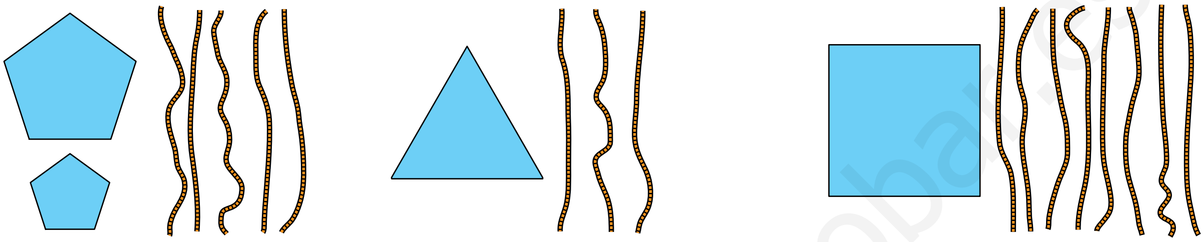
Página 215

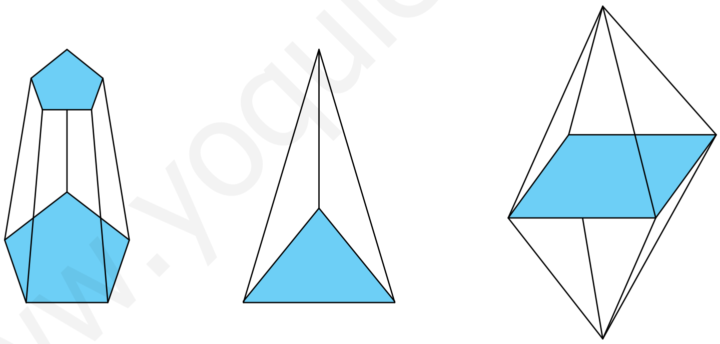
Herramientas para construir prismas y pirámides

1. **Construye tú, o describe cómo se haría, y dibuja el resultado final en cada caso.**

- **Un tronco de pirámide pentagonal.**
- **Una pirámide triangular.**
- **Dos pirámides cuadrangulares pegadas por las bases. Se llama octaedro.**

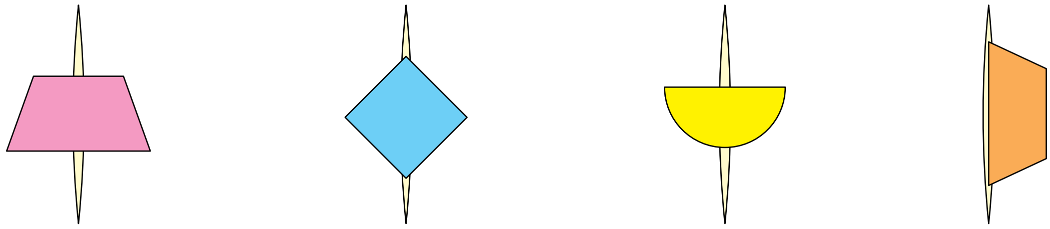


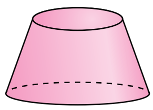
- Se ensamblan las cuerdas en los vértices correspondientes de ambas figuras, la grande y la pequeña, y se tensan luego.
- Se atan las tres cuerdas juntas por un extremo. El otro extremo de cada una se ensambla a cada uno de los vértices del triángulo.
- Se atan los extremos de cuatro cuerdas por un lado y de las otras cuatro por otro lado. Los otros ocho extremos se ensamblan de dos en dos en cada vértice del cuadrado.



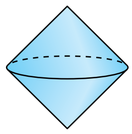
Experimenta y descubre cuerpos geométricos

2. **Dibuja el cuerpo geométrico que se genera al hacer girar, en cada caso, la cartulina alrededor del palillo.**

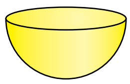




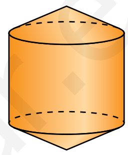
Tronco de cono.



Dos conos unidos por la base.



Media esfera.

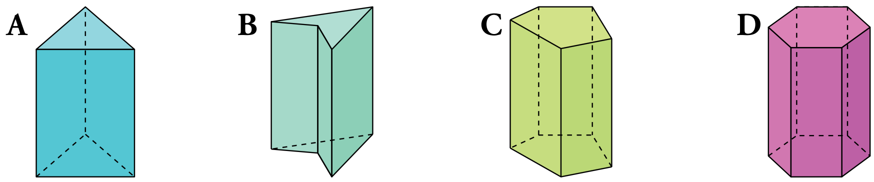


Cilindro con un cono en cada base.

1 Prismas

Página 216

1. Observa los siguientes prismas:



a) ¿Qué tipo de prisma es cada uno?

b) Indica cuáles son regulares.

c) Dibuja el desarrollo plano del prisma A.

a) A: Triangular, regular.

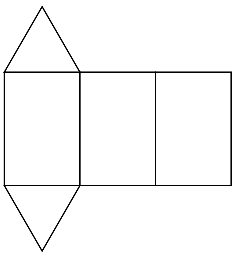
B: Cuadrangular, no regular.

C: Pentagonal, no regular.

D: Hexagonal, regular.

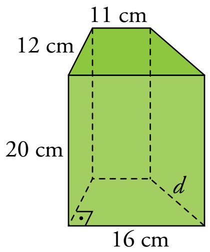
b) Son regulares el A y el D.

c)



Página 217

2. La altura de un prisma recto es de 20 cm. Sus bases son trapecios rectángulos tales que las bases del trapecio miden 11 cm y 16 cm, y la altura, 12 cm. Halla el área total del prisma.



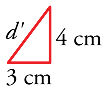
$$\left.\begin{array}{l} A_{\text{LAT}} = 1\,040 \text{ cm}^2 \\ A_{\text{BASE}} = 162 \text{ cm}^2 \end{array}\right\} \to \text{Su área total es de } 1\,364 \text{ cm}^2.$$

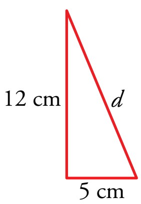
3. Halla el área total de un cubo de 10 cm de arista.

Cada cara: $A = 100 \text{ cm}^2$

$A_{\text{TOTAL}} = 600 \text{ cm}^2$

4. Las dimensiones de un ortoedro son 4 cm, 3 cm y 12 cm. Halla el área total y la longitud de la diagonal.



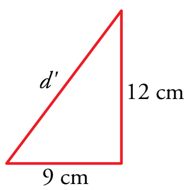


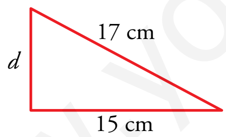
$d' = 5$ cm

$A_{\text{TOTAL}} = 2(4 \cdot 3 + 4 \cdot 12 + 3 \cdot 12) = 192 \text{ cm}^2$

$d = 13$ cm

5. La base de un ortoedro es un rectángulo de lados 9 cm y 12 cm. La diagonal del ortoedro mide 17 cm. Calcula la altura del ortoedro y su área total.





$d' = 15$ cm

$d = 8$ cm

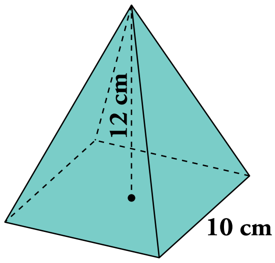
La altura es 8 cm.

$A_{\text{TOTAL}} = 2(9 \cdot 12 + 9 \cdot 8 + 8 \cdot 12) = 552 \text{ cm}^2$

2 Pirámides

Página 219

1. Halla el área total de una pirámide regular cuya base es un cuadrado de 10 cm de lado y cuya altura es de 12 cm.

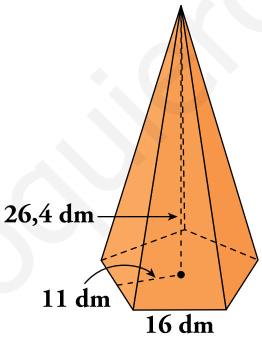


$a' = 5$ cm

Apotema de la pirámide, $a = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$ cm

$A_{\text{TOTAL}} = 100 + \dfrac{40 \cdot 13}{2} = 360 \text{ cm}^2$

2. La base de una pirámide regular es un pentágono de 16 dm de lado y 11 dm de apotema. La altura de la pirámide es de 26,4 dm. Halla su área total.



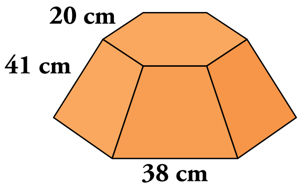
Apotema, $a = \sqrt{26,4^2 + 11^2} = 28,6$ dm

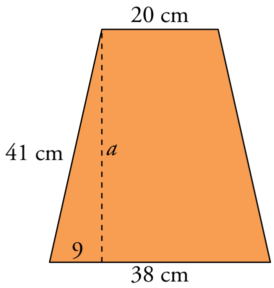
$A_{\text{TOTAL}} = \dfrac{16 \cdot 5 \cdot 11}{2} + \dfrac{16 \cdot 5 \cdot 28,6}{2} = 1\,584 \text{ dm}^2$

3 Troncos de pirámide

Página 220

1. Halla el área lateral de un tronco de pirámide hexagonal regular cuyas dimensiones son las del dibujo.

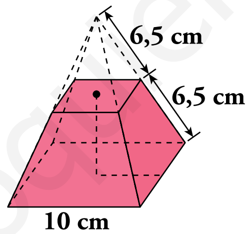


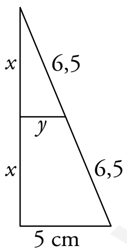


$$a = \sqrt{41^2 - 9^2} = 40 \text{ cm}$$

$$A_{\text{LAT}} = \frac{6 \cdot 20 + 6 \cdot 38}{2} \cdot 40 = 6\,960 \text{ cm}^2$$

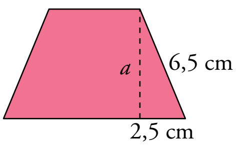
2. Una pirámide regular de base cuadrada de 10 cm de lado y arista lateral de 13 cm es cortada por un plano a mitad de su altura. Halla el área total del tronco de pirámide resultante.





$$\frac{5}{y} = \frac{13}{6,5} \rightarrow y = 2,5$$

$$x = \sqrt{6,5^2 - 2,5^2} = 6 \text{ cm}$$



$$a = \sqrt{6,5^2 - 2,5^2} = 6 \text{ cm}$$

$$\left.\begin{array}{l} A_{\text{BASE MENOR}} = 25 \text{ cm}^2 \\ A_{\text{BASE MAYOR}} = 100 \text{ cm}^2 \\ A_{\text{LAT}} = 4 \cdot \left(\dfrac{10+5}{2}\right) \cdot 6 = 180 \text{ cm}^2 \end{array}\right\} A_{\text{TOTAL}} = 25 + 100 + 180 = 305 \text{ cm}^2$$

4 Poliedros regulares

Página 221

1. Considerando la suma de los ángulos que coinciden en cada vértice, justifica por qué no se puede construir un poliedro en los siguientes casos:

a) Con 6 triángulos equiláteros en cada vértice.

b) Con 4 cuadrados en cada vértice.

c) Con 4 pentágonos regulares en cada vértice.

d) Con hexágonos regulares o polígonos regulares de más lados.

a) Sumarían 360° y eso es plano, no se puede torcer.

b) También suman 360°, y es plano.

c) Miden 432° y eso es más que un plano. Se superpondrían.

d) Con tres hexágonos suman 360°, es un plano; y con solo dos no se puede formar. Los poliedros regulares de más lados tienen ángulos mayores que 360° y, por tanto, no podemos, puesto que se superpondrían.

Página 223

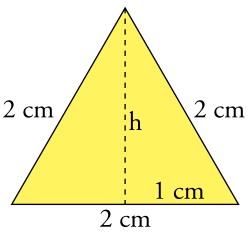
2. Halla el área de:

a) Un triángulo equilátero de lado 2 cm.

b) Un cuadrado de lado 2 cm.

c) Un pentágono regular de lado 2 cm y apotema 1,38 cm.

a)



$$h = \sqrt{2^2 - 1^2} = 1{,}73 \text{ cm}$$

$$A = \frac{2 \cdot 1{,}73}{2} = 1{,}73 \text{ cm}^2$$

b) $A = 4 \text{ cm}^2$

c) $A = \dfrac{(5 \cdot 2) \cdot 1{,}38}{2} = 6{,}9 \text{ cm}^2$

3. Halla el área de:

a) Un tetraedro.

b) Un cubo.

c) Un octaedro.

d) Un dodecaedro.

e) Un icosaedro.

Todos ellos tienen 2 cm de arista.

Tomamos los datos obtenidos en el ejercicio anterior.

a) $A = 4 \cdot 1{,}73 = 6{,}9 \text{ cm}^2$

b) $A = 6 \cdot 4 = 24 \text{ cm}^2$

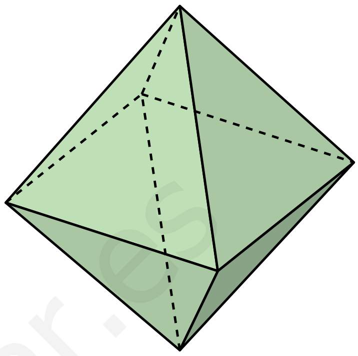
c) $A = 8 \cdot 1{,}73 = 13{,}84 \text{ cm}^2$

d) $A = 12 \cdot 6{,}9 = 82{,}8 \text{ cm}^2$

e) $A = 20 \cdot 1{,}73 = 34{,}6 \text{ cm}^2$

5 Secciones planas de poliedros

Página 224



1. Indica por dónde hay que cortar este octaedro regular para obtener:

a) Un cuadrado.

b) El cuadrado más grande posible.

c) Un trapecio.

d) Un hexágono.

e) Un pentágono.

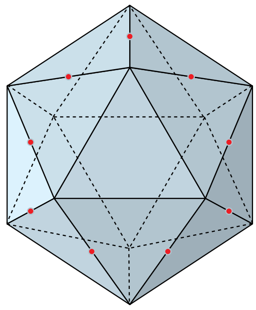
a) Por un plano perpendicular a su diagonal.

b) Por un plano perpendicular a la diagonal en la mitad de la misma, esto es, por el centro del octaedro.

c) El plano del apartado b) lo inclinamos tomando como eje sobre el que gira una de las aristas del cuadrado.

d) Por un plano que pase por el centro del octaedro y sea paralelo a una de las caras.

e) El plano pasaría por un vértice y dos puntos de aristas que no concurren en ese vértice.



2. Observa el icosaedro regular y contesta:

a) Si un plano corta a las cinco aristas que salen de un vértice, ¿qué figura se obtiene?

b) Si cortamos por un plano paralelo a una cara y próximo a ella, ¿qué obtenemos?

c) ¿Se podría obtener un decágono regular a partir de un corte?

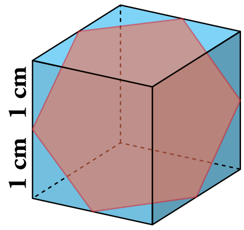
a) Un pentágono.

b) Un polígono de nueve lados.

c) Obtendríamos un decágono regular si cortásemos por un plano horizontal, estando el icosaedro apoyado sobre un vértice, a mitad de la altura de la diagonal que une ese vértice con el opuesto a él.

Página 225

3. Cortando un cubo de esta forma se obtiene un hexágono regular.



a) ¿Cuánto mide el lado? ¿Y la apotema?

b) Calcula su área.

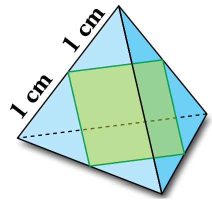
c) ¿Qué volumen tiene cada una de las partes en que queda dividido?

a) El lado mide $\sqrt{2}$ = 1,41 cm y la apotema 1,22 cm.

b) El área mide $\frac{6 \cdot 1,41 \cdot 1,22}{2}$ = 5,16 cm^2.

c) Cada parte tendrá la mitad del volumen del cubo, puesto que el corte divide al cubo en dos partes iguales, así que el volumen de cada parte será de 4 cm^3.

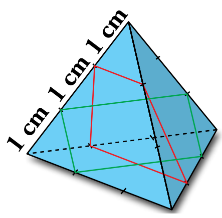
4. Cortando un tetraedro regular de este modo, se obtiene un cuadrado. No es nada difícil calcular su área. ¿Sabrías calcular el área total de cada uno de los dos cuerpos que quedan?



Los dos cuerpos que quedan son iguales y sus caras son dos triángulos equiláteros de arista 1 cm, el cuadrado de 1 cm de lado y dos trapecios de bases 1 cm y 2 cm y altura $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm.

Por tanto, la suma de estas áreas es: $2 \cdot \frac{1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} + 2 \cdot \frac{1+2}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 = \left(2\sqrt{3} + 1\right)$ cm^2, que es el área de cada uno de los dos cuerpos que quedan.

5. Este otro corte es un trapecio. ¿Cuánto mide la base pequeña? ¿Por qué la base mayor es el doble que la menor?



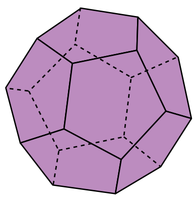
Si su altura es 1,66 cm, ¿cuál es su área? ¿Cuál es el área del rectángulo verde?

La base pequeña del trapecio mide 1 cm, pues queda arriba en la cara donde se apoya un triángulo equilátero de arista 1 cm.

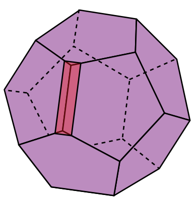
La base mayor es el doble que la menor ya que el triángulo que determina en la cara del tetraedro sobre la que se apoya, es equilátero de arista 2 cm.

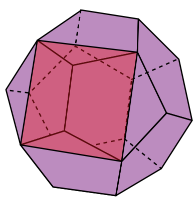
Su área es: $\frac{1+2}{2} \cdot 1,66 = 2,49$ cm^2, y el área del rectángulo verde, de lados 1 cm y 2 cm es: 2 cm^2.

6. Al cortar un dodecaedro por un plano, ¿es posible obtener un rectángulo? ¿Y un cuadrado?



Un plano corta al dodecaedro en dos trozos iguales pasando por dos aristas opuestas. ¿Qué polígono es la sección obtenida?



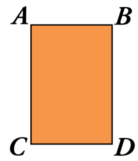


La sección obtenida es un hexágono.

6 Cilindros

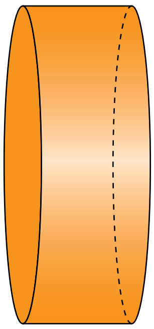
Página 226

1. Dibuja en tu cuaderno los cilindros que se generan al hacer girar este rectángulo alrededor de:

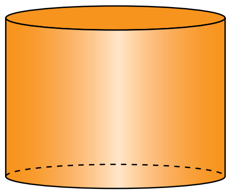


a) ***CD*** **b)** ***BD***

a)



b)



2. ¿Qué cantidad de chapa se necesita para construir un depósito cilíndrico cerrado de 0,6 m de radio de la base y 1,8 m de altura?

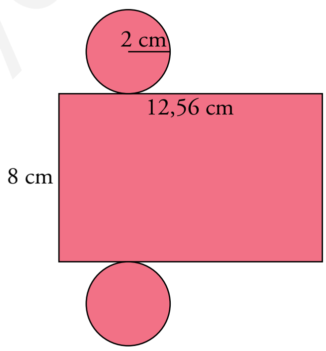
$2 \cdot \pi \cdot 0{,}6 \cdot 1{,}8 + 2 \cdot \pi \cdot 0{,}6^2 = 2{,}16\pi + 0{,}72\pi = 9{,}0432$ m^2 de chapa.

3. Se han de impermeabilizar el suelo y las paredes interiores de un aljibe cilíndrico abierto por arriba. El radio de su base mide 4 m, y la altura, 5 m. Si cuesta 18 € impermeabilizar 1 m^2, ¿cuál es el coste de toda la obra?

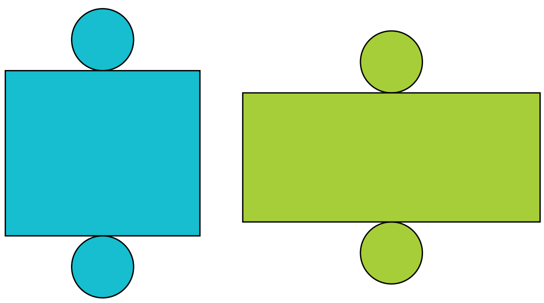
$A_{\text{ALJIBE}} = 2\pi \cdot 4 \cdot 5 + \pi \cdot 16 = 56\pi = 175{,}84$ m^2

Costará $175{,}84$ m$^2 \cdot 18$ €/m$^2 = 3\,165{,}12$ €.

4. Dibuja el desarrollo de un cilindro recto cuya base tiene 2 cm de radio y cuya altura es de 8 cm.



5. Toma algunas medidas y decide cuál de los siguientes desarrollos corresponde a un cilindro.



El primero.

7 Conos

Página 227

1. **Calcula el área lateral y el área total de este cono, sabiendo que:**

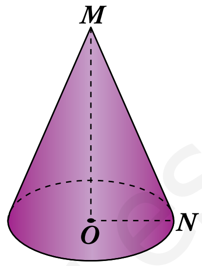
$\overline{MO}$ **= 84 cm**

$\overline{MN}$ **= 85 cm**

$\overline{ON} = \sqrt{85^2 - 84^2} = 13$ cm

$A_{LAT} = \pi \cdot 13 \cdot 85 = 3\,469{,}7$ cm^2

$A_{TOTAL} = 3\,469{,}7 + 530{,}66 = 4\,000{,}36$ cm^2

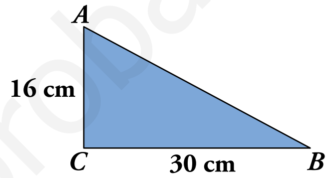


2. **Dibuja los conos que se obtienen al hacer girar este triángulo rectángulo:**

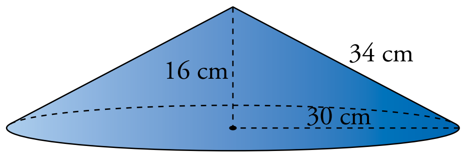
a) Alrededor de ***AC.***

b) Alrededor de ***BC.***

Calcula el área total de ambos.



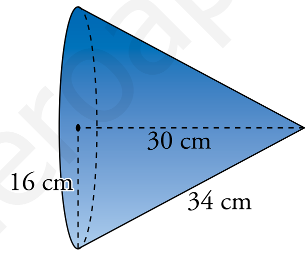
a)



$A_{LAT} = 30 \cdot \pi \cdot 34 = 3\,202{,}8$ cm^2

$A_{TOTAL} = 3\,202{,}8 + 2\,826 = 6\,028{,}8$ cm^2

b)



$A_{LAT} = 16 \cdot \pi \cdot 34 = 1\,708{,}16$ cm^2

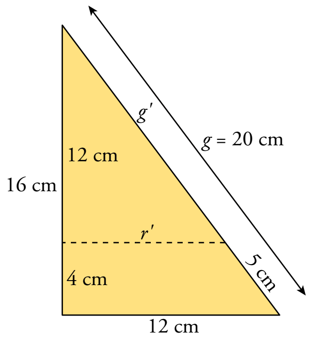
$A_{TOTAL} = 1\,708{,}16 + 803{,}84 = 2\,512$ cm^2

8 Troncos de cono

Página 228

1. **El cono cuya base tiene un radio de 12 cm y cuya altura es de 16 cm es cortado por un plano perpendicular a su eje que pasa a 4 cm de la base.**

Halla las dimensiones, el área lateral y el área total del tronco de cono que se forma.



$$\frac{r'}{12} = \frac{12}{16} \rightarrow r' = 9 \text{ cm}$$

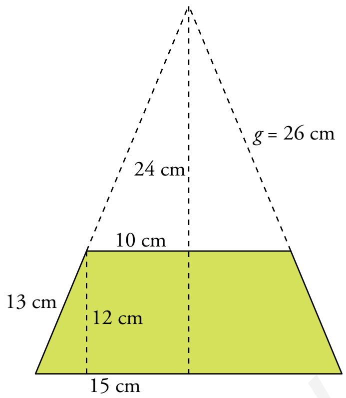
$$\frac{g'}{12} = \frac{20}{16} \rightarrow g' = 15 \text{ cm}$$

$$A_{LAT} = 12 \cdot \pi \cdot 20 - 9 \cdot \pi \cdot 15 = 329{,}7 \text{ cm}^2$$

$$A_{LAT} + B_{INF} = 329{,}7 + \pi \cdot 12^2 = 781{,}86 \text{ cm}^2$$

$$A_{TOTAL} = 781{,}86 + \pi \cdot 9^2 = 1\,036{,}2 \text{ cm}^2$$

2. **Halla la superficie de una flanera abierta por arriba, con las siguientes medidas: radio de las bases, 10 cm y 15 cm; generatriz, 13 cm.**



$$\frac{g}{10} = \frac{13 + g}{15} \rightarrow g = 26 \text{ cm}$$

$$A_{LAT} = 15 \cdot \pi \cdot 39 - 10 \cdot \pi \cdot 26 = 1\,020{,}5 \text{ cm}^2$$

$$A_{TOTAL} = 1\,020{,}5 + \pi \cdot 10^2 = 1\,334{,}5 \text{ cm}^2$$

Página 229

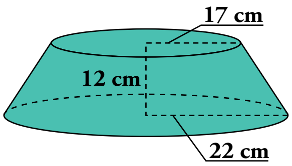
3. **En nuestro jardín tenemos 32 macetones con forma de tronco de cono. Los radios de sus bases miden 14 cm y 20 cm, respectivamente, y su generatriz, 38 cm. Calcula cuánto cuesta pintarlos (solo la parte exterior) a razón de 40 € por metro cuadrado.**

$A_{LAT} = \pi \cdot (14 + 20) \cdot 38 = 4\,056{,}88 \text{ cm}^2$

$A_{LAT\ TODOS} = 4\,056{,}88 \cdot 32 = 129\,820{,}16 \text{ cm}^2 = 12{,}982016 \text{ m}^2 \approx 13 \text{ m}^2$

Costará aproximadamente 520 €.

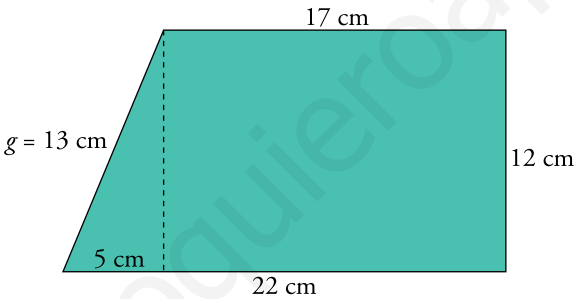
4. **Observa este tronco de cono cuyas bases tienen radios de 17 cm y 22 cm, y cuya altura es de 12 cm.**



a) Halla su generatriz.

b) Calcula su área lateral.

c) Halla el área total.



a) $g = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$ cm

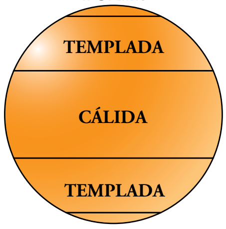
b) $A_{LAT} = \pi(r + r') \cdot g = 1\,591{,}98 \text{ cm}^2$

c) $A_{TOTAL} = 1\,591{,}98 + 907{,}46 + 1\,519{,}76 = 4\,019{,}2 \text{ cm}^2$

9 Esferas

Página 230

1. En una esfera terrestre escolar de 20 cm de radio están señaladas las zonas climáticas. Sabemos que cada casquete polar tiene 2 cm de altura, y cada zona templada, 10 cm de altura.



Halla la superficie de cada zona climática.

Zonas polares $\rightarrow$ $20 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 2 = 502{,}4 \text{ cm}^2$

Zonas templadas $\rightarrow$ $2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 20 \cdot 10 = 2\,512 \text{ cm}^2$

Zona cálida $\rightarrow$ $2 \cdot 16 \cdot \pi \cdot 20 = 2\,009{,}6 \text{ cm}^2$

2. Se ha caído un balón de fútbol en un barreño lleno de pintura verde. Sabemos que la superficie del balón es de 6 079 cm^2. Si se ha hundido unos 15 cm en la pintura, ¿qué proporción de balón se ha manchado de verde?

Toma el valor de π como 3,14.

Despejando el radio de la fórmula de la superficie de la esfera, obtenemos que es aproximadamente 22 cm, por lo que la superficie que se mancha de pintura será de:

$$2 \cdot 22 \cdot \pi \cdot 15 = 2\,072{,}4 \text{ cm}^2$$

10 Secciones de esferas, cilindros y conos

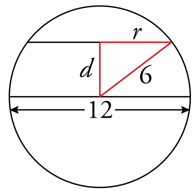
Página 232

1. Una esfera de 12 cm de diámetro se corta por un plano obteniendo una sección circular cuya superficie es 72,3456 cm². Calcula la distancia del plano al centro de la esfera.

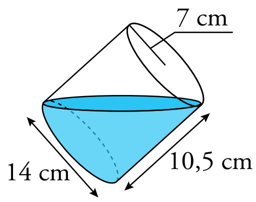
Toma el valor de π como 3,14.

$S = \pi \cdot r^2 = 72{,}3456 \text{ cm}^2 \rightarrow r = 4{,}8 \text{ cm}$

$d = \sqrt{6^2 - 4{,}8^2} = 3{,}6 \text{ cm}$



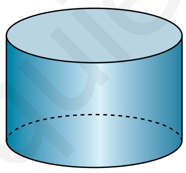
2. Un cubo cilíndrico de 10,5 cm de altura cuya base mide 7 cm de radio está lleno de agua. Lo inclinamos para vaciar la mitad de su contenido. ¿Cuánto miden los dos ejes de la elipse que forma la superficie del agua?



El eje mayor mide: $x = \sqrt{14^2 + 10{,}5^2} = 17{,}5$ cm

El eje menor mide lo mismo que el diámetro del cubo, 14 cm.

3. Indica por dónde debe cortar un plano al cilindro para obtener:



a) Un rectángulo.

b) El mayor rectángulo posible.

c) Un cuadrado.

d) La elipse con el eje mayor más grande posible.

a) Por un plano perpendicular a las bases.

b) Por un plano perpendicular a las bases que pase por cualquier diámetro de esas bases.

c) Por un plano perpendicular a las bases que pase por una cuerda de la circunferencia de la base que mida lo mismo que la altura del cilindro.

d) Este eje mayor tendrá de longitud la diagonal del cilindro (segmento que va de un punto de la base superior al opuesto de la base inferior). El plano es el mismo que aparece en el dibujo del ejercicio 2 formado por la superficie del agua.

4. Si el cilindro de la actividad anterior tuviera una altura mayor que el diámetro de su base, ¿sería posible obtener un cuadrado? Explica por qué.

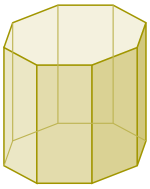
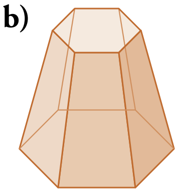
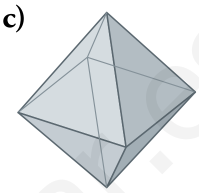
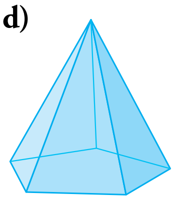
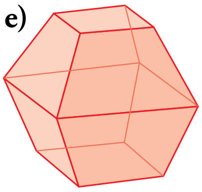
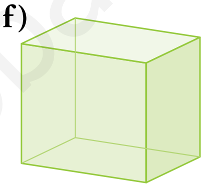
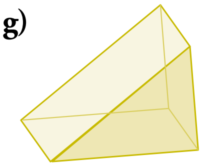
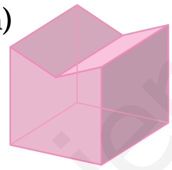
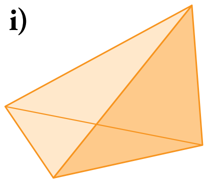
No sería posible, pues dos de los lados del cuadrado serían esa altura, y la longitud mayor posible para los otros dos lados sería justo esa diagonal de la base que me están diciendo que es menor que la altura.

Ejercicios y problemas

Página 233

Tipos de cuerpos geométricos

1. **Indica cuáles de estos poliedros no son catalogables entre los conocidos (prisma, pirámide, tronco de pirámide, poliedro regular). Cataloga los demás.**

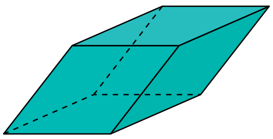
a)

b)

c)

d)

e)

f)

g)

h)

i)


a) Prisma octogonal recto
b) Tronco de pirámide hexagonal
c) Octaedro
d) Pirámide pentagonal recta
e) No catalogable
f) Ortoedro
g) Prisma triangular recto
h) No catalogable
i) Pirámide triangular

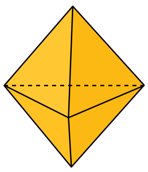
2. **Explica por qué estos poliedros no son regulares.**

a) Pirámide cuadrangular regular.

b) Este poliedro cuyas caras son rombos iguales:



c) Este poliedro formado por seis triángulos equiláteros:



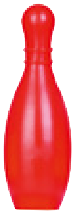
a) No, porque no todas sus caras son polígonos regulares iguales.

b) Porque sus caras no son polígonos regulares.

c) Porque en algunos vértices concurren tres caras y en otros, cuatro. Para que fuera regular deberían concurrir el mismo número de caras en todos los vértices.

3. **¿Son todas estas figuras cuerpos de revolución? Identifica las que reconozcas.**

a)


b)


c)


d)


e)


f)


Todas son cuerpos de revolución, las conocidas son:

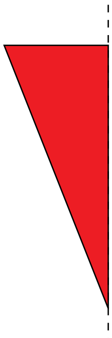
a) Media esfera

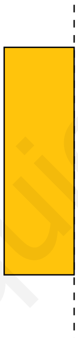
c) Cono

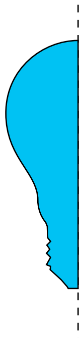
d) Cilindro

e) Tronco de cono

4. **Dibuja los cuerpos de revolución generados al girar cada una de estas figuras alrededor del eje.**

a)


b)


c)


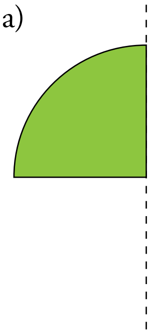
Relaciona cada una de las figuras que has dibujado con una del ejercicio anterior.

a) Al dibujar esta figura sale un cono como el de la figura c) del ejercicio anterior.

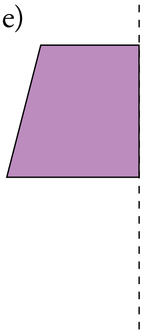
b) Al dibujar esta figura sale un cilindro como el de la figura d) del ejercicio anterior.

c) Al dibujar esta figura sale una bombilla como la figura f) del ejercicio anterior.

5. **Dibuja en tu cuaderno la figura y el eje sobre el que debe girar para generar los objetos de los apartados a), b) y e) del ejercicio 3.**

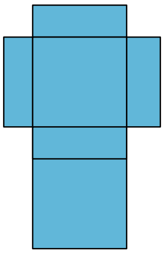
a)


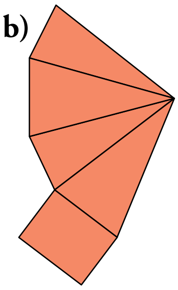
b)

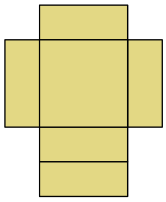

e)


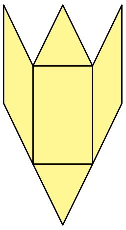
Desarrollo de cuerpos geométricos

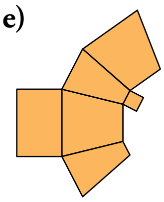
6. ¿Con cuáles de estos desarrollos se pueden completar un poliedro o un cuerpo de revolución? Cataloga aquellos que se puedan completar.

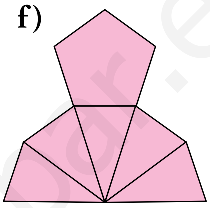
a)


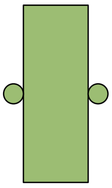
b)


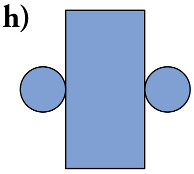
c)


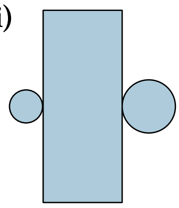
d)


e)


f)


g)


h)


i)


a) Es un ortoedro.

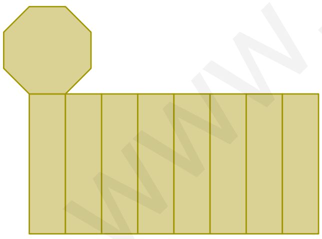
b) Es una pirámide cuadrangular con base rectangular.

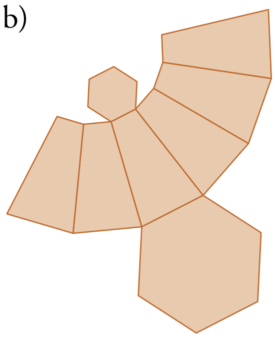
f) Es una pirámide pentagonal.

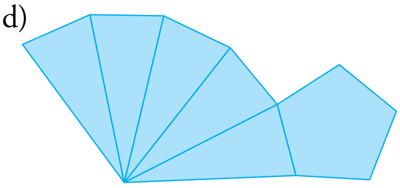
h) Es un cilindro.

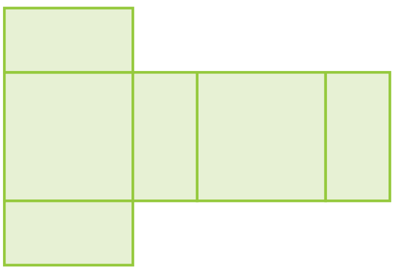
Con c), d), e), g) e i) no se pueden construir ni poliedros ni cuerpos de revolución.

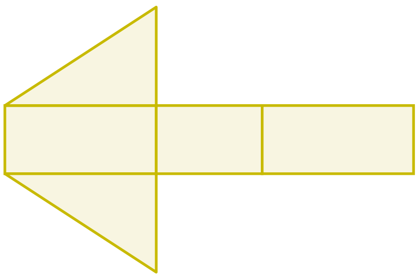
7. Dibuja de forma aproximada el desarrollo plano de los poliedros de los apartados a), b), d), f) y g) del ejercicio 1.

a)


b)


d)


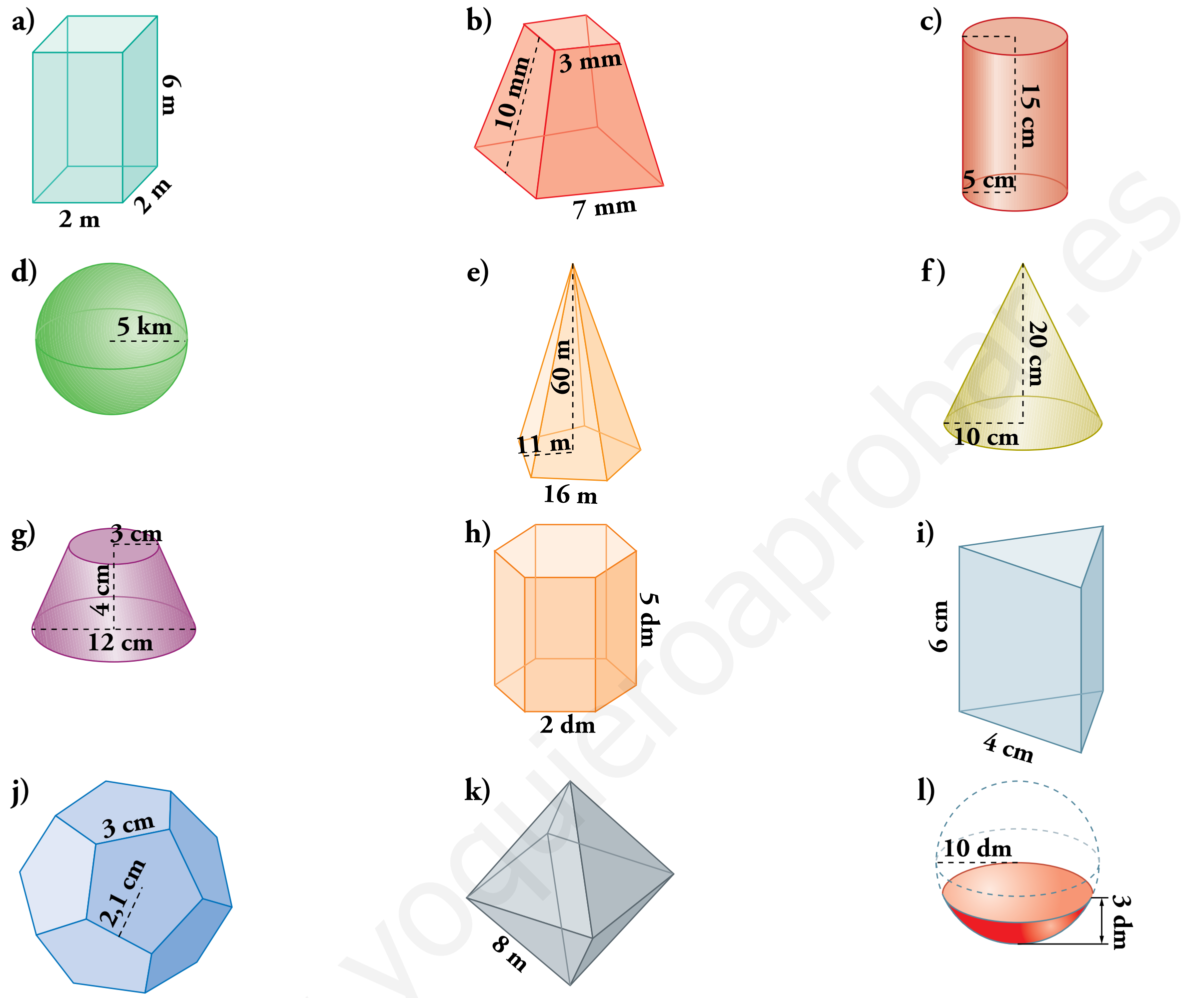
f)


g)


Página 234

Áreas de cuerpos geométricos

8. **Calcula el área de cada cuerpo geométrico:**



a) $A_{TOTAL} = 4 \cdot 2 \cdot 6 + 2 \cdot 2^2 = 56 \text{ m}^2$

b) $A_{TOTAL} = \dfrac{4 \cdot 7 + 4 \cdot 3}{2} \cdot 10 + 7^2 + 3^2 = 258 \text{ mm}^2$

c) $A_{TOTAL} = 2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 15 + 2 \cdot \pi \cdot 5^2 = 628 \text{ cm}^2$

d) $A_{TOTAL} = 4 \cdot \pi \cdot 5^2 = 314 \text{ km}^2$

e) $A_{TOTAL} = \dfrac{5 \cdot 16 \cdot 60}{2} + \dfrac{5 \cdot 16 \cdot 11}{2} = 2\,840 \text{ m}^2$

f) $g = \sqrt{20^2 + 10^2} = 22{,}4 \text{ cm}$

$A_{TOTAL} = \pi \cdot 10 \cdot 22{,}4 + \pi \cdot 10^2 = 1\,017{,}36 \text{ cm}^2$

g) $g = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ cm}$

$A_{TOTAL} = \pi \cdot (6 + 3) \cdot 5 + \pi \cdot 6^2 + \pi \cdot 3^2 = 282{,}6 \text{ cm}^2$

h) $A_{TOTAL} = 6 \cdot 2 \cdot 5 + 2 \cdot \dfrac{6 \cdot 2 \cdot 1{,}7}{2} = 80{,}4 \text{ dm}^2$

i) $A_{TOTAL} = 3 \cdot 4 \cdot 6 + 2 \cdot \dfrac{4 \cdot 3{,}5}{2} = 86 \text{ cm}^2$

j) $A_{TOTAL} = 12 \cdot \dfrac{5 \cdot 3 \cdot 2{,}1}{2} = 189 \text{ cm}^2$

k) $A_{TOTAL} = 8 \cdot \dfrac{8 \cdot 6{,}9}{2} = 220{,}8 \text{ m}^2$

l) $A_{TOTAL} = 2 \cdot \pi \cdot 10 \cdot 3 = 188{,}4 \text{ dm}^2$

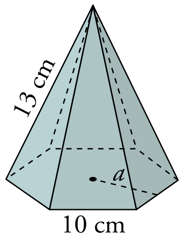
9. **Halla el área total de una pirámide hexagonal regular con aristas laterales de 13 cm y aristas de la base de 10 cm.**

Altura de una cara lateral, h = 12 cm

$a = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} \approx 8{,}66$ cm

$A_{\text{BASE}} = \dfrac{10 \cdot 6 \cdot 8{,}66}{2} = 259{,}8 \text{ cm}^2$

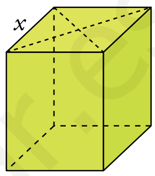
$A_{\text{LAT}} = 10 \cdot 12 \cdot 3 = 360 \text{ cm}^2$ $\qquad A_{\text{TOTAL}} = 619{,}8 \text{ cm}^2$



10. **Calcula el área total de un prisma recto de 15 cm de altura cuyas bases son rombos cuyas diagonales miden 16 cm y 12 cm.**

$A_{\text{ROMBO}} = \dfrac{16 \cdot 12}{2} = 96 \text{ cm}^2$ $\qquad x = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ cm

$A_{\text{LAT}} = 10 \cdot 15 \cdot 4 = 600 \text{ cm}^2$ $\qquad A_{\text{TOTAL}} = 600 + 2 \cdot 96 = 792 \text{ cm}^2$

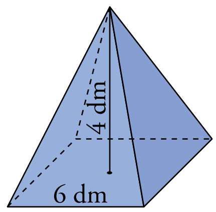


11. **La base de una pirámide regular es un cuadrado de 6 dm de lado. Su altura es de 4 dm. Calcula su área total.**

Altura de una cara lateral, $h = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ dm

$A_{\text{BASE}} = 36 \text{ dm}^2$

$A_{\text{LAT}} = 5 \cdot 3 \cdot 4 = 60 \text{ dm}^2$ $\qquad A_{\text{TOTAL}} = 36 + 60 = 96 \text{ dm}^2$

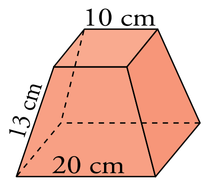


12. **Las bases de un tronco de pirámide regular son cuadrados de 10 cm y 20 cm de lado, respectivamente. Las aristas laterales miden 13 cm. Halla su área total.**

Altura de una cara lateral, $h = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ cm

$A_{\text{BASES}} = 20^2 + 10^2 = 500 \text{ cm}^2$ $\qquad A_{\text{LAT}} = \dfrac{20 + 10}{2} \cdot 12 \cdot 4 = 720 \text{ cm}^2$

$A_{\text{TOTAL}} = 720 + 500 = 1\,220 \text{ cm}^2$



13. **Halla el área total de un prisma hexagonal regular cuya arista lateral mide 4 cm, y las aristas de la base, 2 cm.**

Apotema de la base, $a = \sqrt{3} \approx 1{,}73$ cm

$A_{\text{BASES}} = 6 \cdot 1{,}73 \cdot 2 = 20{,}76 \text{ cm}^2$

$A_{\text{LAT}} = 2 \cdot 4 \cdot 6 = 48 \text{ cm}^2$

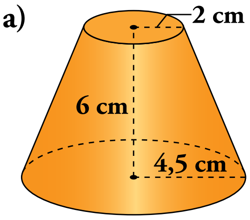
$A_{\text{TOTAL}} = 20{,}76 + 48 = 68{,}76 \text{ cm}^2$

14. **Una pirámide regular tiene por base un pentágono regular de 2,5 m de lado. La apotema de la pirámide mide 4,2 m. ¿Cuál es su superficie lateral?**

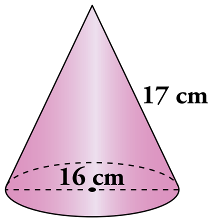
$A_{\text{LAT}} = \dfrac{2{,}5 \cdot 4{,}2}{2} \cdot 5 = 26{,}25 \text{ m}^2$

15. **Halla el área total de estos cuerpos:**

a)



b)



a) $A_{\text{TOTAL}} = \pi(4{,}5 + 2) \cdot 6{,}5 + \pi \cdot 2^2 + \pi \cdot 4{,}5^2 = 208{,}81 \text{ cm}^2$

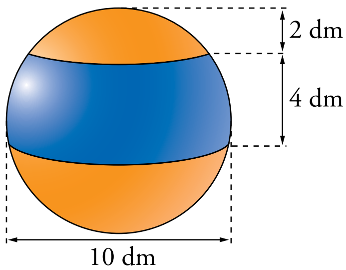
b) $A_{\text{TOTAL}} = \pi \cdot 8 \cdot 17 + 8^2 \cdot \pi = 628 \text{ cm}^2$

16. **Calcula el área total de un ortoedro de dimensiones 3 cm, 4 cm y 12 cm. Halla también la longitud de su diagonal.**

$A_{\text{TOTAL}} = 3 \cdot 4 \cdot 2 + 12 \cdot 4 \cdot 2 + 12 \cdot 3 \cdot 2 = 192 \text{ cm}^2$

$d = \sqrt{12^2 + 3^2 + 4^2} = 13 \text{ cm}$

17. **Calcula las superficies del casquete esférico de 2 dm de altura y de una zona esférica de 4 dm de altura contenidos en una esfera de 10 dm de diámetro.**



$A_{\text{CASQUETE ESFÉRICO}} = 2\pi \cdot 5 \cdot 2 = 62{,}8 \text{ dm}^2$

$A_{\text{ZONA ESFÉRICA}} = 2\pi \cdot 5 \cdot 4 = 125{,}6 \text{ dm}^2$

18. **El área total de un cubo es de 150 dm². Halla su diagonal.**

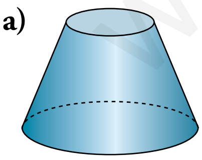
$A = l^2 \cdot 6 = 150 \rightarrow l^2 = 25 \rightarrow l = 5 \text{ dm}$

$d = \sqrt{5^2 + 5^2 + 5^2} = 5\sqrt{3} \approx 8{,}66 \text{ dm}$

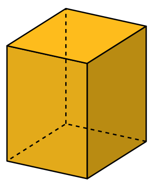
Secciones en los cuerpos geométricos

19. **Busca y dibuja los posibles cortes de un plano con cada uno de estos cuerpos geométricos para obtener un cuadrado, un rectángulo, un trapecio, una circunferencia, una elipse, un pentágono y un hexágono.**

a)



b)



Un cuadrado → En b), planos perpendiculares a la altura.

Un rectángulo → En b), planos perpendiculares a la base.

Un trapecio → En a), planos que corten a las dos bases.

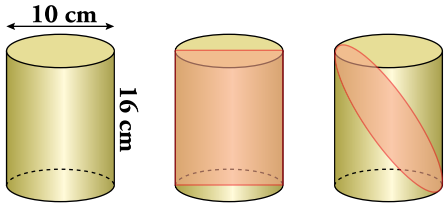
Una circunferencia → En a), planos paralelos a las bases.

Una elipse → En a), planos inclinados que no corten a las bases.

Un pentágono → En b), plano por un vértice y que corte la cara opuesta.

Un hexágono → En b), plano inclinado que corte a las dos bases.

20. **Observa este cilindro y las secciones que podemos obtener en él. La primera es el mayor rectángulo y la segunda, la mayor elipse.**



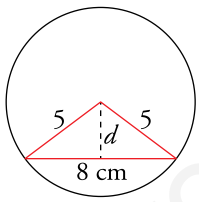
a) Halla las dimensiones del rectángulo y de la elipse.

b) ¿Por dónde habría que cortar el cilindro para obtener un rectángulo cuya altura fuera el doble que la base? ¿Y una elipse cuyos ejes mayor y menor fueran 12,5 cm y 10 cm, respectivamente?

a) RECTÁNGULO: largo $\rightarrow$ 16 cm; ancho $\rightarrow$ 10 cm

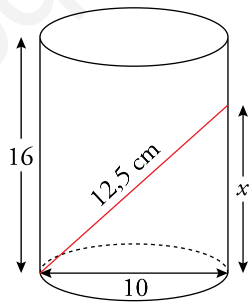
EJES DE LA ELIPSE: mayor $\rightarrow$ $\sqrt{16^2 + 10^2} = 18{,}87$ cm; menor $\rightarrow$ 10 cm

b) Para obtener ese rectángulo habría que cortar el cilindro por un plano perpendicular a la base, a 3 cm del centro de la misma.



$$d = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3 \text{ cm}$$

Para obtener esa elipse habría que cortar el cilindro por un plano inclinado que pasase por un punto de la circunferencia de la base y por un punto a 7,5 cm de altura en una generatriz opuesta.



$$x = \sqrt{12{,}5^2 - 10^2} = 7{,}5 \text{ cm}$$

Página 235

Resuelve problemas

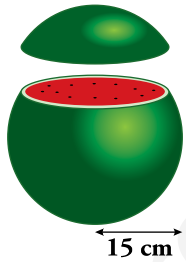
21. **Begoña ha partido para la familia una sandía en dos trozos y entre todos se han comido el trozo grande. El trozo pequeño es un casquete de 14 cm de altura en el cual vemos una sección de circunferencia de 56 cm de diámetro. ¿Qué radio tenía la sandía?**

Haciéndolo como en el ejemplo resuelto de arriba:

$$r^2 = (r - 14)^2 + \left(\frac{56}{2}\right)^2 = 35$$

El radio de la sandía era de 35 cm.

22. **Marcos ha cortado una sandía de 15 cm de radio. La zona roja comestible ocupa una superficie de unos 407 cm² que corresponde al 90 % de la sección. ¿A qué altura se ha cortado la sandía?**



El 100 % de la sección por la que se ha cortado la sandía es $\frac{407}{90} \cdot 100 = 452{,}22 \text{ cm}^2$.

Despejando de la fórmula del área de un círculo, se obtiene que el radio de la sección es de aproximadamente $r = \sqrt{\frac{452{,}22}{\pi}} = 12$ cm, por tanto la altura a la que se ha cortado la sandía es a $h = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$ cm del centro.

Página 236

23. **Queremos forrar un cajón de embalaje de dimensiones 0,6 m × 0,5 m × 0,4 m con una chapa metálica.**

a) ¿Cuánto costará hacerlo si la chapa está a 18 €/m²?

b) Si queremos cubrir las aristas con un embellecedor de madera de 23 €/m, ¿cuánto dinero hemos de pagar?

a) $A = 2(0{,}6 \cdot 0{,}5 + 0{,}5 \cdot 0{,}4 + 0{,}6 \cdot 0{,}4) = 1{,}48 \text{ m}^2$

El precio es $1{,}48 \cdot 18 = 26{,}64$ €.

b) La suma de longitudes de todas las aristas es 6 m.

Hemos de pagar $23 \cdot 6 = 138$ €.

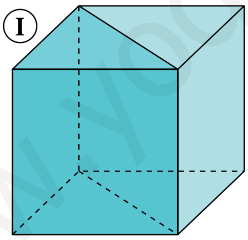
24. **Deseamos construir con alambres el esqueleto de todos los poliedros regulares, de modo que cada una de las aristas mida 1 dm. ¿Qué cantidad de alambre utilizaremos en cada uno de ellos?**

	TETRAEDRO	CUBO	OCTAEDRO	DODECAEDRO	ICOSAEDRO
NÚMERO DE ARISTAS	6	12	12	30	30
LONGITUD TOTAL	6 dm	12 dm	12 dm	30 dm	30 dm

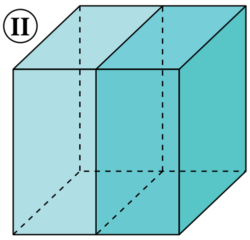
25. **Aníbal quiere forrar un cubo de 4 cm de arista con láminas de oro a 5 €/cm². ¿Cuánto le costará?**

Finalmente, ha decidido cortarlo para hacer dos pisapapeles iguales, pero no sabe de qué forma hacerlo de manera que al forrarlo le salga más barato: como indica la figura I o como indica la II. ¿Puedes ayudarle?

I



II



El área total del cubo es $6 \cdot 4^2 = 96 \text{ cm}^2$.

A Antonio le costará forrar el cubo $96 \cdot 5 = 480$ €.

I El área de cada mitad es $48 + 4 \cdot 4\sqrt{2} = 70{,}63 \text{ cm}^2$.

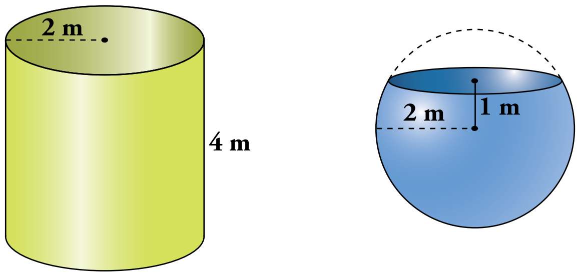
II El área de cada mitad es $48 + 4^2 = 64 \text{ cm}^2$.

La opción II tiene menor superficie. Es, por tanto, la opción más barata.

26. **Las paredes de un pozo de 12 m de profundidad y 1,6 m de diámetro han sido enfoscadas con cemento. El precio del trabajo es de 40 € el metro cuadrado. ¿Cuál ha sido el coste?**

$2\pi rh = 60{,}288 \text{ m}^2 \rightarrow$ El coste ha sido de 2 411,52 €, aproximadamente.

27. **Un pintor ha cobrado 1 000 € por impermeabilizar el interior del depósito sin tapa de la izquierda. ¿Cuánto deberá cobrar por impermeabilizar el de la derecha, también sin tapa?**



El área de la esfera completa es igual que la del cilindro.

El área del depósito de la derecha, de 3 m de altura, es las $\frac{3}{4}$ parte de la del cilindro.

Por tanto, el coste será $\frac{3}{4} \cdot 1\,000 = 750$ €.

28. **Una verja se compone de 20 barrotes de hierro de 2,5 m de altura y 1,5 cm de diámetro. Hay que darles una mano de minio a razón de 24 €/m². ¿Cuál es el coste?**

Superficie de un barrote = $2\pi \cdot 0{,}0075 \cdot 2{,}5 = 0{,}11775$ m^2

Superficie total = $0{,}11775 \cdot 20 = 2{,}355$ m^2

Coste = $2{,}355 \cdot 24 = 56{,}52$ €.

29. **Una caja en forma de ortoedro tiene 9 dm de larga y 6 dm de ancha. Su superficie total es 228 dm². Halla su altura y su diagonal.**

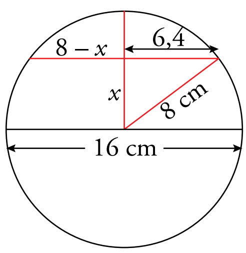
$A_{\text{TOTAL}} = 9 \cdot \text{h} \cdot 2 + 9 \cdot 6 \cdot 2 + 6 \cdot \text{h} \cdot 2 = 108 + 30\text{h} = 228 \;\rightarrow\; \text{h} = 4$ dm

$d = \sqrt{4^2 + 6^2 + 9^2} = \sqrt{133} \approx 11{,}53$ dm

30. **María corta un queso de bola de 16 cm de diámetro de tal manera que se obtiene una circunferencia de 6,4 cm de radio. ¿Qué altura tienen los dos quesos si se apoyan sobre el corte? ¿Por qué?**

$8^2 = x^2 + 6{,}4^2 \;\rightarrow\; x = 4{,}8$

El trozo grande tendrá una altura de 4,8 + 8 = 12,8 cm y el trozo pequeño, 8 – 4,8 = 3,2 cm.



31. **Ejercicio resuelto.**

Ejercicio resuelto en el libro del alumnado.

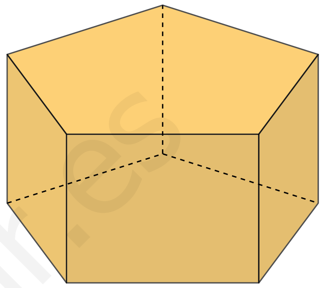
32. **Un vaso cuya base tiene un diámetro de 4 cm se ha llenado de agua hasta la mitad. Lo inclinamos hasta que llegue al borde y se ha formado una elipse el triple de larga que de ancha. ¿Qué cantidad de agua contiene el vaso?**

La altura del vaso es: $alt = \sqrt{12^2 - 4^2} = 11{,}3$ cm

El volumen del vaso es: $V = \pi \cdot 2^2 \cdot 11{,}3 \approx 142 \text{ cm}^3$

Hay 71 cm^3 de agua, aproximadamente.

33. **Indica por dónde debe cortar un plano a este prisma para obtener:**



a) Un cuadrado.

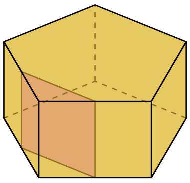
b) El triángulo con mayor altura posible.

c) El rectángulo con más superficie posible.

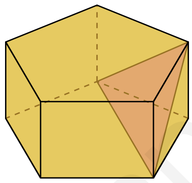
d) Un pentágono regular y uno irregular.

e) El trapecio con mayor área posible.

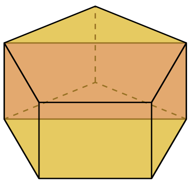
a)



b)



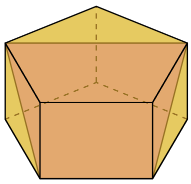
c)



d) Pentágono regular: plano paralelo a las bases.

Pentágono irregular: plano inclinado paralelo a las bases y que corte a las cinco caras laterales.

e)

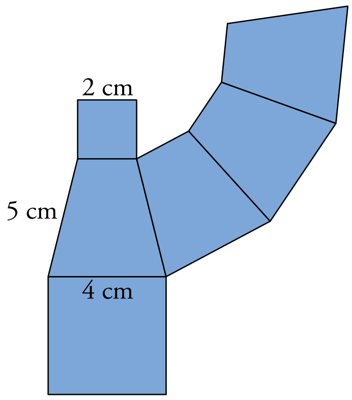


Página 237

Problemas "+"

34. **Dibuja en tu cuaderno el desarrollo de un tronco de pirámide cuadrangular regular cuyas aristas miden: las de la base mayor, 4 cm; las de la menor, 2 cm, y las laterales, 5 cm.**

Halla su área total. (Las caras laterales son trapecios. Comprueba que su altura es de 4,9 cm).



Altura de una cara lateral, $h = \sqrt{5^2 - 1^2} = 4{,}9$ cm

$A_{TOTAL} = 2^2 + 4^2 + 4 \cdot \left(\frac{2+4}{2}\right) \cdot 4{,}9 = 78{,}8 \text{ cm}^2$

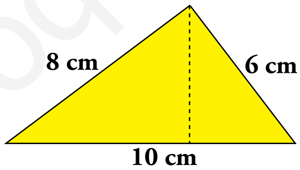
35. **El desarrollo lateral de un cono es un semicírculo de radio 12 cm.**

Halla el radio de su base y su altura.

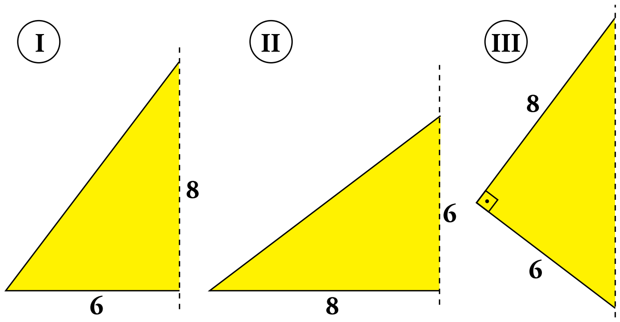
$2\pi r = 12\pi \rightarrow r = 6$ cm

$12^2 = 6^2 + h^2 \rightarrow h = \sqrt{108} = 10{,}39$ cm

36. **a) Comprueba que la altura de este triángulo rectángulo es de 4,8 cm.**



b) Halla la superficie total de las figuras engendradas por este triángulo al girar alrededor de cada uno de sus lados.

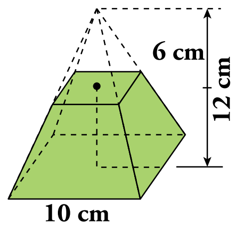


a) $\frac{10 \cdot h}{2} = \frac{8 \cdot 6}{2} \rightarrow h = 4{,}8$ cm

b) (I) $\pi \cdot 6 \cdot 10 + \pi \cdot 6^2 = 301{,}44$ (II) $\pi \cdot 8 \cdot 10 + \pi \cdot 8^2 = 452{,}16$

(III) $\pi \cdot 4{,}8 \cdot 8 + \pi \cdot 4{,}8 \cdot 6 = 211$

37. **Una pirámide regular de base cuadrada de 10 cm de lado y altura 12 cm es cortada por un plano a mitad de su altura. Halla el área total del tronco de pirámide resultante.**



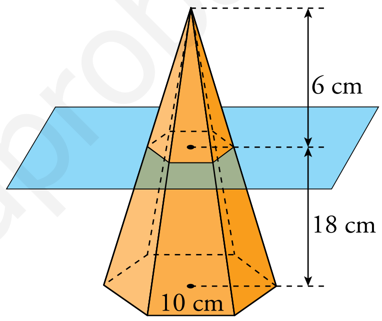
Apotema de la pirámide grande, $a = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$ cm

$$\left.\begin{array}{l} A_{\text{LAT}} \text{ pirámide grande, } A_1 = 4 \cdot \dfrac{10 \cdot 13}{2} = 260 \text{ cm}^2 \\[2ex] A_{\text{LAT}} \text{ pirámide pequeña, } A_2 = \dfrac{1}{4}A_1 = \dfrac{1}{4}260 = 65 \text{ cm}^2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} A_{\text{LAT}} \text{ tronco, } A = A_1 - A_2 = \\ = 260 - 65 = 195 \text{ cm}^2 \end{array}$$

A_{TOTAL} tronco $= 195 + 10^2 + 5^2 = 320$ cm^2

38. **La base de una pirámide regular es un hexágono de 10 cm de lado. Su altura es 24 cm.**

Se corta por un plano que pasa a 18 cm de la base. Halla el área total del tronco de pirámide que resulta.



Apotema de la base mayor, $a = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} \approx 8,66$ cm

Calculamos la apotema de la base menor, a':

$\dfrac{a'}{6} = \dfrac{a}{24} \rightarrow a' = \dfrac{8,66 \cdot 6}{24} = 2,165$ cm

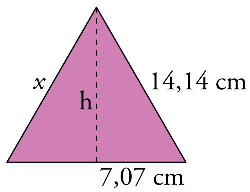
$l_{\text{HEXÁGONO MENOR}} = \dfrac{a' \cdot 2}{\sqrt{3}} = 2,5$ cm

Altura de una cara lateral, $\text{h} = \sqrt{18^2 + (a - a')^2} = 19,13$ cm

$A_{\text{BASES}} = 3 \cdot 10 \cdot a + 3 \cdot 2,5 \cdot a' = 259,8 + 16,238 = 276,038$ cm^2

$A_{\text{TOTAL}} = 276,038 + (10 + 2,5) \cdot 19,13 \cdot 3 = 276,038 + 717,375 = 993,413$ cm^2

39. **Halla el área total de un octaedro regular en el que la distancia entre dos vértices no contiguos es 20 cm.**



$x^2 + x^2 = 20^2 \rightarrow x^2 = 200 \rightarrow x = \sqrt{200} \approx 14,14$ cm

$\text{h} = \sqrt{14,14^2 - 7,07^2} = 12,25$ cm

$A_{\text{TOTAL}} = 8 \cdot \dfrac{14,14 \cdot 12,25}{2} = 692,86$ cm^2

40. **Un vaso de tubo de 15,5 cm de alto se ha llenado hasta la mitad con un refresco. Al inclinarlo, el líquido se queda hasta el borde. Si la superficie del refresco es una elipse cuyo eje mayor es 4 veces el eje menor, ¿qué cantidad de refresco hay en el vaso?**

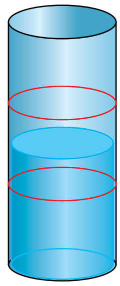
Calculamos la medida de los ejes: $(4x)^2 = x^2 + 15,5^2 \rightarrow 15x^2 = 240,25 \rightarrow x = \sqrt{16,02} \approx 4$

El eje menor mide 4 cm y el mayor 16 cm.

El volumen del vaso es: $V = \pi \cdot 2^2 \cdot 15,5 \approx 194,7$ cm^3

Hay 97,35 cm^3 de refresco, aproximadamente.

41. **Una probeta cilíndrica, que se ha llenado hasta la mitad, tiene dos marcas que dividen su altura en tres partes iguales. Al inclinarla de modo que el líquido toque una de las marcas, por el lado opuesto tocará la otra. Si la superficie del líquido es una elipse cuyo eje mayor mide 10 cm y cuyo eje menor mide 8 cm, ¿qué altura tiene la probeta? ¿Qué cantidad de líquido contiene?**



Sea $x = \frac{1}{3}$ de la altura de la probeta. Entonces: $x = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$

La altura de la probeta es $6 \cdot 3 = 18$ cm.

El volumen de la probeta es: $V = \pi \cdot 4^2 \cdot 18 \approx 904{,}3 \text{ cm}^3$

Hay $452{,}2 \text{ cm}^3$ de líquido en la probeta, aproximadamente.

Reflexiona sobre la teoría

42. **a) En un cubo, en un tetraedro y en un octaedro es fácil contar el número de aristas y el número de vértices. Hazlo.**

Para contar el número de aristas de un dodecaedro, razonamos así:

- **Cada cara tiene 5 aristas y hay 12 caras: 5 · 12 = 60.**
- **Pero cada dos caras comparten una arista común, por lo que el número de aristas es 60 : 2 = 30.**

Para contar el número de vértices razonamos de forma similar:

- **Cada cara tiene 5 vértices: 5 · 12 = 60.**
- **Pero cada tres caras comparten un vértice, por lo que el número de vértices es 60 : 3 = 20.**

b) Calcula cuántas aristas y cuántos vértices tiene el icosaedro regular.

c) Completa en tu cuaderno la siguiente tabla:

	CARAS	ARISTAS	VÉRTICES
TETRAEDRO	4		
CUBO	6		
OCTAEDRO	8		
DODECAEDRO	12		
ICOSAEDRO	20		

	CARAS	ARISTAS	VÉRTICES
TETRAEDRO	4	6	4
CUBO	6	12	8
OCTAEDRO	8	12	6
DODECAEDRO	12	30	20
ICOSAEDRO	20	30	12

Comprueba que en los cinco poliedros regulares se cumple la siguiente relación:

CARAS + VÉRTICES – ARISTAS = 2

b) • Número de aristas: Cada cara tiene 3 aristas y hay 20 caras $\rightarrow$ $3 \cdot 20 = 60$

Pero cada dos caras tienen una arista común. Por tanto, el número de aristas es $60 : 2 = 30$.

• Número de vértices: Cada cara tiene 3 vértices $\rightarrow$ $3 \cdot 20 = 60$

Pero cada 5 caras comparten un mismo vértice, por lo que el número de vértices es $60 : 5 = 12$.

c) C + V = A + 2

Taller de matemáticas

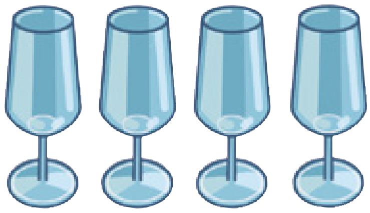
Página 238

Lee y reflexiona

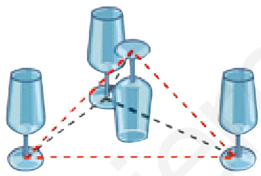
Las copas equidistantes

Cuando estés con tus amigos o con tu familia en una comida, puedes plantearles este juego de mesa.

Tienes cuatro copas como estas:



La pregunta es: ¿cómo colocar estas copas de forma que sus pies equidisten entre sí? La solución es la siguiente:



- **Si unimos los pies de las copas como si fueran puntos, ¿qué poliedro conocido forman?**

  Los pies de las copas forman un tetraedro.

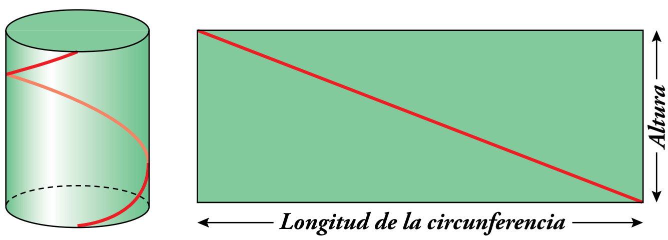
Experimenta y disfruta

Escalera de caracol

¿Cómo medimos la longitud de una escalera de caracol?

Imagínate un cilindro que la envuelve y que lo desarrollamos cortándolo como ves en la figura.

De esta forma, es más fácil, ¿verdad?

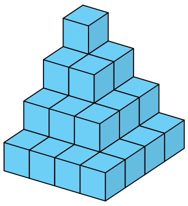


$$l = \sqrt{(2\pi r)^2 + h^2}$$

Página 239

Entrénate resolviendo problemas

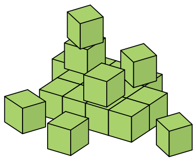
- **¿Cuántos cubos componen esta figura? ¿Cuántos no ves?**



La figura la componen 30 cubos y no se ven 14.

- **Se ha construido un prisma recto de base rectangular con 60 cubos de 1 cm de arista. ¿Cuál es la altura del prisma, sabiendo que el perímetro de la base mide 14 cm?**

Hay más de una solución.

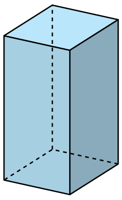


La altura será de 5 cm (base de 3 × 4), 6 cm (base de 2 × 5) o 10 cm (base de 6 × 1).

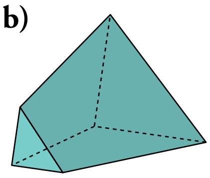
Autoevaluación

1. Escribe el nombre de estos cuerpos geométricos:

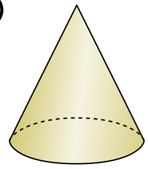
a)



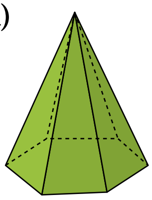
b)



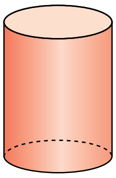
c)



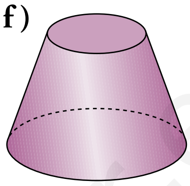
d)



e)



f)



a) Ortoedro

b) Poliedro no catalogable

c) Cono

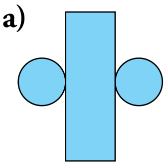
d) Pirámide hexagonal

e) Cilindro

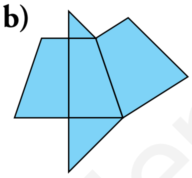
f) Tronco de cono

2. Indica a cuáles de los cuerpos geométricos del ejercicio anterior corresponde cada uno de los siguientes desarrollos:

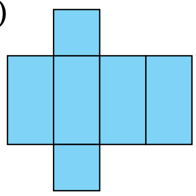
a)



b)



c)

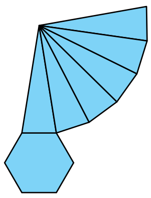


Dibuja en tu cuaderno el desarrollo del poliedro del apartado d) del ejercicio 1.

a) Es el desarrollo del cilindro del apartado e).

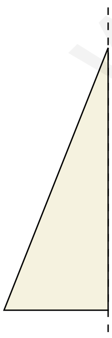
b) Es el desarrollo de la figura del apartado b).

c) Es el desarrollo del ortoedro del apartado a).

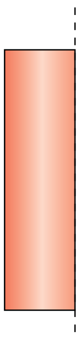


3. Dibuja en tu cuaderno la figura plana, y el eje sobre el cual gira, que genera cada uno de los cuerpos de revolución del ejercicio 1.

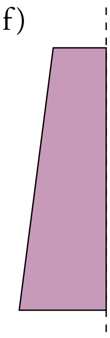
c)



e)

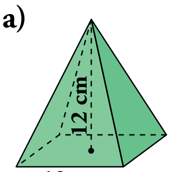


f)

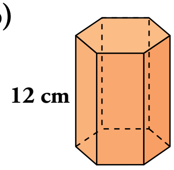


4. **Calcula el área de cada poliedro:**

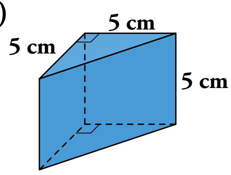
a)



b)



c)



a) h = 13 cm

$A_{TOTAL} = 100 + 4 \cdot 65 = 360 \text{ cm}^2$

b) $a = \sqrt{18,75} \approx 4,33$ cm

$A_{BASES} = 6 \cdot 5 \cdot 4,33 \approx 130 \text{ cm}^2$

$A_{LAT} = 360 \text{ cm}^2$

$A_{TOTAL} = 490 \text{ cm}^2$

c) $x = 5\sqrt{2} \approx 7,07$ cm

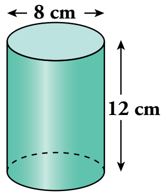
$A_{BASES} = 2 \cdot 12,5 = 25 \text{ cm}^2$

$A_{LAT} = 85,36 \text{ cm}^2$

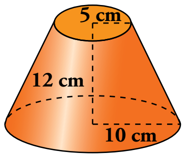
$A_{TOTAL} = 110,35 \text{ cm}^2$

5. **Halla el área de estos cuerpos de revolución:**

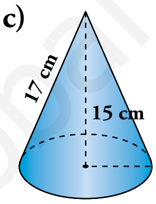
a)



b)



c)



a) $A_{TOTAL} = 2 \cdot 4^2 \cdot \pi + 12 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 4 = 401,92 \text{ cm}^2$

b) $A_{TOTAL} = 1\,004,8 \text{ cm}^2$

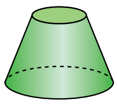
c) $r = 8$ cm

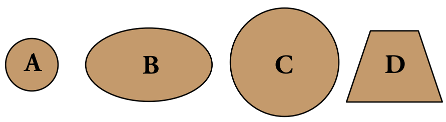
$A_{LAT} = 427,04 \text{ cm}^2$

$A_{BASE} = 200,96 \text{ cm}^2$

$A_{TOTAL} = 628 \text{ cm}^2$

6. **Copia en tu cuaderno este tronco de cono y dibuja los planos que le deben cortar para obtener cada una de estas figuras planas.**





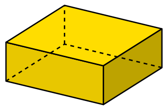
A: plano paralelo a las bases y muy cercano a la base pequeña.

B: plano inclinado que no corte las bases.

C: plano paralelo a las bases y muy cercano a la base grande.

D: plano perpendicular a las bases.

7. Indica qué cortes planos hemos de darle a este poliedro para obtener estos polígonos:



a) Triángulo. **b) Cuadrado.** **c) Rectángulo.**

d) Trapecio. **e) Rombo.** **f) Pentágono.**

a) Plano que pasa por un vértice y corte a la base opuesta antes de la diagonal.

b) Plano perpendicular a las bases que corte a las mismas por un segmento de longitud igual a la altura del prisma.

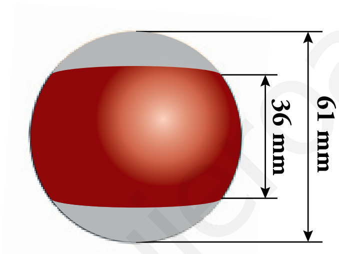
c) Plano perpendicular a cualquiera de las bases.

d) Plano inclinado que corte a ambas bases.

e) Plano que pase por dos vértices opuestos formando 45 grados con las bases.

f) Plano que pase por un vértice y corte a la base opuesta después de la diagonal.

8. Esther quiere pintar 15 bolas blancas de 61 mm de diámetro para hacerlas de billar. Hay 7 bolas lisas (totalmente pintadas), una negra y 7 bolas rayadas que las pintará como muestra la figura.



Si la pintura vale 100 €/m^2, ¿cuánto le costará pintar todas las bolas?

Hay que pintar enteras 8 bolas, las 7 bolas lisas más la negra.

La superficie de la esfera es $4\pi r^2$ y las bolas tienen un radio de 61 : 2 = 30,5 mm.

Entonces, la pintura para estas 8 bolas es: $8 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 30{,}5^2 = 93\,471{,}5$ mm^2

La pintura de las 7 bolas rayadas es: $7 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 30{,}5 \cdot 36 = 48\,268{,}1$ mm^2

La pintura necesaria total es: $93\,471{,}5 + 48\,268{,}1 = 141\,739{,}6$ mm^2 = 0,1417396 m^2

Y como el precio es de 100 € por cada metro cuadrado: 0,1417396 m^2 · 100 €/m^2 = 14,17 €

La pintura costará 14,17 €.