

INECUACIONES RACIONALES.

1.- Resolver, en \mathbf{R} , las siguientes inecuaciones:

a) $\frac{6x-5}{4x+1} < 0$ b) $\frac{2x-3}{3x-7} > 0$ c) $\frac{3}{x-2} < 1$ d) $\frac{1}{x-1} \leq 2$ e) $\frac{4x+3}{2x-5} < 6$ f) $\frac{5x-6}{x+6} < 1$
g) $\frac{8+5x}{2(3-x)} > 1$ h) $\frac{x-1}{x+3} > 2$ i) $\frac{7x-5}{8x+3} > 4$ j) $\frac{x}{x-5} > \frac{1}{2}$ k) $\frac{2x-15}{3x+7} < \frac{1}{2}$ l) $\frac{x+1}{3x-2} < 2$

2.- Indicar para qué valores de $x \in \mathbf{R}$ tienen sentido las siguientes expresiones:

a) $\sqrt{\frac{x+4}{2x-1}}$ b) $\sqrt{\frac{x-1}{2-x}}$ c) $\sqrt{\frac{3-4x}{3x-4}} - 2$ d) $\sqrt{\frac{2x-1}{x+1}} - 1$

3.- Resolver en \mathbf{Z} las siguientes inecuaciones:

a) $\frac{(3x-1)^2}{x+4} \leq 0$ b) $\frac{2-3x}{3x+2} > 0$

4.- Resolver en \mathbf{R} las siguientes inecuaciones:

a) $\frac{1}{2x} - \frac{1}{3x} > \frac{1}{4x} - 1$ b) $\frac{x+1}{x-2} > \frac{3}{x-2} - \frac{1}{2}$ c) $\frac{2}{x-1} < \frac{3}{x}$ d) $\frac{x-1}{x+2} > \frac{x+3}{x-2}$ e) $\frac{5-x}{3-x} < \frac{3x-1}{2-x}$
f) $\frac{1}{x} - \frac{1}{2(x+1)} > 1$ g) $\frac{1}{x+1} < 1 + \frac{1}{x}$ h) $\frac{x^2+1}{x} > \frac{x^2}{x+1}$ i) $\frac{3}{x+1} + \frac{7}{x+2} < \frac{6}{x-1}$ j) $\frac{1+x^3}{x^2-4} < x$

5.- Resolver en \mathbf{R} las siguientes inecuaciones:

a) $\frac{1-2x}{1+x} - \frac{1+x}{1+2x} \geq 1$ b) $\frac{7}{(x-2)(x-3)} + \frac{9}{x-3} + 1 < 0$ c) $2 - \frac{x-3}{x-2} \geq \frac{x-2}{x-1}$ d) $\frac{5}{3-x} + \frac{8}{x+4} - \frac{10}{x+2} \leq 0$
e) $\frac{2(x-4)}{(x-1)(x-7)} \geq \frac{1}{x-2}$ f) $\frac{x-1}{x+1} + \frac{x+1}{x-1} > \frac{10}{3}$ g) $\frac{2x}{x^2-9} \leq \frac{1}{x+2}$ h) $\frac{x^4}{x+2} + \frac{x^4}{3-x} < \frac{(10x-6)x^2}{-x^2+x+6}$
i) $\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-1} > \frac{1}{x}$ j) $\frac{1}{x-8} + \frac{1}{x-6} + \frac{1}{x+6} + \frac{1}{x+8} > 0$

6.- Resolver en \mathbf{R} las siguientes inecuaciones:

a) $\frac{0,5}{x-x^2-1} < 0$ b) $\frac{x^2-5x+6}{x^2+x+1} < 0$ c) $\frac{x^2+2x-3}{x^2+1} < 0$ d) $\frac{(x-1)(x+2)^2}{-1-x} < 0$
e) $\frac{x^2+4x+4}{2x^2-x-1} > 0$ f) $\frac{x^2-7x+12}{2x^2+4x+5} > 0$ g) $\frac{x^2+6x-7}{x^2+1} \leq 2$ h) $\frac{5x^2-2}{4x^2-x+3} < 1$
i) $\frac{4x^2-5x-1}{2x^2-5x+3} < 1$ j) $\frac{(2-x^2)(x-3)^3}{(x+1)(x^2-3x-4)} \geq 0$ k) $\frac{x^4-3x^3+2x^2}{x^2-x-30} > 0$ l) $\frac{x^2-x+1}{x^2+x+1} \geq \frac{1}{3}$

7.- Resolver las siguientes inecuaciones en \mathbf{R} :

$$\begin{array}{llll} \text{a) } 0 < \frac{x}{x^2 - x + 1} < 1 & \text{b) } 0 < \frac{x^2}{-2 + 3x} < 1 & \text{c) } -\frac{2}{3} < \frac{3 - 4x}{5x + 2} < \frac{3}{2} & \text{d) } 5 < \frac{1}{x^2} + \frac{3}{x} + 7 < 11 \\ \text{e) } 1 < \frac{2x^2 - 7x - 29}{x^2 - 2x - 15} < 2 & \text{f) } 1 < \frac{3x^2 - 7x + 8}{x^2 + 1} \leq 2 & & \end{array}$$

8.- Resolver los siguientes sistemas de inecuaciones, con $x \in \mathbf{R}$:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \begin{cases} \frac{2+x}{x-1} < 3 \\ \frac{2}{x-1} \geq 1 \end{cases} & \text{b) } x < \frac{1}{x} < 3 & \text{c) } \begin{cases} \frac{4}{3} + \frac{4}{x} \leq \frac{x}{3} \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{x} \leq \frac{x}{2} \end{cases} \end{array}$$

SOLUCIONES:

- (1) a) $(-\frac{1}{4}; \frac{5}{6})$; b) $(-\infty; \frac{3}{2}) \cup (\frac{7}{3}; +\infty)$; c) $(-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$; d) $(-\infty; 1) \cup (\frac{3}{2}; +\infty)$; e) $(-\infty; \frac{5}{2}) \cup (\frac{33}{8}; +\infty)$; f) $(-6; 3)$;
g) $(-\frac{2}{7}; 3)$; h) $(-7; -3)$; i) $(-\frac{17}{25}; -\frac{3}{8})$; j) $(-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$; k) $(-\frac{7}{3}; 37)$; l) $(-\infty; \frac{2}{3}) \cup (1; +\infty)$;
- (2) a) $x \in (-\infty; -4) \cup (\frac{1}{2}; +\infty)$; b) $x \in (1; 2)$; c) $x \in (\frac{11}{10}; \frac{4}{3})$; d) $x \in (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$;
- (3) a) $x \in \mathbf{Z}; x < -4$; b) $\{0\}$;
- (4) a) $(-\infty; 0) \cup (\frac{1}{12}; +\infty)$; b) $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$; c) $(0; 1) \cup (3; +\infty)$; d) $(-\infty; -2) \cup (-\frac{1}{2}; 2)$; e) $(1; 2) \cup (3; \frac{13}{4})$; f) $(-2; -1) \cup (0; \frac{1}{2})$; g) $(-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$; h) $(-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$; i) $(-\infty; -2) \cup (-\frac{5}{4}; -1) \cup (1; 5)$; j) $(-\infty; -2) \cup (-\frac{1}{4}; 2)$;
- (5) a) $(-1; -\frac{1}{2})$; b) $(-5; 1) \cup (2; 3)$; c) $(1; \frac{3}{2}) \cup (2; +\infty)$; d) $(-2; \frac{16}{7}) \cup (3; 4) \cup (8; +\infty)$; e) $(1; 2) \cup (7; +\infty)$; f) $(-2; -1) \cup (1; 2)$; g) $(-\infty; -3) \cup (-2; 3)$; h) $(-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$; i) $(-\sqrt{2}; 0) \cup (1; \sqrt{2}) \cup (2; +\infty)$; j) $(-8; -5\sqrt{2}) \cup (-6; 0) \cup (6; 5\sqrt{2}) \cup (8; +\infty)$;
- (6) a) \mathbf{R} ; b) $(2; 3)$; c) $(-3; 1)$; d) $(-\infty; -2) \cup (-2; -1) \cup (1; +\infty)$; e) $(-\infty; -2) \cup (-2; -\frac{1}{2}) \cup (1; +\infty)$; f) $(-\infty; 3) \cup (4; +\infty)$; g) \mathbf{R} ; h) $(-\frac{1+\sqrt{21}}{2}; \frac{\sqrt{21}-1}{2})$; i) $(-\sqrt{2}; 1) \cup (\sqrt{2}; \frac{3}{2})$; j) $(-\sqrt{2}; -1) \cup (-1; \sqrt{2}) \cup (3; 4)$; k) $(-\infty; -5) \cup (1; 2) \cup (6; +\infty)$; l) \mathbf{R} ;
- (7) a) $(0; 1) \cup (1; +\infty)$; b) $(1; 2)$; c) $(0; \frac{13}{2})$; d) $(-\infty; -1) \cup (\frac{1}{4}; +\infty)$; e) $(-2; \frac{1}{3}) \cup (7; +\infty)$; f) $(1; 6)$;
- (8) a) $(\frac{5}{2}; 3)$; b) $(-\infty; -1) \cup (\frac{1}{3}; 1)$; c) $(-1; 0) \cup (6; +\infty)$;