

1º Uno de los extremos de una cuerda tensa, de 6 m de longitud, oscila transversalmente con un movimiento armónico simple de frecuencia 60 Hz. Las ondas generadas alcanzan el otro extremo de la cuerda en 0,5 s.

Determine:

- La longitud de onda y el número de onda de las ondas de la cuerda.
- La diferencia de fase de oscilación existente entre dos puntos de la cuerda separados 10 cm.

DATOS

$e = 6 \text{ m}$
 $t = 0,5 \text{ s}$
 $f = 60 \text{ Hz}$

a)

$$v = \frac{e}{t} = \frac{6}{0,5} = 12 \text{ m.s}^{-1}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{12}{60} = 0,2 \text{ m}$$

$$\lambda = 0,2 \text{ m}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,2} = 10\pi \text{ rad/m}$$

$$k = 10\pi \text{ rad/m}$$

b)

La diferencia de fase entre dos puntos en un mismo instante vendrá dado por la expresión.

$$\Delta\phi = (\omega t - kx_2) - (\omega t - kx_1) = k(x_1 - x_2) = 10\pi(x_1 - x_2) = 10\pi \cdot 0,1 = \pi \text{ rad}$$

$$\Delta\phi = \pi \text{ rad}$$

2º La expresión matemática de una onda armónica transversal que se propaga por una cuerda tensa coincidente con el eje X, es: $y = 0,2 \text{ sen } (100\pi t - 200\pi x)$, en unidades S.I. Determine:

- Los valores del período, la amplitud, la longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda.
- La expresión matemática de la onda en términos de la función coseno.

DATOS

$y = 0,2 \text{ sen } (100\pi t - 200\pi x)$, en unidades S.I.

- Por comparación con la expresión matemática de la ecuación de una onda

$$y = A \text{ sen } (\omega t - kx)$$

$$A = 0,2 \text{ m}$$

$$\omega = 100\pi \text{ rad.s}^{-1} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{100\pi} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$

$$T = 2 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$

$$k = 200\pi \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{200\pi} = 10^{-2} \text{ m}$$

$$\lambda = 10^{-2} \text{ m}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{10^{-2}}{2 \cdot 10^{-2}} = 0,5 \text{ m.s}^{-1}$$

$$v = 0,5 \text{ m s}^{-1}$$

-

$$y = 0,2 \text{ cos } (100\pi t - 200\pi x + \frac{\pi}{2})$$

3º Una onda armónica que se propaga por un medio unidimensional tiene una frecuencia de 500 Hz y una velocidad de propagación de 350 m/s .

- ¿Qué distancia mínima hay en un cierto instante , entre dos puntos del medio que oscilan con una diferencia de fase de 60º?
- ¿Cuál es la diferencia de fase de oscilación, en un cierto punto, para un intervalo de tiempo de 10⁻³ s?

DATOS

$$f = 500 \text{ Hz}$$

$$v = 350 \text{ ms}^{-1} \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{350}{500} = 0,7 \text{ m}$$

La expresión matemática de la función de una onda es :

$$y = A \text{ cos } (\omega t - kx) \quad \text{Donde } \phi = (\omega t - kx) \text{ es la fase de la onda}$$

a)

El desfase entre dos puntos en un mismo instante vendrá dado por la expresión.

$$\Delta\phi = (\omega t - kx_2) - (\omega t - kx_1) = k(x_1 - x_2) \quad \text{En este caso } \Delta\phi = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$$

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}(x_1 - x_2) \Rightarrow (x_1 - x_2) = \frac{\pi\lambda}{3 \cdot 2\pi} = \frac{0,7}{6} = 0,117 \text{ m}$$

$$\mathbf{x_1 - x_2 = 0,117 \text{ m}}$$

b)

El desfase temporal en un mismo punto vendrá dado por la expresión :

$$\Delta\phi = (\omega t_2 - kx) - (\omega t_1 - kx) = \omega(t_2 - t_1) \quad \text{En este caso } t_2 - t_1 = 10^{-3} \text{ s}$$

$$\Delta\phi = 2\pi f(t_2 - t_1) = 2\pi \cdot 500 \cdot 10^{-3} = \pi \text{ rad}$$

$$\mathbf{\Delta\phi = \pi \text{ rad}}$$

3º Un tren de ondas armónicas se propaga en un medio unidimensional de forma que las partículas del mismo están animadas de un movimiento vibratorio armónico simple representado por :

$$\mathbf{y = 4 \text{ sen} \left(\frac{\pi}{3} t + \phi \right)} \quad (\text{y en cm, t en s}).$$

Determine :

- La velocidad de propagación de las ondas, sabiendo que su longitud de onda es de 240 cm.
- La diferencia de fase en un instante dado correspondiente a dos partículas separadas una distancia de 210 cm.

DATOS

$$y = 4 \text{ sen} \left(\frac{\pi}{3} t + \phi \right) \quad \text{Por comparación con la ecuación del M.A.S. } y = A \text{ sen} (\omega t + \phi)$$

$$A = 4 \text{ cm}$$

$$\omega = \frac{\pi}{3} \text{ rad.s}^{-1} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{3}} = 6 \text{ s}$$

$$\lambda = 240 \text{ cm}$$

a)

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{240}{6} = 40 \text{ m.s}^{-1} = 40 \text{ cm.s}^{-1}$$

$$\mathbf{v = 40 \text{ cm.s}^{-1}}$$

b)

La diferencia de fase entre dos puntos en un mismo instante vendrá dado por la expresión.

$$\Delta\phi = (\omega t - kx_2) - (\omega t - kx_1) = k(x_1 - x_2) = \frac{2\pi}{\lambda}(x_1 - x_2) = \frac{2\pi}{240} \cdot 210 = 1,75\pi \text{ rad}$$

$$\mathbf{\Delta\phi = 1,75\pi \text{ rad}}$$

4º Una onda transversal que se propaga en una cuerda, coincidente con el eje X, tiene por expresión matemática: $y(x, t) = 2 \text{ sen } (7t - 4x)$, en unidades SI.

Determine:

- La velocidad de propagación de la onda y la velocidad máxima de vibración de cualquier punto de la cuerda.
- El tiempo que tarda la onda en recorrer una distancia igual a la longitud de onda.

DATOS

$$y(x, t) = 2 \text{ sen } (7t - 4x) \Rightarrow \omega = 7 \text{ rad/s} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{7} \text{ s}$$
$$\Rightarrow k = 4 \text{ rad/m} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \text{ m}$$

a)

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\frac{\pi}{2}}{\frac{2\pi}{7}} = \frac{7}{4} = 1,75 \text{ ms}^{-1}$$

$$v = 1,75 \text{ m s}^{-1}$$

$$v = 14 \text{ cos } (7t - 4x) \Rightarrow v_{\text{max}} = 14 \text{ ms}^{-1}$$

$$v_{\text{max}} = 14 \text{ ms}^{-1}$$

b)

El tiempo que tarda la onda en recorrer una longitud de onda es un período

$$T = \frac{2\pi}{7} = 0,895 \text{ s}$$

$$T = 0,897 \text{ s}$$