# Ejercicios de hidrostática

## Fuerzas en los fluidos

1) Tenemos una piedra de 5 kg de masa y de 1,5 litros de volumen sumergida en agua de mar. Calcula la fuerza necesaria para levantarla dentro y fuera del agua.
densidad agua de mar = 1,1 g/cm$^3$

(Resultado: $F_{aire}$ = 49,0 N, $F_{agua}$ = 32,8 N)

2) Queremos construir un globo aerostático capaz de hacer flotar en aire poco denso una masa de 250 kg. Calcula el volumen que debe tener.
Densidad del aire : 0,8 g/cm$^3$

(Resultado: $V_{globo}$= 312,5 m$^3$)

3) Un iceberg tiene un volumen de 500 m$^3$. Si la densidad del hielo es $d_{hielo}$=900 g/litro,
   a) Calcula el peso del iceberg. (Resultado: P = 4,5 10$^5$ kg)
   b) Calcula el volumen sumergido si flota en agua de mar ($d_{agua\ mar}$=1030 kg/m$^3$ ).
   (Resultado: V = 436,9 m$^3$)

4) Caes al agua desde el muelle de un puerto dentro de un coche y se hunde hasta 10 m de profundidad contigo dentro. El agua no entra en el coche, pero para salvarte tienes que salir.
   a) Calcula la presión en pascales que soportará el coche a esa profundidad.
   (Resultado: p = 103000 Pa)
   b) ¿Qué fuerza tendrás que hacer para abrir una puerta de 1 m$^2$ de superficie?
($d_{agua\ mar}$=1030 kg/m$^3$) (Resultado: F = 103000 N)

5) El Titanic se encuentra hundido en el agua del mar a una profundidad de 4000 m.
   a) Calcula la presión que soporta el barco en pascales.( $d_{agua\ mar}$=1030 kg/m$^3$ ).
   (Resultado: p = 4,13 10$^7$ Pa)
   b) Si bajáramos hasta esa profundidad en un submarino cuya presión interna fuera la de la superficie (101330 Pa), ¿qué fuerza habrá que ejercer para abrir una puerta de 2 m$^2$ de superficie en la pared de nuestro submarino? (Resultado: F = 8,24 10$^7$ N)

6) Un globo aerostático lleno de aire caliente flota detenido en el aire.
   a) Dibuja las fuerzas que actúan sobre el globo.
   b) Si la masa total del globo y su carga es de 250 kg, calcula el peso del globo y el volumen que debe tener para flotar ( densidad del aire caliente: 1.02 kg/m$^3$)
   (Resultado: P = 2500 N, V = 245,1 m$^3$)

7) Estamos en un submarino cuyas paredes aguantan como máximo 1,013 10$^6$ Pa. ¿Hasta qué profundidad podemos sumergirnos en el mar sin que cedan las paredes? ($d_{agua\ mar}$=1030 kg/m$^3$)
(Resultado: h = 98,35 m)

8) Queremos hacer flotar en el mar una botella de 4 litros parcialmente llena de arena. Calcula qué masa de arena podemos introducir en la botella sin que se vaya al fondo.
($d_{agua\ mar}$=1030 kg/m$^3$, despreciamos la masa de la botella vacía) (Resultado: m = 4,12 kg)

Tenemos una piedra de 5 kg de masa y de 1,5 litros de volumen sumergida en agua de mar. Calcula la fuerza necesaria para levantarla dentro y fuera del agua.
densidad agua de mar = 1,1 g/$cm^3$

(Resultado: $F_{aire}$ = 49,0 N, $F_{agua}$ = 32,8 N)

Funciones y parámetros

Por el principio de Arquímedes $\vec{E} = -d_l \cdot V_{sd} \cdot \vec{g}$

El peso será $P = m \cdot \vec{g}$

$g = 9{,}81\, m/s^2$

$V = 1{,}5\, l = 0{,}0015\, m^3$

$m = 5\, kg$

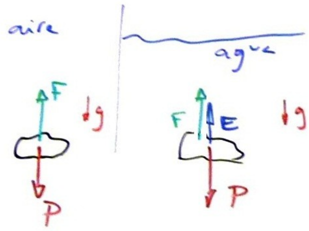
$d_l = 1{,}1 \frac{g}{cm^3} = 1100 \frac{kg}{m^3}$

cambios de unidades

$V = 1{,}5\, l \cdot \frac{1 m^3}{1000 l} = 0{,}0015\, m^3$

$d = 1{,}1 \frac{g}{cm^3} \cdot \frac{10^6 cm^3}{1 m^3} \cdot \frac{1 kg}{1000 g} = 1100 \frac{kg}{m^3}$

Esquema




Cuestiones

a) En el aire, $F - P = 0$

$F = P = mg = 5 \cdot 9{,}81 = 49{,}0\, N$

b) En el agua $F + E - P = 0$

$F = P - E = mg - d_l \cdot V_{sd} \cdot g$

$F = 5 \cdot 9{,}81 - 1100 \cdot 0{,}0015 \cdot 9{,}81 = 49{,}0 - 16{,}2 = 32{,}8\, N$

Queremos construir un globo aerostático capaz de hacer flotar en aire poco denso una masa de 250 kg. Calcula el volumen que debe tener.
Densidad del aire : 0,8 g/$cm^3$

(Resultado: $V_{globo}$= 312,5 $m^3$)

Funciones y parámetros

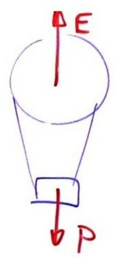
El peso es $P = mg$

El empuje es $E = d_f \cdot V_s \cdot g$

$m = 250\, kg$

$d = 0{,}8 \frac{g}{l} \cdot \frac{1000 l}{1 m^3} \cdot \frac{1 kg}{1000 g} = 0{,}8 \frac{kg}{m^3}$

Esquema




Cuestiones

Para que flote, $E - P = 0$ ; $E = P$

$E = d \cdot V \cdot g = 0{,}8 \left(\frac{kg}{m^3}\right) \cdot V(m^3) \cdot 9{,}81 \left(\frac{m}{s^2}\right)$

$P = 250 (kg) \cdot 9{,}81 (m/s^2)$

$0{,}8 \cdot V \cdot \cancel{9{,}81} = 250 \cdot \cancel{9{,}81}$

$V = \frac{250}{0{,}8} = 312{,}5\, m^3$

Un iceberg tiene un volumen de 500 $m^3$. Si la densidad del hielo es $d_{hielo}$=900 g/litro,

a) Calcula el peso del iceberg. (Resultado: P = 4,5 $10^5$ kg)

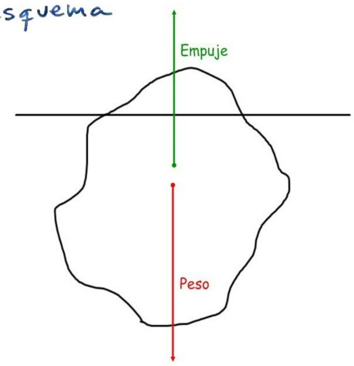
b) Calcula el volumen sumergido si flota en agua de mar ($d_{agua\ mar}$=1030 kg/$m^3$ ).

(Resultado: V = 436,9 $m^3$)

Hipótesis y modelo

Por el principio de Arquímedes

Esquema




Funciones y parámetros

$P = mg$

$E = d \cdot V \cdot g \qquad d = \frac{m}{V}$

$V = 500\, m^3$

$d = 900 \frac{kg}{m^3}$

Cambiamos las unidades de la densidad

$900 \frac{\cancel{g}}{\cancel{\ell}} \cdot \frac{1000\, \cancel{\ell}}{m^3} \cdot \frac{1\, kg}{1000\, \cancel{g}} = 900 \frac{kg}{m^3}$

Cuestiones

a) El peso será:

$P = mg = d \cdot V \cdot g =$

$= 900 \left(\frac{kg}{m^3}\right) \cdot 500 (m^3) \cdot 10 \left(\frac{m}{s^2}\right) = 4{,}5 \cdot 10^5\ kg$

b) Si flota, E = P

$d \cdot g \cdot V_{sum} = m \cdot g$

$1030 \left(\frac{kg}{m^3}\right) \cdot 10 (m/s^2) \cdot V_{sum} = 4{,}5 \cdot 10^5 \cdot 10$

$V_{sum} = \frac{4{,}5 \cdot 10^5 \cdot \cancel{10}}{1030 \cdot \cancel{10}} = 436{,}9\ m^3$

Caes al agua desde el muelle de un puerto dentro de un coche y se hunde hasta 10 m de profundidad contigo dentro. El agua no entra en el coche, pero para salvarte tienes que salir.

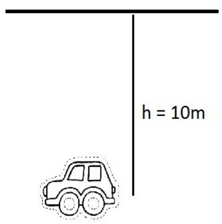
a) Calcula la presión en pascales que soportará el coche a esa profundidad.

(Resultado: p = 103000 Pa)

b) ¿Qué fuerza tendrás que hacer para abrir una puerta de 1 $m^2$ de superficie?

($d_{agua\ mar}$=1030 kg/$m^3$) (Resultado: F = 103000 N)

Esquema




Cuestiones

a) La diferencia de presión entre la superfice y la de 10 de profundidad es:

$\Delta p = d \cdot g \cdot h = 1030 \left(\frac{kg}{m^3}\right) \cdot 10 \left(\frac{m}{s^2}\right) \cdot 10 (m) = 103000\ N/m^2$

Funciones y parámetros

$p = d \cdot g \cdot h$

$\vec{F} = p \cdot \vec{S}$

$d = 1030 \frac{kg}{m^3}$

$h = 10\ m$

$S = 1 m^2$

b) La fuerza sobre la puerta es:

$\vec{F} = p \cdot \vec{S} =$

$= 103000 \left(\frac{N}{m^2}\right) \cdot 1 m^2 = 103000\ N$

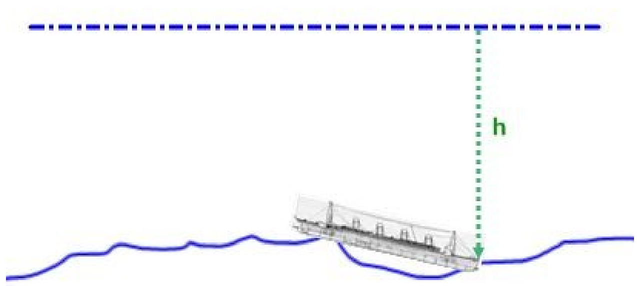
El Titanic se encuentra hundido en el agua del mar a una profundidad de 4000 m.

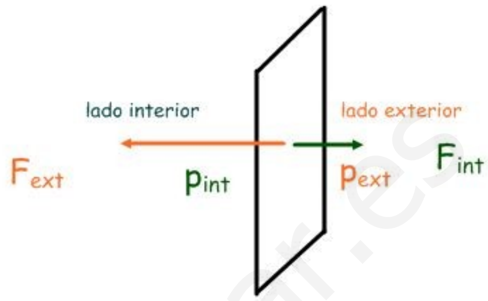
a) Calcula la presión que soporta el barco en pascales. ( $d_{agua\ mar}$=1030 kg/m$^3$ ).

(Resultado: p = 4,13 $10^7$ Pa)

b) Si bajáramos hasta esa profundidad en un submarino cuya presión interna fuera de la de la superficie (101330 Pa), ¿qué fuerza habrá que ejercer para abrir una puerta de 2 m$^2$ de superficie en la pared de nuestro submarino? (Resultado: F = 8,24 $10^7$ N)

## Esquema




## Hipótesis y modelo

- Suponemos que la densidad del agua es uniforme y la gravedad constante.
- Modelo de presión hidrostática.

## Funciones y parámetros

$p = d_{fluido}\ g\ h$ $\quad d_{fluido}$= 1030 kg/m$^3$

$p = F/S$ $\quad g$ = 10 m/s$^2$

## Cuestiones

a) La presión a 4000 m de profundidad en el mar será la atmosférica más la provocada por el agua:

$$p = p_{aire} + p_{agua} = p_{aire} + d_{agua}\ g\ h =$$

$$= 101330\ (N/m^2) + 1030\ (kg/m^3) \cdot 10\ (m/s^2) \cdot 4000\ (m) =$$

$$= 101330\ (N/m^2) + 41\ 200\ 000\ (N/m^2) = 41\ 301\ 330\ Pa$$

Resultado: la presión a esa profundidad será de 4,13 $10^7$ pascales.

b) La fuerza necesaria será la diferencia entre la fuerza que hace la presión sobre la puerta hacia el interior y la fuerza que hace la presión interior hacia el exterior.

$$F_{total} = F_{ext} - F_{int} = p_{ext} \cdot S - p_{int} \cdot S = (\ p_{ext} - p_{int}\ ) \cdot S = \big(41\ 301\ 330\ (Pa) - 101330\ (Pa)\big) \cdot 2\ (m^2) =$$

$$= 41\ 200\ 000\ (Pa) \cdot 2\ (m^2) = 82\ 400\ 000\ N = 8,24\ 10^7\ N = 82,4\ 10^6\ N$$

Resultado:

Habrá que hacer una fuerza de 82,4 millones de newtons, equivalentes a levantar 8240 toneladas.

Un globo aerostático lleno de aire caliente flota detenido en el aire.

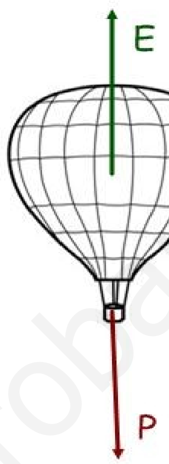
a) Dibuja las fuerzas que actúan sobre el globo.
b) Si la masa total del globo y su carga es de 250 kg, calcula el peso del globo y el volumen que debe tener para flotar ( densidad del aire caliente: 1.02 kg/$m^3$)

(Resultado: P = 2500 N, V = 245,1 $m^3$)

## Hipótesis y modelo

- Suponemos que la densidad del aire es uniforme.
- Modelo de flotación de Arquímedes.

## Esquema




## Funciones y parámetros

$\vec{E} = -d_{fluido} V_{desp} \vec{g}$  $d_{fluido}$= 1,02 kg/$m^3$

$\vec{P} = m \vec{g}$  g = 10 m/$s^2$

$m_{globo}$ = 250 kg

## Cuestiones

a) Ver el esquema.

Si el globo está detenido, el peso y el empuje serán iguales y opuestos

Resultado: las fuerzas que actúan son el peso y el empuje.

b) El módulo del peso del globo será:

P = m g = 250 (kg) · 10 (m/$s^2$) = 2500 N

El peso apunta como la gravedad, hacia abajo.

El volumen del globo se puede calcular teniendo en cuenta que los módulos del peso y el empuje deben ser iguales :

$|\vec{P}| = |\vec{E}|$ ; P = E ; m g = $d_{fluido}$ $V_{desplazado}$ g

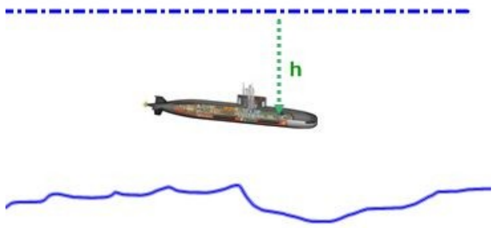
Simplificando las gravedades y despejando:

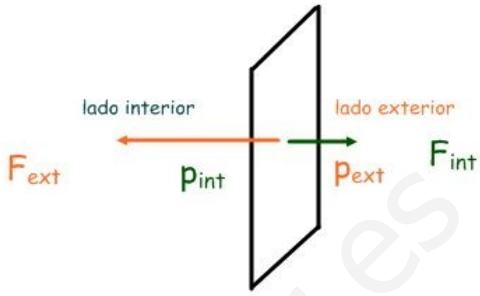
$V_{desplazado}$ = m / $d_{fluido}$ = 250 (kg) / 1,02 (kg/$m^3$) = 245,1 $m^3$

Resultado: El peso será $\vec{P} = 2500 \vec{i} (N)$ y el volumen será V = 245,1 $m^3$

Estamos en un submarino cuyas paredes aguantan como máximo 1,013 $10^6$ Pa. ¿Hasta qué profundidad podemos sumergirnos en el mar sin que cedan las paredes?
($d_{agua\ mar}$=1030 kg/m$^3$) (Resultado: h = 98,35 m)

## Esquema




## Hipótesis y modelo

Suponemos que la densidad del agua es uniforme y la gravedad constante.
Suponemos que la presión del aire en el interior del submarino es igual a la de la superficie.
Modelo de presión hidrostática.

## Funciones y parámetros

$p = d_{fluido}\, g\, h$ $d_{fluido}$= 1030 kg/m$^3$
$p = F/S$ $g = 10$ m/s$^2$

## Cuestiones

a) La presión que aguanta la pared del submarino es la diferencia entre la presión del interior y la del exterior. $\Delta p = p_{ext} - p_{int} = 1{,}013\ 10^6$ N/m$^2$
La presión del interior es igual a la de la superficie. $p_{int} = p_{aire}$
La presión del exterior es igual a la de la superficie más la presión hidrostática a esa profundidad. $p_{ext} = p_{aire} + p_{agua}$
Combinando estas relaciones:

$$\Delta p = p_{ext} - p_{int} = p_{aire} + p_{agua} - p_{aire} = p_{agua} = d_{agua}\, g\, h$$

Por tanto, la diferencia de presión entre los dos lados de la pared del submarino es igual a la presión hidrostática a esa profundidad.

$$1{,}013\ 10^6\ (N/m^2) = 1030\ (kg/m3) \cdot 10\ (m/s^2) \cdot h\ (m)$$

$$h = 1{,}013\ 10^6\ (N/m^2) / 1030\ (kg/m^3) \cdot 10\ (m/s^2) = 98{,}35\ m$$

Resultado: la profundidad máxima que aguanta la pared del submarino es de 98 m

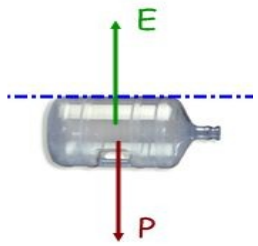
Queremos hacer flotar en el mar una botella de 4 litros parcialmente llena de arena. Calcula qué masa de arena podemos introducir en la botella sin que se vaya al fondo.
($d_{agua\ mar}$=1030 kg/m$^3$, despreciamos la masa de la botella vacía) (Resultado: m = 4,12 kg)

## Hipótesis y modelo

Suponemos que la botella es rígida para que tenga volumen constante.
Despreciamos la masa de la botella.

Modelo de flotación de Arquímedes

## Esquema




## Funciones y parámetros

$E = d_{fluido}\, V_{desplazado}\, g$ $\qquad d_{fluido}$= 1030 kg/m$^3$
V = 4 litros = 0,004 m$^3$
P = m g $\qquad$ g = 10 m/s$^2$

## Cuestiones

Para mantenerse en equilibrio, el peso y el empuje han de ser de módulos iguales y sentidos opuestos.
Por tanto, igualando los módulos de ambas fuerzas:

$$m\, g = d_{fluido}\, V_{desplazado}\, g$$

Cancelando las gravedades en ambos términos:

$$m = d_{fluido}\, V_{desplazado} = 1030\ (kg/m^3) \cdot 0{,}004\ (m^3) = 4{,}12\ kg$$

Resultado: podremos introducir en la botella 4,12 kg de arena sin que se vaya al fondo.