

- 1.- Se consideran las rectas $r: \frac{x-3}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+6}{2}$, $s: \begin{cases} x=1+4t \\ y=-1+3t \\ z=-4+5t \end{cases}$

- a) Estudiar la posición relativa en $\mathbb{R}^3$
b) P

2.- a) Ca

3.- Considera el triángulo cuyos vértices A, B y C, son triángulo anterior y el vértice D es un punto de la recta $\frac{x-1}{2} = y$ este punto sabiendo que el volumen del tetraedro es de $4u^3$.

- 3.- Dados el plano $\pi: y-z=3$ y la recta $r: \begin{cases} x=2\lambda \\ y=1+\lambda \\ z=-1+\lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$

- a) Estudia la posición relativa de π y r paralelos
b) Dar unas ecuaciones paramétricas de la recta s paralela a π que corta a r perpendicularmente en el punto $P(0,1,-1)$.

- 4.- Sea el p ecuación de un plano paralelo a π y cuya distancia al origen sea 5 unidades. b) Calcular el punto del plano π que está más próximo al origen.

NOTA: El valor de cada ejercicio es de 2,5 puntos.

$$1) \quad r \equiv \frac{x-3}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+a}{2} \quad r \equiv \begin{cases} A = (3, 3, -a) \\ \vec{v} = (2, -1, 2) \end{cases}$$

$$S \equiv \begin{cases} x = 1+4t \\ y = -1+3t \\ z = -4+5t \end{cases} \quad S \equiv \begin{cases} B = (1, -1, -4) \\ \vec{w} = (4, 3, 5) \end{cases}$$

$$M = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{rg } M = 2 \quad \vec{AB} = (2, 4, 4-a)$$

↪ Secantes e se cruzam

$$M^+ = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 4a \end{pmatrix} \quad |M^+| = 6(4a) - 10 + 32 - 12 - 40 + 4(4a) = 0$$

$$24 - 6a - 30 + 16 - 4a = 0 \quad 10a = 10 \quad a = 1$$

Se $a = 1$ $\text{rg } M^+ = 2 = \text{rg } M \rightarrow$ se cortam

Se $a \neq 1$ $\text{rg } M^+ = 3 < \text{rg } M \rightarrow$ se cruzam

b) $a = 2$ Se cruzam.

$$d(r, s) = \frac{|\vec{AB} \cdot (\vec{u} \times \vec{v})|}{|\vec{u} \times \vec{v}|} = \frac{|(2, 4, 2) \cdot (-11, 2, 10)|}{15} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3} u$$

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \end{vmatrix} = \vec{i}(-5-6) - \vec{j}(10-8) + \vec{k}(6+4) = -11\vec{i} - 2\vec{j} + 10\vec{k}$$

$$|\vec{u} \times \vec{v}| = \sqrt{11^2 + 2^2 + 10^2} = \sqrt{225} = 15$$

$$2) \pi = x - y + 3z = -3$$

$$a) A(-3, 0, 0), B(0, 3, 0), C(0, 0, -1)$$

$$\text{Area} = \frac{1}{2} |\vec{AB} \times \vec{AC}| = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & -1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} |i(-3) - j(-3) + k(-9)|$$

$$\vec{AB} = (3, 3, 0) \quad = \frac{1}{2} \sqrt{9+9+81} = \frac{1}{2} \sqrt{99} = \frac{3}{2} \sqrt{11} \text{ u}^2$$

$$\vec{AC} = (3, 0, -1)$$

$$b) D \in r = \frac{x-1}{2} = y = \frac{z+1}{-2} = \begin{cases} x = 1+2\lambda \\ y = \lambda \\ z = -1-2\lambda \end{cases}$$

$$\rightarrow D = (1+2\lambda, \lambda, -1-2\lambda)$$

$$\vec{AD} = (4+2\lambda, \lambda, -1-2\lambda)$$

$$V = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} \vec{AB} \\ \vec{AC} \\ \vec{AD} \end{vmatrix} = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 3 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & -1 \\ 4+2\lambda & \lambda & -1-2\lambda \end{vmatrix} = 4$$

$$|-3(4+2\lambda) - 9(-1-2\lambda) + 3\lambda| = 24$$

$$|-12-6\lambda+9+18\lambda+3\lambda| = 24$$

$$|15\lambda-3| = 24$$

$$15\lambda-3=24 \quad 15\lambda=27 \quad \lambda = \frac{27}{15} = \frac{9}{5}$$

$$D = \left(\frac{23}{5}, \frac{9}{5}, -\frac{23}{5} \right)$$

oder

$$-15\lambda+3=24 \rightarrow \lambda = \frac{-21}{15} = -\frac{7}{5} \rightarrow D' = \left(-\frac{9}{5}, -\frac{7}{5}, \frac{9}{5} \right)$$

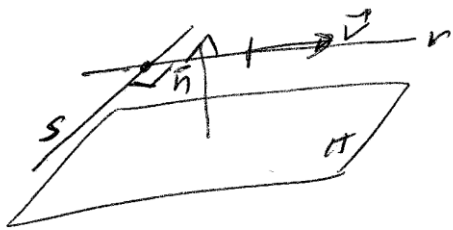
— 0 —

$$3) \pi: y-z=3 \rightarrow \vec{n}=(0,1,-1)$$

$$r: \begin{cases} x=2d \\ y=1+d \\ z=-1+d \end{cases} \rightarrow \vec{v}=(2,1,1)$$

$$a) \vec{n} \cdot \vec{v} = (0,1,-1) \cdot (2,1,1) = 0 \rightarrow \vec{n} \perp \vec{v} \Rightarrow$$

$r \parallel \pi$



$$b) P(0,1,-1) \in r$$

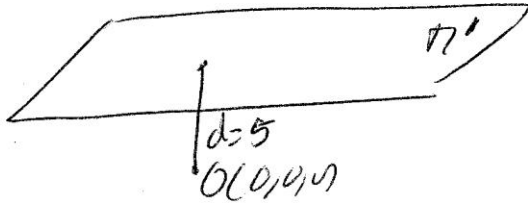
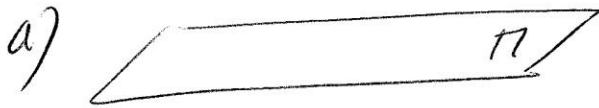
Sea $\vec{w}$ el vector de $S \rightarrow \vec{w} \perp \vec{n} \wedge \vec{w} \perp \vec{v} \Rightarrow$

$$\vec{w} = \vec{n} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \vec{i}(1+1) - \vec{j}(+2) + \vec{k}(-1) = (2, -2, -1)$$

$$S: \begin{cases} x = 0+2t \\ y = 1-2t \\ z = -1-2t \end{cases}$$

— 0 —

4) $\pi \equiv 3x - 2y = 9$



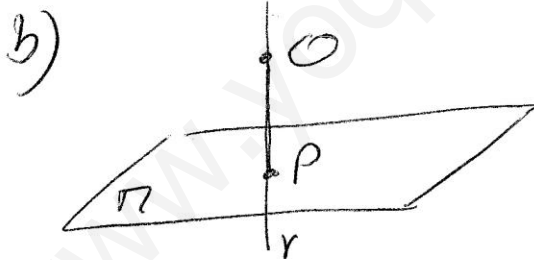
$$\pi' \equiv 3x - 2y + c = 0$$

$$d(O, \pi') = \frac{|3 \cdot 0 - 2 \cdot 0 + c|}{\sqrt{9 + 4}} = \frac{|c|}{\sqrt{13}} = 5$$

$$|c| = 5\sqrt{13} \quad c = \pm 5\sqrt{13}$$

$$\rightarrow \pi' \equiv 3x - 2y + 5\sqrt{13} = 0 \text{ or } \pi' \equiv 3x - 2y - 5\sqrt{13} = 0$$

$$\pi'' \equiv 3x - 2y - 5\sqrt{13} = 0$$



$$r \equiv \begin{cases} O(0,0,0) \\ \vec{v} = \vec{n} = (3, -2, 0) \end{cases}$$

$$r \equiv \begin{cases} x = 3\lambda \\ y = -2\lambda \\ z = 0 \end{cases}$$

$$P \in r \rightarrow P(3\lambda, -2\lambda, 0)$$

$$\begin{aligned} \exists P \in \pi &\rightarrow 3(3\lambda) - 2(-2\lambda) = 9 \\ 9\lambda + 4\lambda &= 9 \end{aligned}$$

$$\lambda = \frac{9}{13} \rightarrow P = \left(\frac{27}{13}, \frac{-18}{13}, 0 \right)$$

