1. Hallar la recta tangente a la curva de ecuación $y = Ln\,(x^2 - 3)$ en el punto de abscisa $x = 2$.

2. Deriva y simplifica las siguientes funciones:

a) $y = \text{Ln}\left(\dfrac{\text{Ln}\ x}{x}\right)$

b) $y = \dfrac{1 - x}{\sqrt{1 + x^2}}$

c) $y = \text{Ln}\sqrt{\dfrac{1 + \text{sen}\ x}{1 - \text{sen}\ x}}$

3. Considera la siguiente función: $f(x) = \dfrac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$, se pide:

   a) ¿Cómo se llama esta función?
   b) Dominio.
   c) Corte con el eje de abscisas.
   d) Monotonía (intervalos de crecimiento y decrecimiento).
   e) Máximos y mínimos.
   f) Curvatura (concavidad y convexidad).
   g) Puntos de inflexión.
   h) Asíntotas.
   i) Con los resultados anteriores intenta hacer una representación gráfica.

4. En una oficina de correos sólo se admiten paquetes con forma de paralelepípedo rectangular, tales que la altura sea igual a la anchura y además, la suma del ancho, alto y largo debe ser 72 cm. Hallar las dimensiones del paralelepípedo para que el volumen sea máximo.

1.- $y = \ln(x^2-3)$ en $x=2$.

$y' = \dfrac{2x}{x^2-3}$ $\qquad y'(2) = \dfrac{4}{4-3} = 4 = m$

$y(2) = \ln(4-3) = \ln 1 = 0 =$ $\qquad P(2,0)$

recta tangente $\qquad y - 0 = 4(x-2)$

$$\boxed{y = 4x-8}$$

2.- a) $y = \ln\left(\dfrac{\ln x}{x}\right)$

$$y' = \frac{1}{\left(\frac{\ln x}{x}\right)} \cdot \frac{\frac{1}{x}\cdot x - \ln x \cdot 1}{x^2} = \frac{x}{\ln x} \cdot \frac{1-\ln x}{x^2} =$$

$$= \frac{1-\ln x}{x \cdot \ln x}$$

b) $y = \dfrac{1-x}{\sqrt{1+x^2}}$

$$y' = \frac{(-1)\sqrt{1+x^2} - (1-x)\dfrac{\cancel{2}x}{\cancel{2}\sqrt{1+x^2}}}{\left(\sqrt{1+x^2}\right)^2} =$$

$$= \frac{\dfrac{(-1)\left(\cancel{\sqrt{1+x^2}}\right)^{\cancel{2}} - (1-x)\cdot x}{\sqrt{1+x^2}}}{1+x^2} = \frac{-1-x^2-x+x^2}{(1+x^2)^{3/2}} =$$

$$= \frac{-1-x}{(1+x^2)^{3/2}}$$

c) $y = \ln\sqrt{\dfrac{1+\operatorname{sen} x}{1-\operatorname{sen} x}}$

$$y' = \frac{1}{\sqrt{\dfrac{1+\operatorname{sen} x}{1-\operatorname{sen} x}}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\dfrac{1+\operatorname{sen} x}{1-\operatorname{sen} x}}} \cdot \frac{\cos x(1-\operatorname{sen} x) - (1+\operatorname{sen} x)(-\cos x)}{(1-\operatorname{sen} x)^2} =$$

$$= \frac{1}{2\left(\dfrac{1+\operatorname{sen} x}{\cancel{1-\operatorname{sen} x}}\right)} \cdot \frac{\cos x - \cancel{\operatorname{sen} x \cos x} + \cos x + \cancel{\operatorname{sen} x \cos x}}{(1-\operatorname{sen} x)^{\cancel{2}}} =$$

$$= \frac{\cancel{2}\cos x}{\cancel{2}(1+\operatorname{sen} x)(1-\operatorname{sen} x)} = \frac{\cos x}{1-\operatorname{sen}^2 x} = \frac{\cos x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos x}$$

3º) $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x^2-1}$

a) F^{n} polinómica

b) $x^2-1=0 \quad x=\pm 1 \qquad \text{Dom} f = \mathbb{R} - \{1,-1\}.$

c) $x=0 \quad y=-1$, no corta al eje X.

~~d)~~

e) $$f'(x) = \frac{2x(x^2-1)-(x^2+1)2x}{(x^2-1)^2} = \frac{\cancel{2x^3}-2x-\cancel{2x^3}-2x}{(x^2-1)^2}.$$

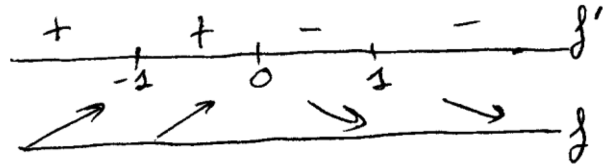
$$= \frac{-4x}{(x^2-1)^2} = 0 \quad \rightarrow x=0.$$

$$f''(x) = \frac{-4(x^2-1)^{\cancel{2}} + 4x\,2(\cancel{x^2-1})2x}{(x^2-1)^{\cancel{4}3}} =$$

$$= \frac{-4x^2+4+16x^2}{(x^2-1)^3} = \frac{12x^2+4}{(x^2-1)^3}$$

$f''(0) < 0 \quad \rightarrow (0,-1)$ MÁXIMO.

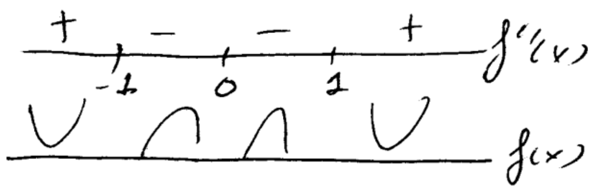
g) $f''(x) \neq 0 \ \forall x \rightarrow$ No tiene Puntos de Inflexión

d) 

Creciente $(-\infty,-1) \cup (-1,0)$

Decreciente $(0,1) \cup (1,\infty)$

g)



CÓNCAVA $(-1,0)\cup(0,1)$

CONVEXA $(-\infty,-1)\cup(1,\infty)$

h) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$ A.H $y=1$

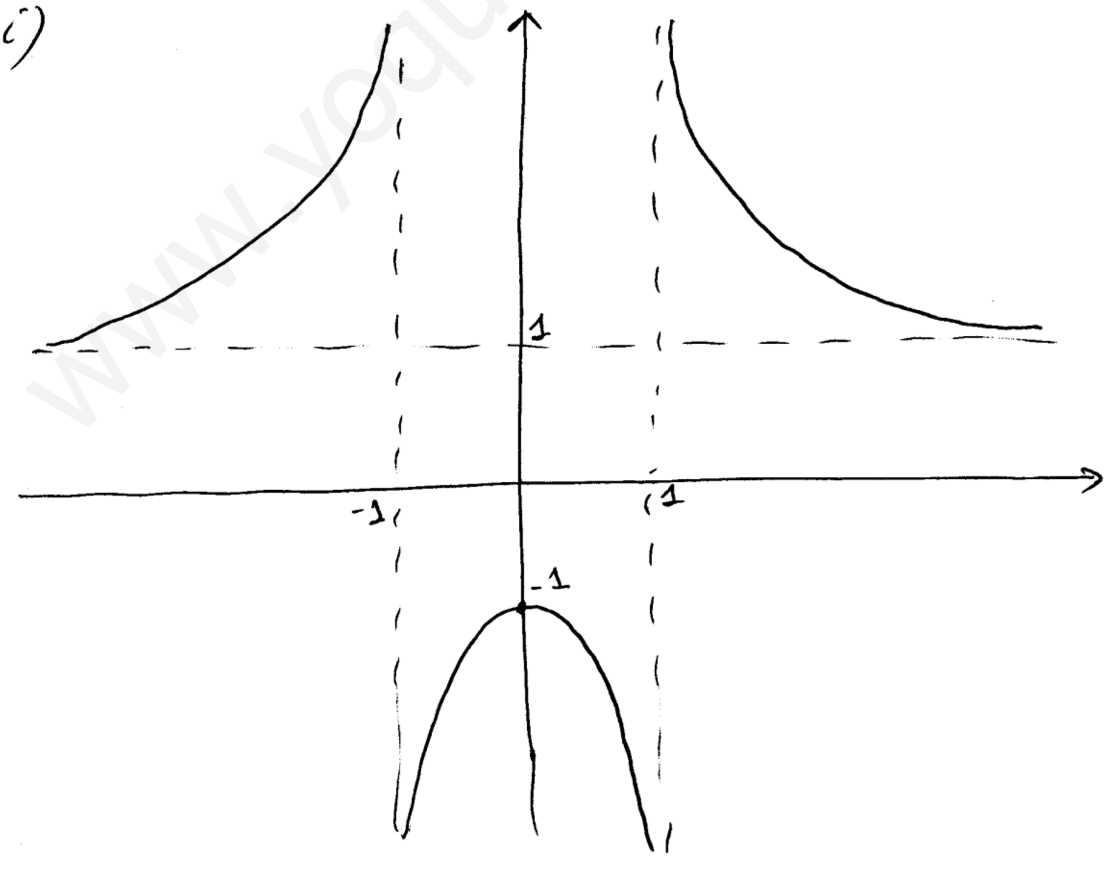
$\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x^2+1}{x^2-1}=+\infty$ / $\lim\limits_{x\to-1^+} f(x)=-\infty$

$\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{x^2+1}{x^2-1}=-\infty$ / $\lim\limits_{x\to-1^-} f(x)=+\infty$

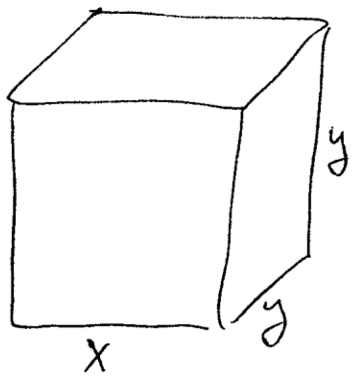
A.V en $x=1$ y $x=-1$

$\nexists$ A.O.

i)



4.-



$$\left.\begin{array}{l} x+2y=72 \\ V=x\cdot y^2 \end{array}\right\}$$

$$x=72-2y \rightarrow V=(72-2y)\,y^2$$

$$V' = -2y^2+(72-2y)2y = -2y^2+144y-4y^2 =$$

$$= -6y^2+144y=0$$

$$-6y(y-24)=0 \begin{array}{l} \rightarrow \cancel{y=0} \\ \rightarrow y=24 \end{array}$$

$$\boxed{y=24} \rightarrow \boxed{x=24}$$