Ejercicios resueltos de Probabilidad

1. Una compañía tiene dos proveedores A y B que le suministran artículos en mal estado en los últimos envíos. Los datos del último pedido son:

	Buenos	Defect.	Total
Proveedor A	10	40	50
Proveedor B	20	130	150
Total	30	170	200

Calcular la probabilidad de que al elegir al azar un artículo:

i) Sea bueno.

ii) Sea del proveedor A.

iii) Sea del proveedor A sabiendo que es defectuoso.

iv) Sea del proveedor B y sea bueno.

v) Sea suministrado por A o sea defectuoso.

Solución:

Llamemos A al suceso "el artículo es del proveedor A", B al suceso "el artículo es del proveedor B", C al suceso "el artículo elegido es bueno" y D al suceso "el artículo elegido es defectuoso". Entonces, observando la tabla y utilizando la regla de Laplace:

i) $P(C) = \dfrac{30}{200} = \dfrac{3}{20} = 0{,}15.$

ii) $P(A) = \dfrac{50}{200} = \dfrac{1}{4} = 0{,}25.$

iii) $P(A/D) = \dfrac{P(A \cap D)}{P(D)} = \dfrac{40/200}{170/200} = \dfrac{40}{170} = \dfrac{4}{17} \approxeq 0{,}23.$ Obsérvese que se podría haber hecho directamente utilizando la regla de Laplace, ya que el número de casos posibles ahora se reduce a 170 pues se sabe que el artículo es defectuoso.

iv) $P(B \cap C) = \dfrac{20}{200} = \dfrac{1}{10} = 0{,}1.$

v) $P(A \cup D) = P(A) + P(D) - P(A \cap D) = \dfrac{50}{200} + \dfrac{170}{200} - \dfrac{40}{200} = \dfrac{180}{200} = \dfrac{9}{10} = 0{,}9.$

2. La probabilidad de que tenga lugar el contrario de un suceso A es $1/3$, la probabilidad de un suceso B es $3/4$ y la probabilidad de que ocurran a la vez los sucesos A y B es $5/8$. Determinar:

i) Probabilidad de que se verifique el suceso A o el suceso B.

ii) Probabilidad de que no se verifique A y no se verifique B.

iii) Probabilidad de que ocurra A sabiendo que se ha verificado B.

iv) Independencia de los sucesos A y B.

Solución:
Se sabe que $P(\overline{A}) = \frac{1}{3}$, con lo que $P(A) = \frac{2}{3}$; que $P(B) = \frac{3}{4}$, y que $P(A \cap B) = \frac{5}{8}$. Entonces:

i) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{5}{8} = \frac{19}{24} \approxeq 0{,}79$.

ii) Utilizando las leyes de Morgan: $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{19}{24} =$
$= \frac{5}{24} \approxeq 5{,}21$.

iii) $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{5/8}{3/4} = \frac{20}{24} = \frac{5}{6} \approxeq 0{,}83$.

iv) $P(A)P(B) = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \neq \frac{5}{8} = P(A \cap B)$. Por tanto los sucesos A y B no son independientes pues $P(A \cap B) \neq P(A)P(B)$.

3. Una imprenta tiene en almacén 1000 libros de una edición E_1, 1200 de la edición E_2 y 800 de E_3. Se sabe que el 3 % de los libros de E_1, el 1,5 % de E_2 y el 2 % de E_3 tienen defectos. Se elige un libro al azar.

   i) Hallar la probabilidad de que tenga defectos.

   ii) Sabiendo que el libro elegido presenta defectos, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la edición E_2?

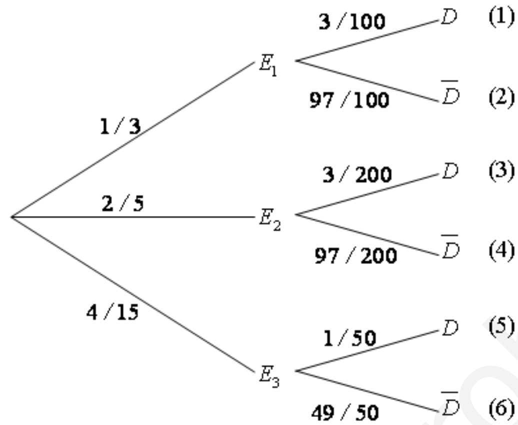
Solución:
Hay un total de 3000 libros. Consideremos los siguientes sucesos: $E_1 =$ "que un libro sea de la edición E_1", $E_2 =$ "que un libro sea de la edición E_2", $E_3 =$ "que un libro sea de la edición E_3" y $D =$ "que un libro tenga defectos". Según los datos del enunciado $P(E_1) = \frac{1000}{3000} = \frac{1}{3}$, $P(E_2) = \frac{1200}{3000} = \frac{2}{5}$, $P(E_3) = \frac{800}{3000} = \frac{4}{15}$; $P(D/E_1) = \frac{3}{100}$, $P(D/E_2) = \frac{1,5}{100} = \frac{3}{200}$, $P(D/E_3) = \frac{2}{100} = \frac{1}{50}$

i) Por el teorema de la probabilidad total:

$$P(D) = P[(D \cap E_1) \cup (D \cap E_2) \cup (D \cap E_3)] = P(D \cap E_1) + P(D \cap E_2) + P(D \cap E_3)] =$$
$$= P(E_1)P(D/E_1) + P(E_2)P(D/E_2) + P(E_3)P(D/E_3) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{100} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{200} + \frac{4}{15} \cdot \frac{1}{50} =$$
$$= \frac{1}{100} + \frac{1}{500} + \frac{2}{375} = \frac{13}{750} \approxeq 0{,}017$$

ii) $P(E_2/D) = \dfrac{P(E_2 \cap D)}{P(D)} = \dfrac{P(E_2)P(D/E_2)}{P(D)} = \dfrac{(2/5)(3/200)}{13/750} \approxeq \dfrac{0{,}4 \cdot 0{,}015}{0{,}017} = 0{,}35$

También se puede hace el ejercicio utilizando el siguiente diagrama:



Obsérvese que la probabilidad de que tenga defectos se obtiene sumando las probabilidades de las ramificaciones (1), (3) y (5). La probabilidad de cada una de las ramificaciones se obtiene multiplicando las probabilidades de los sucesos de las ramas correspondientes. Es decir:

$$P(D) = (1) + (3) + (5) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{100} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{200} + \frac{4}{15} \cdot \frac{1}{50} = \frac{1}{100} + \frac{1}{500} + \frac{2}{375} = \frac{13}{750} \approxeq 0{,}017$$

4. Se tienen dos urnas U_1 y U_2 cuyo contenido en bolas rojas, azules y verdes es: en la urna U_1 4 bolas azules, 3 bolas rojas y 3 verdes, en la urna U_2 4 rojas, 5 azules y una verde. Se lanzan tres monedas y si se obtiene exactamente dos caras se extrae una bola de la urna U_1, en otro caso se extrae de la urna U_2. Se pide:

   i) Hacer un diagrama asociado a este experimento aleatorio.

   ii) Calcular la probabilidad de que la bola extraída sea azul.

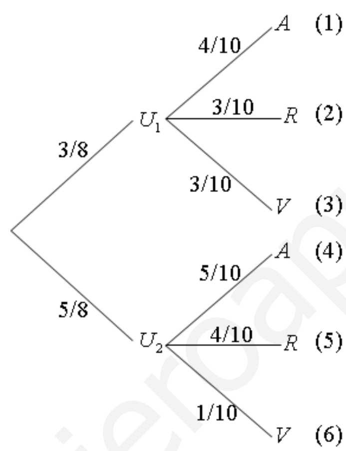
   Solución:
   El espacio muestral del experimento "lanzar tres monedas" es

$$E = \{CCC, CCX, CXC, XCC, CXX, XCX, XXC, XXX\},$$

   donde C es el suceso "salir cara" y X es el suceso "salir cruz". Una secuencia seguida de caras y cruces, como por ejemplo, CCX, indica que en la primera tirada salió cara, en la segunda también cara y en la tercera cruz.
   Llamemos $2C$ al suceso "obtener exactamente dos caras". Entonces, por la regla de Laplace,

$P(2C) = \dfrac{3}{8}$. Por tanto la probabilidad de no obtener exactamente dos caras será $P(\overline{2C}) = \dfrac{5}{8}$
Llamemos U_1 al suceso "escoger bola de la urna U_1" y U_2 al suceso "escoger bola de la urna U_2". Obsérvese que, entonces, si salen exactamente dos caras se escoge la urna U_1. Por tanto $P(U_1) = P(2C) = \dfrac{3}{8}$. Análogamente, la probabilidad de escoger la urna U_2 coincidirá con la de que no salgan exactamente dos caras: $P(U_2) = P(\overline{2C}) = \dfrac{5}{8}$

i) Llamemos R, A y V a los sucesos "salir bola roja", "salir bola azul" y "salir bola verde", respectivamente. Entonces, el diagrama asociado a este experimento es:



ii) Observando el diagrama:

$$P(A) = (1) + (4) = \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{10} + \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{10} = \frac{12}{80} + \frac{25}{80} = \frac{37}{80} = 0{,}4625$$

5. Se disponen dos urnas U_1 y U_2. La primera contiene 3 bolas rojas, 2 blancas y una azul, la segunda urna contiene 2 bolas rojas, 2 blancas y una negra. Se saca al azar una bola de cada urna. Se pide:

   i) Construir el espacio muestral correspondiente a esta experiencia.

   ii) Calcular la probabilidad de que las dos bolas extraídas sean rojas y la de que las dos bolas extraídas sean del mismo color.

   iii) Calcular la probabilidad de la unión y la probabilidad de la intersección de los sucesos del apartado anterior.

Solución:
Llamemos R, B, A y N a los sucesos "sacar bola roja", "sacar bola blanca", "sacar bola azul" y "sacar bola negra", respectivamente.

i) El espacio muestral asociado a esta experiencia es:

$$E = \{RR, RB, RN, BR, BB, BN, AR, AB, AN\},$$

donde la primera letra de un suceso elemental cualquiera indica la bola extraída de la urna U_1 y la segunda letra, la bola extraída de la urna U_2. Por ejemplo el suceso BR indica que se ha sacado bola blanca de la urna U_1 y bola roja de la urna U_2.

ii) Es conveniente observar que el color de la bola extraída de la urna U_1 no influirá para nada en el color de la bola que se extraiga de la urna U_2 y viceversa.
Entonces, la probabilidad de que las dos bolas extraídas sean rojas es:

$$P(RR) = P(R)P(R) = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$$

Y de que las dos bolas extraídas sean del mismo color será:

$$P(RR \cup BB) = P(RR) + P(BB) = P(R)P(R) + P(B)P(B) = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} + \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{5} + \frac{2}{15} = \frac{1}{3}$$

iii) Llamemos A a la unión y B a la intersección de los sucesos del apartado anterior. Entonces $A = (RR) \cup (RR \cup BB) = RR \cup BB$. Por tanto $P(A) = P(RR \cup BB) = \frac{1}{3}$.
Por otro lado $B = (RR) \cap (RR \cup BB) = RR$, con lo que $P(B) = P(RR) = \frac{1}{5}$.

6. Se extrae una carta de una baraja española de 40 cartas. Si la carta extraída es un rey nos dirigimos a la urna I, en caso contrario nos dirigimos a la urna II. A continuación extremos una bola. El contenido de la urna I es de 7 bolas blancas y 5 negras, el de la urna II es de 6 bolas blancas y 4 negras.

   i) Probabilidad de que la bola extraída sea blanca y de la urna II.

   ii) Probabilidad de que la bola extraída sea negra.

Solución:
Si llamamos R al suceso "extraer rey", entonces:

$$P(R) = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}\,,$$

$$P(\overline{R}) = 1 - P(R) = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$$

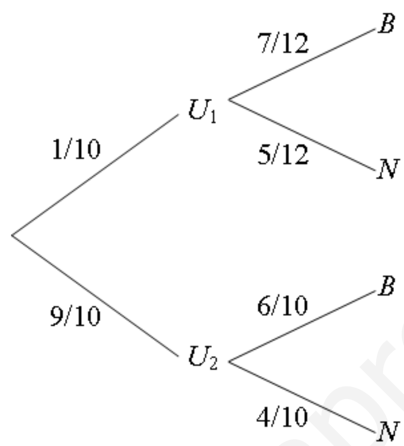
Igualmente, si llamamos U_1 y U_2 a los sucesos "escoger urna I" y "escoger urna II" es fácil darse cuenta de que:

$$P(U_1) = P(R) = \frac{1}{10}\,,$$

y de que:

$$P(U_2) = P(\overline{R}) = \frac{9}{10}$$

Por tanto podemos construir el siguiente diagrama, donde B es el suceso “sacar bola blanca” y N el suceso “sacar bola negra”:



Ahora, observando el diagrama podemos calcular las probabilidades que nos piden.

i) La probabilidad de que la bola extraída sea blanca y de la urna II es:

$$P(U_2 \cap B) = P(U_2)P(B/U_2) = \frac{9}{10} \cdot \frac{6}{10} = \frac{54}{100} = 0{,}54$$

ii) La probabilidad de que la bola extraída sea negra es:

$$P(N) = P[(U_1 \cap N) \cup (U_2 \cap N)] = P(U_1 \cap N) + P(U_2 \cap N) =$$

$$= P(U_1)P(N/U_1) + P(U_2)P(N/U_2) = \frac{1}{10} \cdot \frac{5}{12} + \frac{9}{10} \cdot \frac{4}{10} = \frac{241}{600} \approxeq 0{,}402$$

7. En una ciudad el 55 % de los habitantes consume pan integral, el 30 % consume pan de multicereales y el 20 % consume de ambos. Se pide:

   i) Sabiendo que un habitante consume pan integral, ¿cuál es la probabilidad de que coma pan de multicereales?

   ii) Sabiendo que un habitante consume pan de multicereales, ¿cuál es la probabilidad de que no consuma pan integral?

   iii) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona de esa ciudad no consuma de ninguno de los dos tipos de pan?

Solución:
Llamemos I al suceso "consumir pan integral" y M al suceso "consumir pan de multicereales". Según los datos del problema: $P(I) = 0{,}55$, $P(M) = 0{,}3$ y $P(I \cap M) = 0{,}2$.

i) $P(M/I) = \dfrac{P(M \cap I}{P(I)} = \dfrac{0{,}2}{0{,}55} \approxeq 0{,}3636$

ii) $P(\bar{I}/M) = \dfrac{P(\bar{I} \cap M)}{P(M)} = \dfrac{P(M \cap \bar{I})}{P(M)} = \dfrac{P(M) - P(M \cap I)}{P(M)} = \dfrac{0{,}3 - 0{,}2}{0{,}3} \approxeq 0{,}33$

iii) $P(\bar{I} \cap \overline{M}) = P(\overline{I \cup M}) = 1 - P(I \cup M) = 1 - [P(I) + P(M) - P(I \cap M)] =$
$= 1 - (0{,}55 + 0{,}3 - 0{,}2) = 0{,}35$

8. En un experimento aleatorio, la probabilidad de un suceso A es dos veces la probabilidad de otro sucesos B y la suma de la probabilidad de A y la probabilidad del suceso contrario de B es 1,3. Se sabe, además, que la probabilidad de la intersección de A y B es 0,18. Calcular la probabilidad de que:

   1º) Se verifique el suceso A o se verifique el suceso B.

   2º) Se verifique el suceso contrario de A o se verifique el suceso contrario de B.

   3º) ¿Son independientes los sucesos A y B?

   Solución:
   Por un lado $P(A) = 2P(B)$. Por otro $P(A) + P(\overline{B}) = 1{,}3 \Rightarrow P(A) + 1 - P(B) = 1{,}3 \Rightarrow P(A) - P(B) = 0{,}3$. Sustituyendo aquí la primera igualad tenemos $2P(B) - P(B) = 0{,}3 \Rightarrow P(B) = 0{,}3$. Entonces $P(A) = 2P(B) \Rightarrow P(A) = 0{,}6$. Además se sabe que $P(A \cap B) = 0{,}18$.

   1º) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}6 + 0{,}3 - 0{,}18 = 0{,}72$.

   2º) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A}) + P(\overline{B}) - P(\overline{A} \cap \overline{B}) = (1 - P(A)) + (1 - P(B)) - P(\overline{A \cup B}) =$
   $= 2 - P(A) - P(B) - (1 - P(A \cup B)) = 2 - 0{,}6 - 0{,}3 - (1 - 0{,}72) = 0{,}82$.

   3º) $P(A)P(B) = 0{,}6 \cdot 0{,}3 = 0{,}18 = P(A \cap B)$. Por tanto los sucesos A y B sí que son independientes.

9. Una caja contiene 7 tarjetas de la misma forma y tamaño: 4 de color amarillo y 3 de color rojo. Se extrae de ella al azar una tarjeta, se anota su color y sin devolverla a la caja extraemos de ésta una segunda tarjeta. Se pide:

   1º) Escribir el espacio muestral.

   2º) Hallar la probabilidad de cada uno de los sucesos elementales del espacio muestral.

   Solución:
   Llamemos A al suceso "sacar tarjeta amarilla" y R al suceso "sacar tarjeta roja"

1º) El espacio muestral es $E = \{AA, AR, RA, RR\}$

2º) $P(AA) = P(A)P(A/A) = \dfrac{4}{7} \cdot \dfrac{3}{6} = \dfrac{12}{42} = \dfrac{2}{7}$

$P(AR) = P(A)P(R/A) = \dfrac{4}{7} \cdot \dfrac{3}{6} = \dfrac{12}{42} = \dfrac{2}{7}$

$P(RA) = P(R)P(A/R) = \dfrac{3}{7} \cdot \dfrac{4}{6} = \dfrac{12}{42} = \dfrac{2}{7}$

$P(RR) = P(R)P(R/R) = \dfrac{3}{7} \cdot \dfrac{2}{6} = \dfrac{6}{42} = \dfrac{1}{7}$

El suceso condicionado, por ejemplo, R/A, significa segunda bola roja sabiendo que la primera ha sido amarilla. Recuérdese que, en general, la probabilidad de la intersección de dos sucesos se calcula mediante cualquiera de las dos siguientes expresiones:

$$P(A \cap B) = P(B)P(A/B) \qquad ; \qquad P(A \cap B) = P(A)P(B/A)$$

Obsérvese también que no se ha escrito el símbolo de intersección. En estos casos no es necesario. Por ejemplo, es claro que el suceso AR, significa primera tarjeta amarilla y segunda tarjeta roja.

10. Se dispone de dos urnas idénticas. La 1.ª contiene 3 bolas negras y 4 bolas verdes. La 2.ª contiene 4 bolas negras y 3 bolas verdes.

1º) Extraemos al azar una bola de cada urna. Hallar la probabilidad de que ambas sean de color negro.

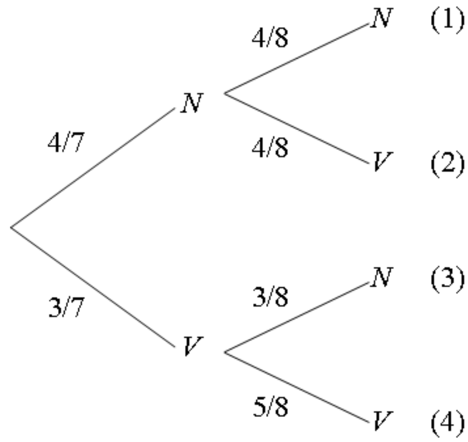
2º) Se saca una bola de la 2.ª urna y sin mirarla se introduce en la 1.ª urna. De ésta, a continuación, se extrae una bola. Hallar la probabilidad de que sea de color verde.

Solución:
Llamemos N al suceso "sacar bola negra" y V al suceso "sacar bola verde".

1º) El suceso "sacar bola negra" de una de las urnas no depende para nada del color que se obtenga al extraer una bola de la otra urna, es decir, los sucesos "sacar bola negra de la primera urna" y "sacar bola negra de la segunda urna" son independientes. Por tanto:

$$P(NN) = P(N)P(N) = \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{7} = \frac{12}{49} \approxeq 0{,}245$$

2º) Hagamos un diagrama del experimento:



Entonces:

$$P(V) = (2) + (4) = P[(N \cap V) \cup (V \cap V)] = P(N \cap V) + P(V \cap V) =$$

$$= P(N)P(V/N) + P(V)P(V/V) = \frac{4}{7} \cdot \frac{4}{8} + \frac{3}{7} \cdot \frac{5}{8} = \frac{16}{56} + \frac{15}{56} = \frac{31}{56} \approxeq 0{,}5536$$

11. Al 65 % de los alumnos de un Instituto les gusta el rock latino. Al 25 % les gusta la música clásica y sólo al 10 % les gusta los dos tipos de música. Se elige al azar uno de estos alumnos. Calcular la probabilidad de que:

1º) Le guste el rock latino o la música clásica.

2º) No le guste ni el rock latino ni la música clásica.

3º) Le guste sólo el rock latino.

4º) ¿Son independientes los sucesos A = "Le gusta el rock latino" y B = "Le gusta la música clásica"?

Solución:
Llamando A al suceso "gustarle el rock latino" y B al suceso "gustarle la música clásica", se tiene que $P(A) = 0{,}65$, $P(B) = 0{,}25$ y $P(A \cap B) = 0{,}1$. Entonces:

1º) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}65 + 0{,}25 - 0{,}1 = 0{,}8$

2º) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2$

3º) $P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0{,}65 - 0{,}1 = 0{,}55$

4º) $P(A)P(B) = 0{,}65 \cdot 0{,}25 = 0{,}1625 \neq 0{,}1 = P(A \cap B)$. Por tanto los sucesos A y B no son independientes.

12. Se dispone de un dado trucado de cuatro caras con puntuaciones: 1, 2, 3, 4, de modo que $p(4) = 4p(1)$, $p(3) = 3p(1)$, $p(2) = 2p(1)$, en donde $p(4)$ indica la probabilidad de obtener la puntuación 4 y así sucesivamente. Se dispone también de dos urnas con la siguiente composición: Urna U_1: 1 bola roja y 2 bolas verdes. Urna U_2: 2 bolas rojas y 3 bolas verdes.
Se lanza el dado. Si sale número par extraemos una bola de la urna U_1. Si sale impar extraemos una bola de la urna U_2. Se pide:

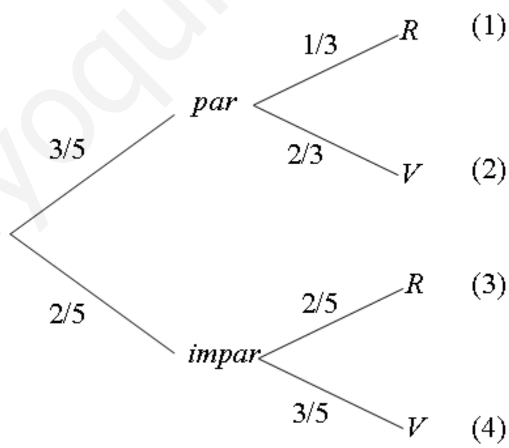
(a) Determina las probabilidades de los sucesos elementales que se presentan al lanzar el dado de cuatro caras.

(b) Se lanza el dado y a continuación extraemos una bola de la urna que corresponda. Halla la probabilidad de que sea de color verde.

Solución:

(a) Sabemos que $p(1) + p(2) + p(3) + p(4) = 1$. Entonces $p(1) + 2p(1) + 3p(1) + 4p(1) = 1 \Leftrightarrow 10p(1) = 1 \Leftrightarrow p(1) = 1/10$ y, por tanto, $p(2) = 2/10 = 1/5$, $p(3) = 3/10$ y $p(4) = 4/10 = 2/5$.

(b) La probabilidad de salir par es $P(\text{“par”}) = p(2) + p(4) = 1/5 + 2/5 = 3/5$, y la de salir impar $P(\text{“impar”}) = p(1) + p(3) = 1/10 + 3/10 = 4/10 = 2/5$ Llamemos ahora R al suceso “salir bola roja” y V al suceso “salir bola verde”, y observemos el siguiente diagrama:



Entonces:
$$P(V) = (2) + (4) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{15} + \frac{6}{25} = \frac{16}{25} = 0{,}64$$

13. Se dispone dos urnas iguales con el siguiente contenido:
Urna P: 4 bolas amarillas y 6 bolas granates. Urna Q: 5 bolas amarillas y 7 bolas granates.
Se dispone de un dado cúbico con las siguientes puntuaciones: 1, 1, 2, 2, 2, 3. Se lanza el

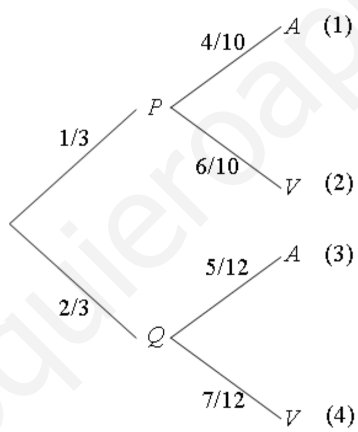
dado. Si sale el número 1 se extrae una bola de la urna P. En los demás casos se extrae una bola de la urna Q. Se pide la probabilidad de que:

a) Al lanzar el dado se obtenga una puntuación mayor de 1.

b) Al tomar una bola de la urna P sea de color granate.

c) Al extraer una bola, después de lanzar el dado, se obtenga de color amarillo.

Solución:
Obsérvese que la probabilidad de escoger la urna P coincide con la probabilidad de que en el dado salga 1, es decir $P(\text{“urna P”}) = P(\text{“salir 1”}) = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$. Por tanto la probabilidad de escoger la urna Q será $P(\text{“urna Q”}) = \dfrac{2}{3}$. Por tanto, si llamamos A al suceso “salir bola amarilla” y G al suceso “salir bola granate”, el experimento se puede resumir en el siguiente diagrama:



Entonces:

a) $P(\text{“salir mayor que 1”}) = P(\text{“no salir 1”}) = \dfrac{2}{3}$

b) $P(G/\text{“urna P”}) = \dfrac{6}{10} = 0{,}6$

c) $P(A) = P(A/\text{“urna P”}) + P(A/\text{“urna Q”}) = (1) + (3) = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{4}{10} + \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{5}{12} = \dfrac{4}{30} + \dfrac{10}{36} = \dfrac{74}{180} = \dfrac{37}{90} \approx 0{,}41$

14. Para la señalización de emergencia de una fábrica se han instalado dos indicadores que funcionan independientemente. La probabilidad de que el indicador A se accione en una avería es 0,99, mientras que la de que se accione el indicador B es 0,95. Si se produce una avería:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que se accione un solo indicador?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que no se accione ningún indicador?

Solución:
Tal y como se expresa en el enunciado los sucesos A y B son independientes, donde A es el suceso "accionarse el indicador A en una avería" y el suceso B es "accionarse el indicador B en una avería. También se sabe que $P(A) = 0{,}99$ y $P(B) = 0{,}95$, con lo que $P(\overline{A}) = 0{,}01$ y $P(\overline{B}) = 0{,}05$. Además, como A y B son independientes también lo son las parejas de sucesos A, $\overline{B}$; $\overline{A}$, B y $\overline{A}$, $\overline{B}$.

a) $P[(A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B)] = P(A \cap \overline{B}) + P(\overline{A} \cap B) = P(A)P(\overline{B}) + P(\overline{A})P(B) = 0{,}99 \cdot 0{,}05 + 0{,}01 \cdot 0{,}95 = 0{,}059$.

b) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A})P(\overline{B}) = 0{,}01 \cdot 0{,}05 = 0{,}0005$.

15. De una baraja de 48 cartas (compuesta por 12 cartas de oros, 12 de copas, 12 de bastos y 12 de espadas) se extraen simultáneamente dos de ellas. Calcula la probabilidad de que:

a) Las dos sean de espadas.

b) Al menos una sea de espadas.

c) Una sea de oros y la otra de espadas.

Solución:
Llamemos E al suceso "la carta extraída sea de espadas" y O al suceso "la carta extraída sea de oros". Es importante observar que en este experimento aleatorio, sacar simultáneamente dos cartas es como sacar una y después otra, sin reemplazamiento. Tendremos en cuenta que al escribir sucesos, el primero de ellos será la primera carta extraída y el segundo la segunda. Entonces:

a) $P(E \cap E) = P(E)P(E/E) = \dfrac{12}{48} \cdot \dfrac{11}{47} = \dfrac{132}{2256} \approxeq 0{,}0585$.

b) La probabilidad de que la menos una sea de espadas es la de que la dos sean de espadas, o sólo la primera de espadas, o solo la segunda de espadas: $P(E \cap E) + P(E \cap \overline{E}) + P(\overline{E} \cap E)$. La primera de estas probabilidades se ha calculado en el apartado anterior. La segunda es $P(E \cap \overline{E}) = P(E)P(\overline{E}/E) = \dfrac{12}{48} \cdot \dfrac{36}{47} \approxeq 0{,}1915$, y la tercera coincide con la segunda: $P(\overline{E} \cap E) = P(\overline{E})P(E/\overline{E}) = \dfrac{36}{48} \cdot \dfrac{12}{47} \approxeq 0{,}1915$. Por tanto:
$P(\text{"al menos una carta sea de espadas"}) = P(E \cap E) + P(E \cap \overline{E}) + P(\overline{E} \cap E) = 0{,}0585 + 0{,}1915 + 0{,}1915 = 0{,}4415$

c) De manera similar al apartado anterior:
$P(OE) + P(EO) = P(O)P(E/O) + P(E)P(O/E) = \dfrac{12}{48} \cdot \dfrac{12}{47} + \dfrac{12}{48} \cdot \dfrac{12}{47} = 0{,}1277$