EvAU FÍSICA MADRID SEPTIEMBRE 2020

A.1 (2 puntos). Calisto (el tercer satélite con mayor masa del sistema solar), que posee una densidad de 1,83 g cm^{-3} y un radio de 2410 km, da una revolución alrededor del planeta Júpiter cada 16,89 días.
a) Calcule la masa del satélite y la aceleración de la gravedad en su superficie.
b) Obtenga la energía cinética y la energía mecánica de Calisto en su órbita circular alrededor del planeta.
Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6{,}67\ 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; *Masa de Júpiter*, $M_{Jup} = 1{,}90 \cdot 10^{27}$ kg.

Solución:

$$m = V.d = \frac{4}{3}.\pi.\ R^3.d = \ldots = 1{,}07.10^{23}\,kg \qquad\qquad g = G.\frac{m}{R^2} = \ldots = 1{,}23\ m.s^{-2}$$

$$Fc = Fa \quad \rightarrow \quad m.w^2.r = G.M.m/r^2 \quad \rightarrow \quad r = \sqrt[3]{\frac{G.M}{w^2}} = \ldots = 1{,}9.10^9\ m$$

$$Fc = Fa \quad \rightarrow \quad m.v^2/r = G.M.m/r^2 \qquad \rightarrow \quad Ec = \frac{1}{2}.m.v^2 = \frac{G.M.m}{2.r} = \ldots$$

$$Ep = -\frac{G.M.m}{r} \quad \rightarrow \quad Em = Ec + Ep = -Ec$$

A.2 (2 puntos). Un violín emite ondas sonoras con una potencia de $5 \cdot 10^{-3}$ W cuando se toca la nota Fa de 698 Hz.
a) Indique razonadamente si la onda es longitudinal o transversal y obtenga su longitud de onda.
b) Calcule el nivel de intensidad sonora que percibe un oyente situado a 20 m generado por 15 violines de una orquesta tocando al unísono.
Datos: Intensidad umbral de audición, $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}*; Velocidad del sonido en el aire,* $v_S = 340$ m s^{-1}.
Solución:

El sonido es una variación de presión lo que se transmite, es una onda longitudinal

$$v = \lambda.F \quad \rightarrow \quad \lambda = v / F = \ldots$$

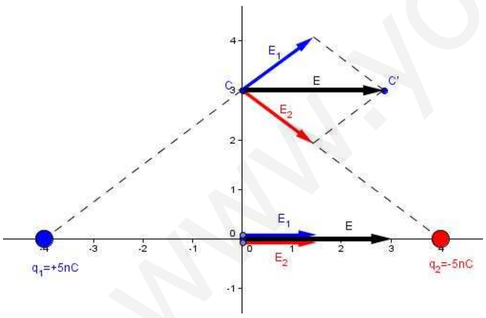
$$I = P / S = 15.\ 5.10^{-3} /(4.\pi.20^2) = \ \ldots$$

$$\beta = 10.\ \log (I /I_o) = \ldots$$

A.3 (2 puntos). Dos cargas eléctricas puntuales *A* y *B* de valores $q_A = +5$ nC y $q_B = -5$ nC, están situadas en el plano *xy* en las posiciones (-4, 0) cm y (4, 0) cm, respectivamente. Determine el potencial eléctrico y el campo eléctrico creado por esta distribución de cargas en:

a) El origen de coordenadas.
b) El punto del plano (0, 3) cm.

Dato: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9.10^9$ N m^2 C^{-2}.



a) Origen de coordenadas

$E_1 = E_2 = k.q/r^2 = 9.10^9.5.10^{-9} /0.04^2 = 28125\ N.C^{-1} \rightarrow$

$E = E_1 + E_2 = 28125 + 28125 = 56250\ N.C^{-1}$ $\qquad$ $\mathbf{E} = 56250\ \mathbf{i}$

$V = k.q /r \rightarrow V_1 = 9.10^9. (+5.10^{-9})/0{,}04 = 1125$ V ,,

$V_2 = 9.10^9. (-5.10^{-9})/0{,}04 = -1125$ V $\rightarrow$ $V = V_1 + V_2 = 0$ V

b) Punto (0,3) cm

$E_1 = E_2 = k.q/r^2 = 9.10^9.5.10^{-9} /0.05^2 = 18000\ N.C^{-1} \rightarrow$

$\mathbf{E_1} = 18000.\ 4/5.\ \mathbf{i} + 18000.\ 3/5.\ \mathbf{j}$,, $\mathbf{E_2} = 18000.\ 4/5.\ \mathbf{i} - 18000.\ 3/5.\ \mathbf{j}$

$\mathbf{E} = \mathbf{E_1} + \mathbf{E_2} = 2.\ 18000.\ 4/5.\ \mathbf{i} = 28800\ \mathbf{i}$

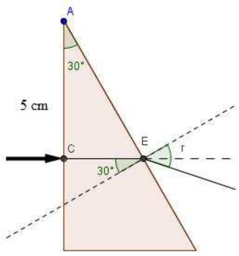
$V = k.q /r \rightarrow V_1 = 9.10^9. (+5.10^{-9})/0{,}05 = 900$ V ,, $V_2 = 9.10^9. (-5.10^{-9})/0{,}05 = -900$ V $\rightarrow$ $V = V_1 + V_2 = 0$ V

A.4 (2 puntos). Sobre la cara A de un prisma de material transparente incide perpendicularmente desde el aire un rayo de luz a una distancia de 5 cm desde el vértice superior, cuyo ángulo es de 30º (ver figura).

a) Calcule el tiempo que tarda el rayo en alcanzar la cara B, y el ángulo de emergencia al aire a través de dicha cara, si el material es un vidrio con un índice de refracción de 1,5.

b) ¿Emergerá el rayo por la cara B si el prisma es de diamante, cuyo índice de refracción es de 2,5? Razone la respuesta.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3.10^8$ m s^{-1}; Índice de refracción del aire, $n_{aire} = 1$.



El espacio que recorrería es x = 0,05 . tg 30 = 0,0289 m,, v = c / n = ...

Tiempo en recorrelo t = x / v = ...

n_i . sen i = n_r . sen r

En la primera incidencia el rayo pasa del aire al vidrio con un ángulo de incidencia de 0º por tanto se refracta con 0º, no se desvía.

En la segunda incidencia pasa del vidrio al aire con un ángulo de incidencia de 30º por tanto se refracta con un ángulo de:

1,5 . sen 30 = 1 . sen r → r = 48,6º

Si en vez de vidrio fuera diamante, n = 2,5, n . sen 30 daría 2,5. sen 30 = 1,25 , el rayo no saldría, se reflejaría ; el ángulo de 30º es superior al ángulo Límite para el diamante, L = arc sen (1/2,5) = 23,6º

A.5 (2 puntos). Para obtener imágenes del corazón se utiliza el isótopo ^{201}Tl del talio, que emite rayos gamma tras su desintegración, con un período de semidesintegración de 3,04 días. Para una correcta visualización de los tejidos cardíacos se recomienda inyectar una dosis de 0,9 MBq kg^{-1} .

a) Obtenga la constante de desintegración radiactiva del isótopo. Determine la cantidad de ^{201}Tl, expresada en gramos, recomendada para diagnosticar a un paciente de 75 kg.

b) Calcule el tiempo necesario para que el nivel de actividad se reduzca a un 1% respecto a la actividad inicial.

Datos: Número de Avogrado, $N_A = 6{,}02.10^{23}$ mol^{-1}; Masa atómica del ^{201}Tl, $M_A = 201$ u.

$$\lambda = \ln 2 / T = \ln 2 /(3{,}04.24.3600) = 2{,}64.10^{-6}\ s^{-1}$$

para 75 kg se necesita una actividad de A = 0,9 . 75 = 67,5 MBq

$$A = \lambda.\ N \rightarrow \quad N = A / \lambda = 67{,}5.10^6 / 2{,}64.10^{-6} = 2{,}56.10^{13} \text{ átomos}$$

$$m = M_A .\ N / N_A = 201\ .\ 2{,}56.10^{13} / 6.02.10^{23} = 8{,}55.10^{-9} \text{ gramos}$$

$$A = A_o.e^{-\lambda.t} \rightarrow 0{,}01.A_o = A_o.e^{-\lambda.t} \quad \rightarrow \lambda.t = 4{,}61 \quad \rightarrow t = 4{,}61/2{,}64.10^{-6} = 1{,}7.10^6 \text{ s}$$

B.1 (2 puntos). La sonda espacial *Mars Reconnaissance Orbiter* consiguió en septiembre de 2006 situarse en una órbita circular en torno al planeta Marte a 290 km de altura sobre la superficie para realizar un mapeo de su superficie. Tras utilizar combustible en la maniobra de aproximación, la sonda actualmente tiene una masa de 1031 kg.

a) Halle el periodo de revolución de la sonda espacial y su velocidad orbital alrededor de Marte.

b) Obtenga la energía mínima necesaria que habría que suministrar al satélite para que escape del campo gravitatorio marciano.

Datos: $G = 6{,}67.10^{-11}$ N m^2 kg^{-2} ; Masa de Marte $6{,}42.10^{23}$ kg; Radio de Marte $3{,}39.10^6$ m.

$$Fa = Fc \quad \rightarrow \quad G.M.m / r^2 = m.v^2 /r = m.w^2.r \quad \rightarrow w^2 = G.M/r^3 = 6{,}67.10^{-11}.\ 6{,}42.10^{23} /(3{,}39.10^6+2{,}9.10^5)^3 = 8{,}59.10^{-7}$$

$$\rightarrow \quad w = 9{,}3.10^{-4} \text{ rad/s} \quad \rightarrow \quad T = 2\pi/w = 6778 \text{ s} \quad \rightarrow v = w.r = ... = 3422 \text{ m/s}$$

Escapar es alcanzar “el infinito” , Em = 0

Em(actual) + E suministrada = 0 → E suministrada = - Em(actual) = -(-G.M.m/(2r)) = 6.10^9 J

B.2 (2 puntos). Un oscilador armónico de frecuencia 1000 Hz genera en una cuerda una onda transversal que se propaga en el sentido positivo del eje *x*, con una longitud de onda de 1,5 m. La velocidad máxima de oscilación de un punto de la cuerda es de 100 $m.s^{-1}$. Además, para un punto de la cuerda situado en $x = 0$ m y en el instante $t = 600$ μs, la elongación de la onda es de 1 cm y su velocidad de oscilación es positiva.

a) Determine la velocidad de propagación y la amplitud de la onda.

b) Halle la fase inicial y escriba la expresión matemática que representa dicha onda.

$$w = 2.\pi.F = 2000.\pi \text{ rad/s} \qquad k = 2.\pi /\lambda = 2.\pi /1{,}5 = 4.\ \pi /3 \text{ rad/m} \qquad v = w / k = ...= 1500 \text{ m/s}$$

$$y = A.\ sen(w.t - k.x + \Phi) \quad \rightarrow dy /dt = A.w.\ cos(w.t - k.x + \Phi) \quad \rightarrow$$

$$dy /dt\ (\text{máximo}) = A.w = 100 \quad \rightarrow A = 100 /(2000.\pi) = 0{,}016 \text{ m}$$

$$\text{si en } t = 6.10^{-4} \text{ s} \quad y = 0{,}01 \text{ m} \quad \rightarrow \ 0{,}01 = 0{,}016.\ sen\ (2000.\ \pi.\ 6.10^{-4} - k.0 + \Phi) \quad \rightarrow$$

$(2000.\ \pi.\ 6.10^{-4} - k.0 + \Phi) = 0{,}675$ rad ó 2,466 rad (2º cuadrante, coseno < 0)

$$\text{si } dy /dt > 0 \ \rightarrow \ 2000.\ \pi.\ 6.10^{-4} + \Phi = 0{,}675 \quad \rightarrow \ \Phi = - 3{,}09 \text{ rad}$$

$$y = 0{,}016\ .\ sen(2000.\pi.t - 1{,}33.\pi.x - 3{,}09)$$

B.3 (2 puntos). Una espira circular de radio 6 cm, inicialmente situada en el plano *xy*, está inmersa en el seno de un campo magnético homogéneo dirigido hacia el sentido positivo del eje *z*. Calcule, para el instante t = 7 ms, el flujo del campo magnético en la espira y la fuerza electromotriz inducida en los siguientes casos:

a) El módulo del campo magnético varía de la forma $B = 3t^2$ (B expresado en teslas y t en segundos).

b) El módulo del campo magnético es constante e igual a B = 8 mT, y la espira gira con una velocidad angular de 60 rad s^{-1}, alrededor del eje *y*.

$S = \pi.r^2 = ... = 0{,}0113\ m^2$ „ $\Phi = B.\ S.\ \cos\theta$ $E = -\ \partial\ \Phi\ /\partial t$

a) S constante, $\theta = 0$ constante, $B = 3.t^2$ →

$\Phi = 0{,}0113.3.t^2 = 0{,}034.t^2 \rightarrow \Phi(7ms) = 1{,}67.10^{-6}$ Wb → $E = -\ \partial(0{,}034.t^2)\ /\partial t = -\ 0{,}068.t \rightarrow E(7ms) = -\ 4{,}76.10^{-4}$ V

b) S constante, $\theta = 60.t$, B = 0,008 T constante →

$\Phi = 0{,}008.\ 0{,}0113.\ \cos 60.t = 9{,}04.10^{-5}.\ \cos 60.t \rightarrow \Phi(7ms) = 8{,}25.10^{-5}$ Wb

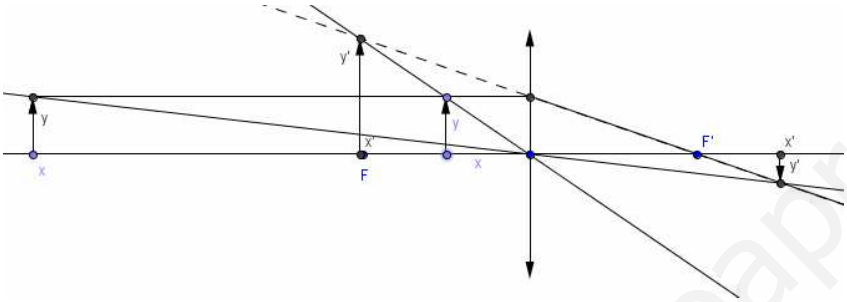
$E = -\ \partial(9{,}04.10^{-5}.\ \cos 60.t\ )\ /\partial t = 9{,}04.10^{-5}.60.\ \text{sen}\ 60.t \rightarrow E(7ms) = 2{,}2.10^{-3}$ V

B.4 (2 puntos). Determine las posiciones donde debe colocarse un objeto real situado a la izquierda de una lente convergente de potencia 2,5 dioptrías para que el tamaño de la imagen formada por la lente sea:

a) Derecha y el doble que el tamaño del objeto.

b) Invertida y la mitad del tamaño del objeto.

Indique, en cada caso, la naturaleza de la imagen y realice el trazado de rayos correspondiente.



P = 1/f' P = 2,5 → f' = 40 cm

1/x' – 1/x = 1/f' A = y'/y = x'/x

a) A = +2 → x' = 2.x

1/(2x) – 1/x = 1/40 → x = – 20 cm

y' es virtual derecha y mayor

b) A = – ½ → x' = - x/2

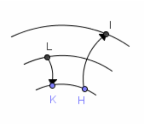
1/(-x/2) – 1/x = 1/40 → x = – 120 cm

y' es real, invertida y menor

B.5 (2 puntos). Un sistema atómico que consta de tres niveles energéticos se utiliza para obtener radiación láser. Con respecto al primer nivel (nivel fundamental), el segundo y el tercer nivel se sitúan a 2,07 eV y 2,76 eV, respectivamente. La absorción se produce desde el primer nivel al tercero, mientras que la emisión láser se produce por la transición entre el segundo nivel y el fundamental.

a) Halle la longitud de onda y la frecuencia del fotón necesario para que se produzca la absorción (transición 1 → 3).

b) Calcule la longitud de onda de la radiación emitida (transición 2 → 1) y la potencia del láser si se emiten 2.10^{16} fotones/s.



Datos: Constante de Planck, $h = 6{,}63.10^{-34}$ J s*; Velocidad de la luz en el vacío,* $c = 3.10^8$ m s^{-1}*; Valor absoluto de la carga del electrón,* $e = 1{,}6.10^{-19}$ C.

$E = h.F \rightarrow F = E\ /\ h$ „ $c = \lambda\ .\ F \rightarrow \lambda = c\ /\ F$

a) $F = 2{,}76\ .1{,}6.10^{-19}\ /\ 6{,}63.10^{-34} = 6{,}66.10^{14}$ Hz → $\lambda = 3.10^8\ /\ 6{,}66.10^{14} = 4{,}5.10^{-7}$ m

b) $F = 2{,}07\ .1{,}6.10^{-19}\ /\ 6{,}63.10^{-34} = 5.10^{14}$ Hz → $\lambda = 3.10^8\ /\ 5.10^{14} = 6.10^{-7}$ m

$P = n.E = 2.10^{16}.\ 2{,}07\ .1{,}6.10^{-19} = 6{,}6.10^{-3}$ W