

Ejercicio 1. (2 Puntos) Sea S la región del plano definida por

$$x+6y \geq 6; \quad 5x-2y \geq -2; \quad x+3y \leq 20; \quad 2x-y \leq 12$$

- a) Representar la región S y calcular las coordenadas de sus vértices.
- b) Obtener los valores máximo y mínimo de la función $f(x,y) = 4x - 3y$ en la región S, indicando los puntos en los cuales se alcanzan dichos valores.

Ejercicio 2. (2 Puntos) Sea S la región del plano definida por

$$1 \leq x \leq 5; \quad 2 \leq y \leq 6; \quad x-y \geq -4; \quad 3x-y \leq 10$$

- a) Representar la región S y calcular las coordenadas de sus vértices.
- b) Obtener los valores máximo y mínimo de la función $f(x,y) = -200x + 600y$ en la región S, indicando los puntos en los cuales se alcanzan dichos valores.

Ejercicio 3. (2 Puntos) Un grupo inversor dispone de un máximo de 9 millones de euros para invertir en dos tipos de fondos de inversión, A y B. El fondo de inversión del tipo A tiene una rentabilidad del 4% anual y una limitación legal de 5 millones de euros de inversión máxima. El fondo de inversión del tipo B tiene una rentabilidad del 3% anual, deben invertirse al menos 2 millones de euros y no hay límite superior de inversión. El grupo inversor desea invertir en el fondo del tipo B, como máximo, el doble de lo invertido en el fondo del tipo A. ¿Qué cantidad debe invertir el grupo en cada tipo de fondo para obtener el máximo beneficio anual? Calcular dicho beneficio máximo.

Ejercicio 4. (2 Puntos) Un agricultor tiene 22 hectáreas de tierra cultivable, en las que va a sembrar cebada, sin límite, y patatas, con un límite de 10 hectáreas. El coste de la cebada es de 420 euros por hectárea y 1260 el de la patata. Dispone de 15120 euros y la venta posterior le produce 1320 euros por hectárea la cebada y 2310 la patata. ¿Cuántas hectáreas ha de sembrar por cultivo para maximizar el beneficio?

Ejercicio 5. (2 Puntos) Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que la probabilidad de que ambos ocurran simultáneamente es igual a $1/6$ y la probabilidad de que no ocurra ninguno de los dos es igual a $7/12$. Se sabe además que la probabilidad de que sólo ocurra A es $9/12$.

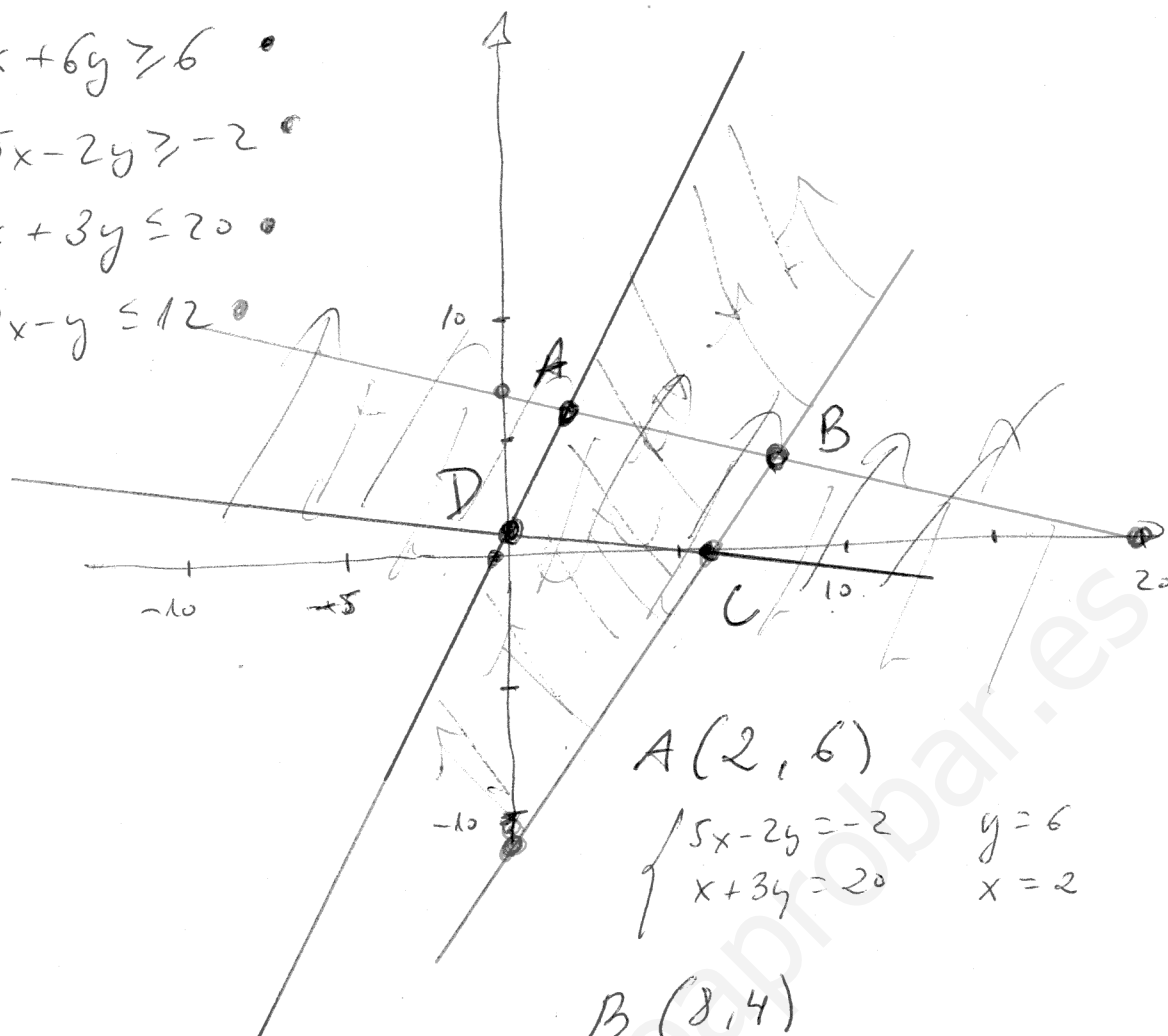
- a) Calcúlese la probabilidad de que ocurra A ó B.
- b) Calcúlese la probabilidad de que ocurra A.

$$x + 6y \geq 6$$

$$5x - 2y \geq -2$$

$$x + 3y \leq 20$$

$$2x - y \leq 12$$



$$A(2, 6)$$

$$\begin{cases} 5x - 2y = -2 \\ x + 3y = 20 \end{cases} \quad \begin{matrix} y = 6 \\ x = 2 \end{matrix}$$

$$B(8, 4)$$

$$\begin{cases} 2x - y = 12 \\ x + 3y = 20 \end{cases} \quad \begin{matrix} x = 8 \\ y = 4 \end{matrix}$$

$$C(6, 0)$$

$$D(0, 1)$$

b)

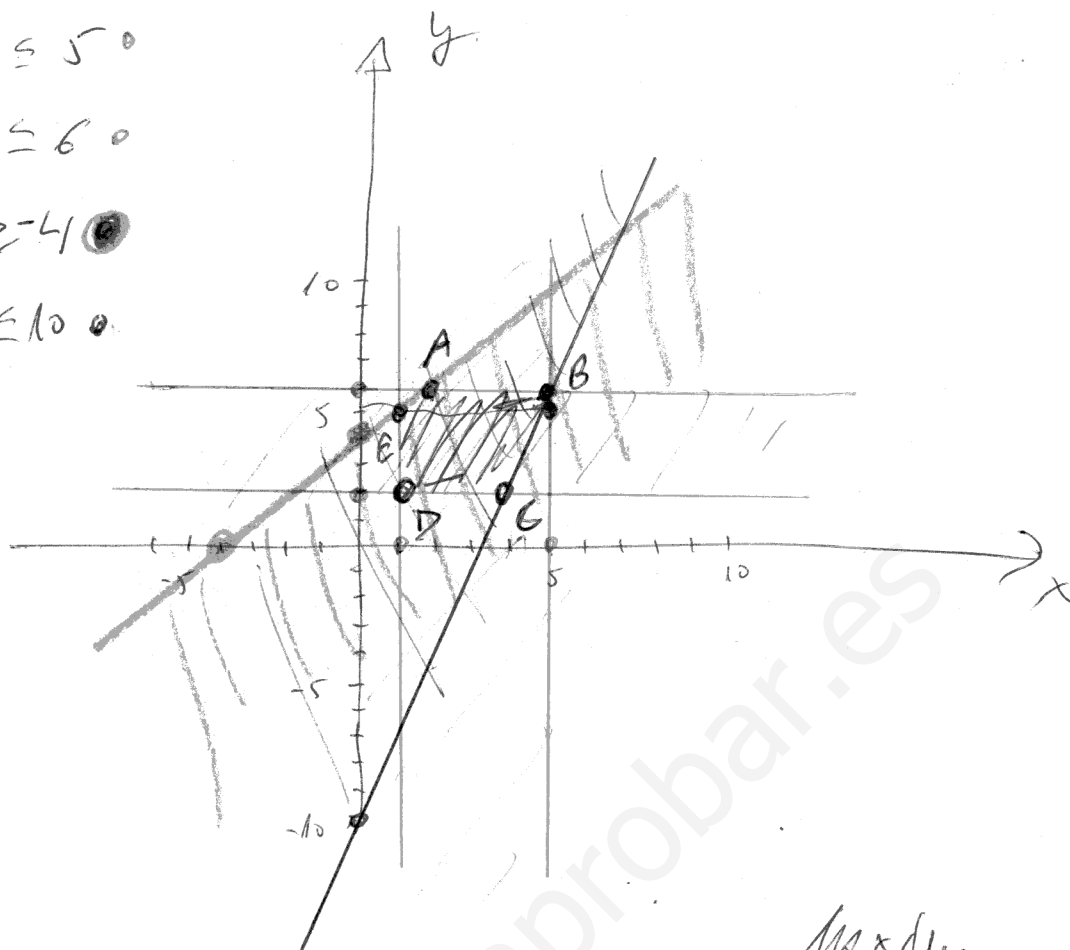
$$f(2, 6) = 4 \cdot 2 - 3 \cdot 6 = 8 - 18 = -10 \text{ Mínimo } (2, 6)$$

$$f(8, 4) = 4 \cdot 8 - 3 \cdot 4 = 32 - 12 = 20$$

$$f(6, 0) = 4 \cdot 6 - 3 \cdot 0 = 24 \text{ Máximo } (6, 0)$$

$$f(0, 1) = 4 \cdot 0 - 3 \cdot 1 = -3$$

$$\begin{cases} 1 \leq x \leq 5 \\ 2 \leq y \leq 6 \\ x - y \geq -4 \\ 3x - y \leq 10 \end{cases}$$



$$A(2, 6)$$

$$B(5, 5)$$

$$C(4, 2)$$

$$D(1, 2)$$

$$E(1, 5)$$

$$B'(5, 6)$$

Max value

$$\begin{aligned} f(2, 6) &= -200 \cdot 2 + 600 \cdot 6 = \\ &= -400 + 3600 = 3200 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(5, 5) &= -200 \cdot 5 + 600 \cdot 5 = \\ &= -1000 + 3000 = 2000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(4, 2) &= -200 \cdot 4 + 600 \cdot 2 = \\ &= -800 + 1200 = 400 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(1, 2) &= -200 \cdot 1 + 600 \cdot 2 = \\ &= -200 + 1200 = 1000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(1, 5) &= -200 \cdot 1 + 600 \cdot 5 = \\ &= -200 + 3000 = 2800 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(5, 6) &= -200 \cdot 5 + 600 \cdot 6 = \\ &= -1000 + 3600 = 2600 \end{aligned}$$

Fondo A

Fondo B

x

y

9 Max

Rent. 4%

3%

Limiten 5

-

Minus -

2

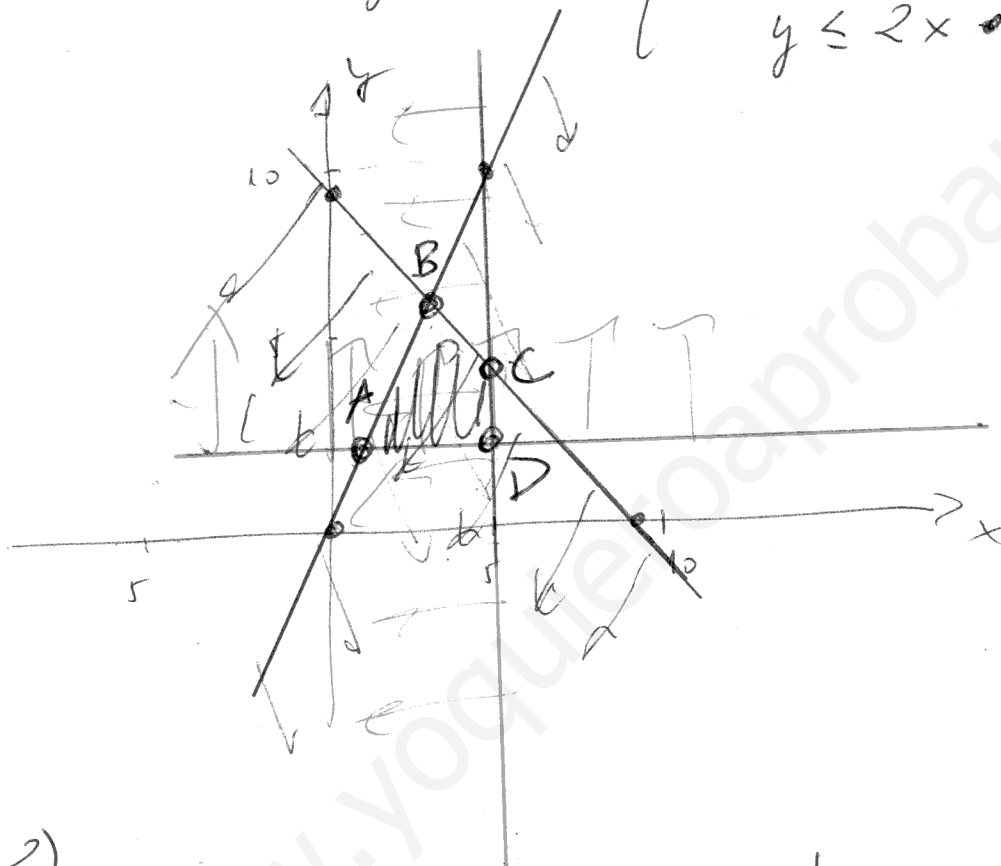
$$f(x, y) = 0.04x + 0.03y$$

$$x + y \leq 9$$

$$x \leq 5$$

$$y \geq 2$$

$$y \leq 2x$$



A(1, 2)

$$f(1, 2) = 0.04 + 0.06 = 0.1$$

B(3, 6)

$$f(3, 6) = 0.04 \cdot 3 + 0.03 \cdot 6 = 0.12 + 0.18 = 0.30$$

C(5, 4)

$$f(5, 4) = 0.04 \cdot 5 + 0.03 \cdot 4 = 0.2 + 0.12 = 0.32$$

D(5, 2)

$$f(5, 2) = 0.04 \cdot 5 + 0.03 \cdot 2 = 0.20 + 0.06 = 0.26$$

Maximo $\$$ mill en A $\$$ mill en B

Berechnen = 320000 €

④

Cebada

Papas

hectáreas

x

y

22 MAX

-

10 MAX

Coste

420 €

1260 €

15120 € MAX

Venta

1320 €

2310 €

Función objetivo: $1320x + 2310y$

Restricciones

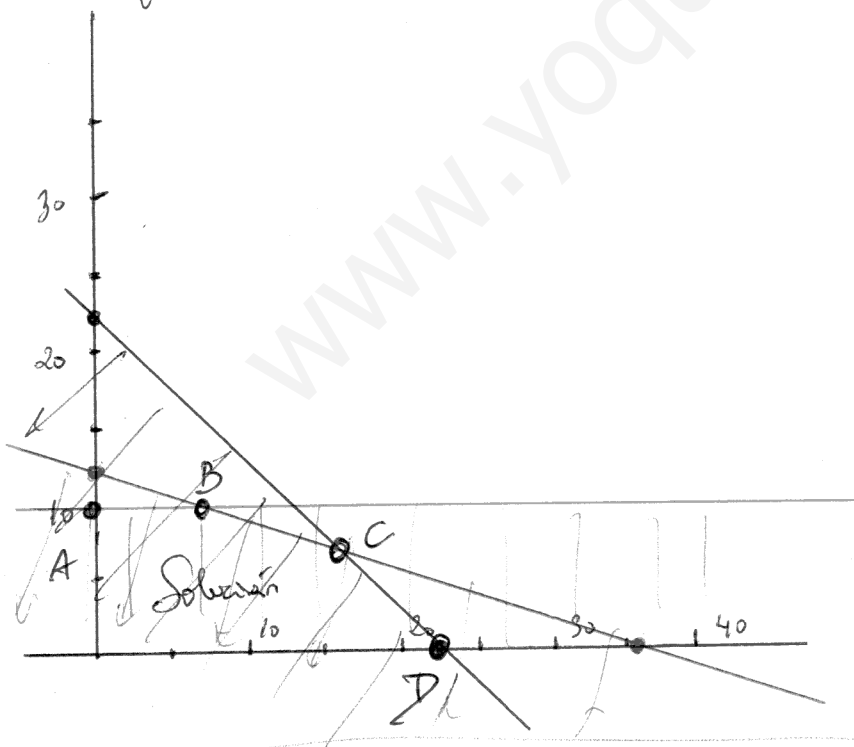
$$\begin{cases} x + y \leq 22 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 420x + 1260y \leq 15120 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c|c} x & y \\ \hline 0 & 22 \\ 22 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c} x & y \\ \hline 0 & 12 \\ 36 & 0 \end{array}$$



$$A(0, 10) \rightarrow f(0, 10) = 23100 \text{ €}$$

$$B(6, 10) \rightarrow f(6, 10) = 31020 \text{ €}$$

$$\begin{cases} y = 10 \\ 420x + 1260y = 15120 \end{cases}$$

$$C(15, 7) \rightarrow f(15, 7) = 35970 \text{ €}$$

$$\begin{cases} 420x + 1260y = 15120 \\ x + y = 22 \end{cases}$$

$$D(22, 0) \rightarrow f(22, 0) = 29040 \text{ €}$$

Solución: 15 hectáreas Cebada
7 hectáreas Papas

5

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{7}{12} \xrightarrow{\text{De Morgan}} P(\overline{A \cup B}) = \frac{7}{12}$$

$$P(\text{solo } A) = \frac{2}{12}$$

$$a) P(A \cup B) = 1 - P(\overline{A \cup B}) =$$

$$P(A \cup B) = 1 - P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - \frac{7}{12} = \left(\frac{5}{12}\right)$$

$$b) P(A) = ?$$

$$P(\text{solo } A) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$\frac{2}{12} = P(A) - \frac{1}{6}$$

$$\frac{2}{12} + \frac{1}{6} = P(A)$$

$$\left(\frac{11}{12} = P(A)\right)$$