 0,32$; $P(A) = 0,3$ $\qquad P(A\cap M) \neq P(A)\times P(M)$

Os sucesos M e A no son independentes

Exercicio 4:

I.C para μ = gasto medio: $(199,71 \ , \ 220,29)_{95\%} = (\hat{\mu} \pm z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

a) $\hat{\mu} = \frac{L_1+L_2}{2} = \frac{199,71+220,29}{2} =$ **210 € gasto medio**

e = $z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = L_2 - \hat{\mu} = 220,29 - 210 =$ **10,29 €**

b) X = gasto en teléfono $\in N(\mu, \ \sigma = 42)$

$1-\alpha = 0,95 \Rightarrow \alpha = 0,05 \Rightarrow \alpha/2 = 0,025 \Rightarrow 1-\alpha/2 = 0,975 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$

$\underbrace{e = z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}_{n=\frac{z^2_{\alpha/2}\cdot\sigma^2}{e^2}} = 10,29$; $10,29 = 1,96\frac{42}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = \frac{1,96^2\times 42^2}{10,92^2} = 64$

n = tamaño mostra = 64