Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Se consideran los sucesos A y B de un experimento aleatorio tales que:

$P(A) = 0'3$; $P(B) = 0'8$; $P(A \cup B) = 0'9$.

Calcúlese:
a) $P(\overline{A} \mid B)$.
b) $P(A \mid \overline{B})$.
Nota: $\overline{S}$ denota el suceso complementario del suceso S.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Una empresa fabrica dos modelos de ordenadores portátiles A y B, siendo la producción del modelo A el doble que la del modelo B. Se sabe que la probabilidad de que un ordenador portátil del modelo A salga defectuoso es de 0'02, mientras que esa probabilidad en el modelo B es de 0'06. Calcúlese la probabilidad de que un ordenador fabricado por dicha empresa elegido al azar:
a) No salga defectuoso.
b) Sea del modelo A, si se sabe que ha salido defectuoso.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)
En una bolsa hay 10 caramelos de fresa, 15 de menta y 5 de limon. Se extraen sucesivamente de la bolsa dos caramelos. Se pide:
a) Determinar la probabilidad de que el segundo de ellos sea de fresa.
b) Sabiendo que el segundo ha sido de fresa, calcular la probabilidad de que lo haya sido tambien el primero.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)
El consumo de combustible, en litros cada 100 kilómetros (l/100km), de los vehículos nuevos matriculados en España se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ desconocida y desviación típica $\sigma = 1'2$ l/100km. Se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 49.
a) Calcúlese el nivel de confianza con el que se ha obtenido el intervalo de confianza (4'528 ; 5'2) para la media.
b) Supóngase ahora que $\mu = 4'8$ l/100km. Calcúlese la probabilidad de que la media de la muestra, X , esté comprendida entre 4'5 y 5'1 l/100km.

Ejercicio 5. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Un determinado partido político desea estimar la proporción de votantes, p, que actualmente se decantaría por él.
a) Asumiendo que $p = 0'5$, detérminese el tamaño mínimo necesario de una muestra de votantes para garantizar que, con una confianza del 90 %, el margen de error en la estimación no supere el 2 %.
b) Se tomó una muestra aleatoria simple de 1200 votantes de los cuales 240 afirmaron que votarían por el partido en cuestión. Obténgase un intervalo de confianza del 95 % para la proporción de votantes de ese partido en la población.

1

a) $p(\bar{A}/B) = 1 - p(A/B) = 1 - 0'25 = 0'75$

$p(A/B) = \dfrac{p(A \cap B)}{p(B)} = \dfrac{0'2}{0'8} = 0'25$

$p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B) = 0'3 + 0'8 - 0'9 = 0'2$

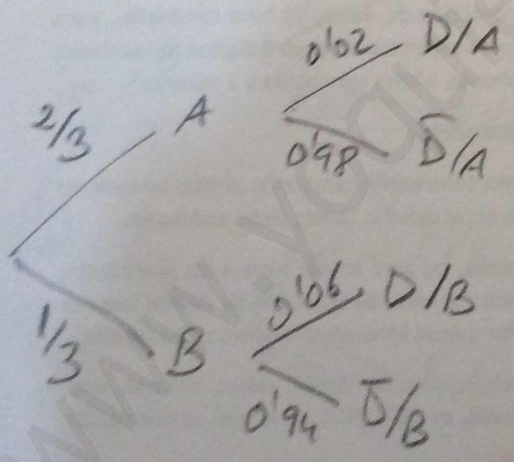
b) $p(A/\bar{B}) = \dfrac{p(\bar{B}/A) \cdot p(A)}{p(\bar{B})} = \dfrac{0'33 \cdot 0'3}{1 - 0'8} = 0'5$

Bayes

$p(\bar{B}/A) = 1 - p(B/A) = 1 - 0'67 = 0'33$

$p(B/A) = \dfrac{p(B \cap A)}{p(A)} = \dfrac{0'2}{0'3} = 0'67$

2



a) $p(\bar{D}) = 0'97$

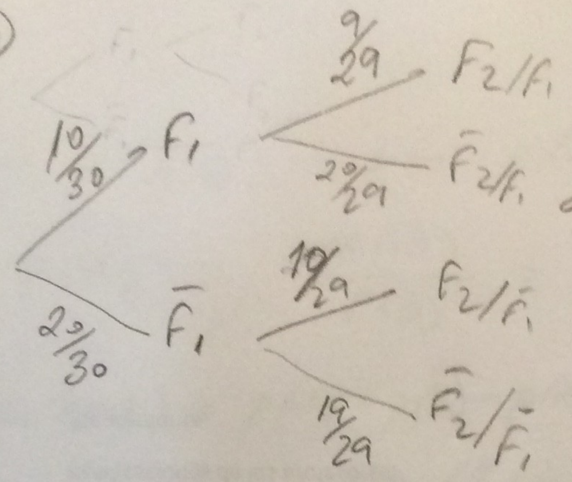
$p(\bar{D}) = \frac{2}{3} \cdot 0'98 + \frac{1}{3} \cdot 0'94 =$

$= 0'97$

b) $p(A/D) = \dfrac{p(D/A) \cdot p(A)}{p(D)} = \dfrac{0'02 \cdot 2/3}{1 - 0'97} = 0'44$

Bayes

3



a) $p(F_2) = \frac{10}{30} \cdot \frac{9}{29} + \frac{20}{30} \cdot \frac{10}{29} =$

$p(F_2) = 0'33$

b) $p(F_1/F_2) = \frac{p(F_2/F_1) \cdot p(F_1)}{p(F_2)} = \frac{\frac{9}{29} \cdot \frac{10}{30}}{0'33} = 0'313$

4 $s = 1'2 \quad n = 49$

a) $IC\,(4'528 ; 5'2)$

$A = 5'2 - 4'528 = 0'672$

$\epsilon = A/2 = 0'336$

$\epsilon = z_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \Rightarrow 0'336 = z_{\alpha/2} \cdot \frac{1'2}{\sqrt{49}} \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1'96$

$\frac{(1-\alpha)+1}{2} = 0'975 \leftarrow 0'975$ TABLA

$(1-\alpha) = 2 \cdot 0'975 - 1 = 0'95$

b) $\mu = 4'8$

$n = 49$

$p(4'5 \le x \le 5'1) \Rightarrow p(x \le 5'1) - p(x \le 4'5) \Rightarrow$

$p(z \le 1'75) - p(z \le -1'75)$

$0'9599 - (1 - 0'9599) =$

$= 0'9198$

$\sigma = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{1'2}{\sqrt{4'9}} = 0'1714$

$z = \frac{4'5 - 4'8}{0'1714} = -1'75$

$z = \frac{5'1 - 4'8}{0'1714} = 1'75$

5

a) $p = 0'5 \qquad 1-\alpha = 0'90 \qquad \epsilon = 0'02$

$$\sigma = \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}} \Rightarrow \sigma^2 = \frac{p \cdot q}{n} \Rightarrow n = \frac{p \cdot q}{\sigma^2}$$

$$\epsilon = z_{\alpha/2} \cdot \sigma = 1'645 \cdot \sigma \Rightarrow 0'02 = 1'645 \cdot \sigma$$

$$\Downarrow$$

$$\sigma = 0'0122$$

$$p(z_{\alpha/2}) = \frac{0'90+1}{2} = 0'95 \xrightarrow[\text{TABLA}]{} z_{\alpha/2} = 1'645$$

$$n = \frac{0'5 \cdot 0'5}{(0'0122)^2}$$

$$n = 1679'7 = 1680$$

b) $n = 1200 \qquad \sigma = \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}} = \sqrt{\frac{0'2 \cdot 0'8}{1200}} = 0'0116$

$$p = \frac{240}{1200} = 0'2$$

$$q = 1 - 0'2 = 0'8$$

$$1-\alpha = 0'95 \rightarrow \frac{0'95+1}{2} = 0'975 \xrightarrow[\text{TABLA}]{} z_{\alpha/2} = 1'96$$

$$\epsilon = z_{\alpha/2} \cdot \sigma = 1'96 \cdot 0'0116 = 0'0227$$

$$IC(\mu - \epsilon \,;\, \mu + \epsilon) \Rightarrow IC(0'2 - 0'0227 ; 0'2 + 0'0227)$$

$$\boxed{IC(0'1773 ; 0'2227)}$$