1.- Dada la función f(x):

$$d)\ f(x)=\begin{cases} 2x+9 & si\ x\le -4 \\ \dfrac{-2}{x+3} & si\ -4<x\le 0 \\ -x^2+2x & si\ \ 0<x\le 2 \\ \log_2(x-2) & si\ \ x>2 \end{cases}$$

Se pide: a) Representación; b) Dominio; c) Recorrido d) Intervalos de crecimiento y decrecimiento; e) ¿Dónde f(x)>0?; f) f(-4); g) $\lim\limits_{x\to -4^+} f(x)$;

h) $\lim\limits_{x\to -4^-} f(x)$; i) $\lim\limits_{x\to -4} f(x)$; j) f(-3) ; k) $\lim\limits_{x\to -3} f(x)$;

(4 puntos)

2.- Cómo se llaman cada una de las siguientes funciones. Calcular su dominio.

a) $f(x)=3x^4+3x^2+7x-3$; b) $f(x)=\dfrac{-2}{-x+3}$ c) $f(x)=\dfrac{x^5-3x^3+2x}{2x^2-x-6}$

d) $f(x)=2^{-x}$ e) $f(x)=\log_2(x+4)$ f) $f(x)=\sqrt{x-3}$

(1 puntos)

3.- Calcular los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(\dfrac{5x^2+1}{x}+\dfrac{3-x^2}{x+2}\right)$ b) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2-\sqrt{x+4}}{x}$

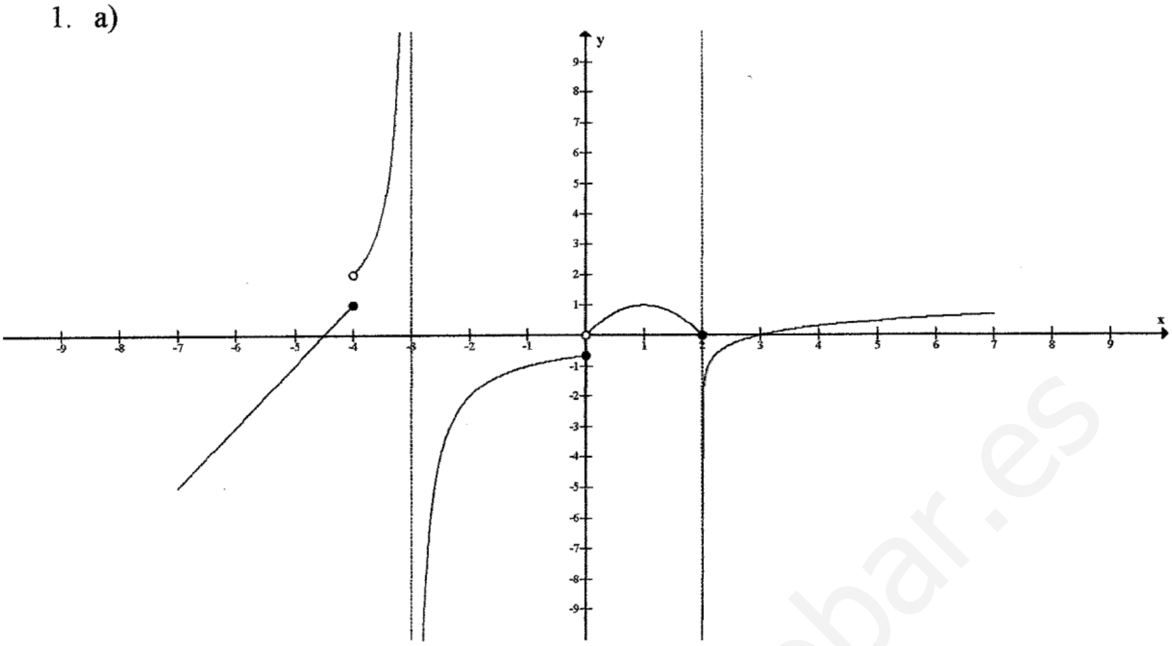
c) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x^2-11x+14}{4x^2-16x+16}$ d) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\sqrt{4x^2+2x}-\sqrt{4x^2-3}\right)$

e) $\lim\limits_{x\to 2}\left(\dfrac{x+3}{2x+1}\right)^{\frac{3}{x-2}}$

(Cada límite 1 punto)

SOLUCIONES

1. **a)**



b) Dom f(x) = $\Re - \{-3\}$
c) Im f(x) = $\Re$
d) Crece $(-\infty, -4) \cup (-4, -3) \cup (-3, 0) \cup (0, 1) \cup (2, +\infty)$; Decrece $(1, 2)$
e) f(x) > 0 en $(-4'5, -4) \cup (-4, -3) \cup (0, 2) \cup (3, +\infty)$
f) f(–4) = 1
g) $\lim\limits_{x \to -4^-} f(x) = 1$
h) $\lim\limits_{x \to -4^+} f(x) = 2$
i) $\lim\limits_{x \to -4} f(x) = \text{no existe}$
j) f(–3) = no existe
k) $\lim\limits_{x \to -3} f(x) = \pm\infty$

2. a) Polinómica, Dom f(x) = $\Re$
b) Racional de proporcionalidad inversa, Dom f(x) = $\Re - \{3\}$
c) Racional polinómica, Dom f(x) = $\Re - \{2, -3/2\}$
d) Exponencial, Dom f(x) = $\Re$
e) Logarítmica, Dom f(x) = $\{x \in \Re \mathbin{/} x > -4\}$
f) Radical, Dom f(x) = $\{x \in \Re \mathbin{/} x \geq 3\}$

3. a) $-\infty$; b) $-1/4$; c) $\pm\infty$; d) ½ ; e) $e^{-3/7}$

ver los límites desarrollados a continuación:

1) a) $y = 2x+9$

x	-5	-4
y	-1	1

$y = \dfrac{-2}{x+3}$

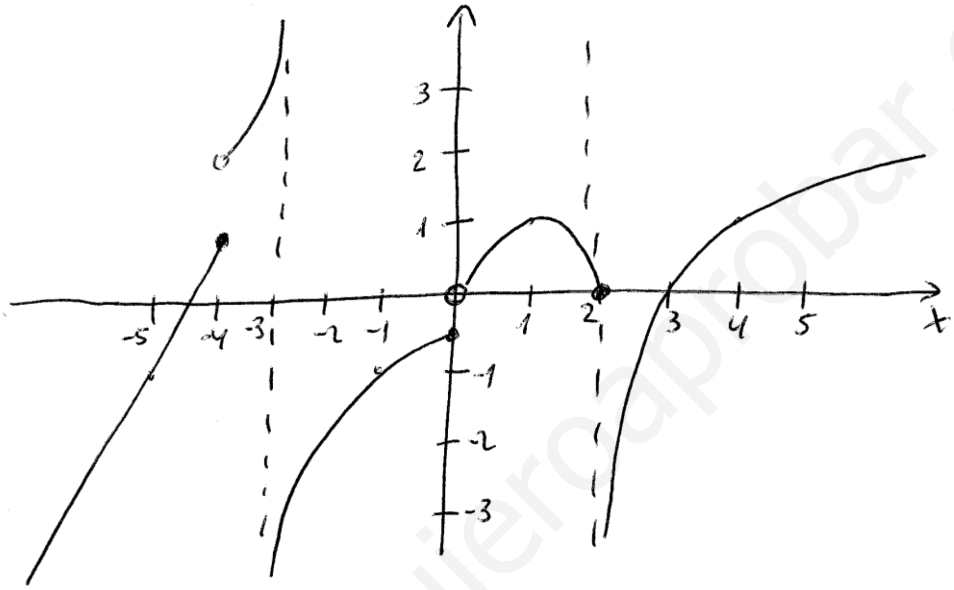
x	-4	-3	-1	0
y	2	∞	-1	$-\frac{2}{3}$

$y = -x^2+2x$

x	0	1	2
y	0	1	0

$y = \log_2 (x-2)$

x	2	3	4
y	$-\infty$	0	1



b) $\text{Dom } f(x) = \mathbb{R} - \{-3\}$

c) $\text{Im } f(x) = \mathbb{R}$

d) Crece $(-\infty,-4) \cup (-4,-3) \cup (-3,0) \cup (0,1) \cup (2,\infty)$

Decrece $(1,2)$

e) $f(x) > 0$ en $(-\frac{9}{2},-4) \cup (-4,-3) \cup (0,2) \cup (3,\infty)$

f) $f(-4) = 1$ g) $\lim_{x\to -4^-} f = 1$ h) $\lim_{x\to -4^+} f = 2$

i) $\lim_{x\to -4} f = \nexists$ j) $f(-3) = \nexists$ k) $\lim_{x\to -3} f = \pm\infty$

2)

a) Polinómica, $Dom\, f = \mathbb{R}$

b) Racional, de proporcionalidad inversa.

$Dom\, f = \mathbb{R} - \{3\}$

c) Racional polinómica, $Dom\, f = \mathbb{R} - \{2, \frac{-3}{2}\}$

$2x^2 - x - 6 = 0 \quad x = \frac{1 \pm \sqrt{1+48}}{4} = \frac{1 \pm 7}{4} \begin{cases} 2 \\ -\frac{3}{2} \end{cases}$

d) Exponencial, $Dom\, f = \mathbb{R}$

e) Logarítmica, $Dom\, f = \{x \in \mathbb{R} / x > -4\}$

$x + 4 > 0 \rightarrow x > -4$

f) Radical, $Dom\, f = \{x \in \mathbb{R} / x \geq 3\}$

$x - 3 \geq 0 \quad x \geq 3$

3) a) $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(\dfrac{5x^2+1}{x} + \dfrac{3-x^2}{x+2} \right) = (\infty - \infty) =$

$\lim\limits_{x \to -\infty} \left(\dfrac{5x^3+10x^2+x+2+3x-x^3}{x^2+2x} \right) =$

$\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{4x^3+10x^2+4x+2}{x^2+2x} = -\infty$

b) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{2-\sqrt{x+4}}{x} = \left(\dfrac{0}{0}\right) = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{(2-\sqrt{x+4})(2+\sqrt{x+4})}{x(2+\sqrt{x+4})} =$

$= \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{4-(x+4)}{x(2+\sqrt{x+4})} = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{-x}{x(2+\sqrt{x+4})} =$

$= \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{-1}{2+\sqrt{x+4}} = \dfrac{-1}{4}$

c) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{2x^2-11x+14}{4x^2-16x+16} = \left(\dfrac{0}{0}\right) =$

$\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{2(x-7/2)\cancel{(x-2)}}{4(x-2)^{\cancel{2}}} = \lim\limits_{x \to 2} \dfrac{2(x-7/2)}{4(x-2)} =$

$= \dfrac{-3}{0} = \pm\infty$

$\lim\limits_{x \to 2^-} \dfrac{(2x-7)}{4(x-2)} = +\infty$

$\lim\limits_{x \to 2^+} \dfrac{(2x-7)}{4(x-2)} = -\infty$

3) d) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{4x^2+2x} - \sqrt{4x^2-3}\right) = (\infty - \infty) =$

$$\lim_{x\to\infty} \left(\sqrt{4x^2+2x} - \sqrt{4x^2-3}\right) \frac{\left(\sqrt{4x^2+2x} + \sqrt{4x^2-3}\right)}{\left(\sqrt{4x^2+2x} + \sqrt{4x^2-3}\right)} =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{(4x^2+2x) - (4x^2-3)}{\sqrt{4x^2+2x} + \sqrt{4x^2-3}} =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{2x+3}{\sqrt{4x^2+2x} + \sqrt{4x^2-3}} = \left(\frac{\infty}{\infty}\right) =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{2 + 3/x}{\sqrt{\frac{4x^2+2x}{x^2}} + \sqrt{\frac{4x^2-3}{x^2}}} = \frac{2+0}{\sqrt{4}+\sqrt{4}} = \frac{2}{2+2} = \frac{1}{2}$$

e) $\lim\limits_{x\to 2} \left(\frac{x+3}{2x+1}\right)^{\frac{3}{x-2}} = [1^{\infty}] =$

$$\lim_{x\to 2} \left(1 + \frac{x+3}{2x+1} - 1\right)^{\frac{3}{x-2}} = \lim_{x\to 2} \left(1 + \frac{-x+2}{2x+1}\right)^{\frac{3}{x-2}} =$$

$$= \lim_{x\to 2} \left(1 + \frac{1}{\frac{2x+1}{-x+2}}\right)^{\frac{3}{x-2}} = \lim_{x\to 2} \left[\left(1 + \frac{1}{\frac{2x+1}{-x+2}}\right)^{\frac{2x+1}{-x+2}}\right]^{\frac{-x+2}{2x+1}\cdot\frac{3}{x-2}}$$

$$= \cancel{\lim_{x\to 2}}\, e^{\lim\limits_{x\to 2} \frac{(-x+2)\,3}{(2x+1)(x-2)}} = e^{\lim\limits_{x\to 2} \frac{-3\cancel{(x-2)}}{(2x+1)\cancel{(x-2)}}} =$$

$$= e^{\lim\limits_{x\to 2} \frac{-3}{2x+1}} = e^{-\frac{3}{7}}$$