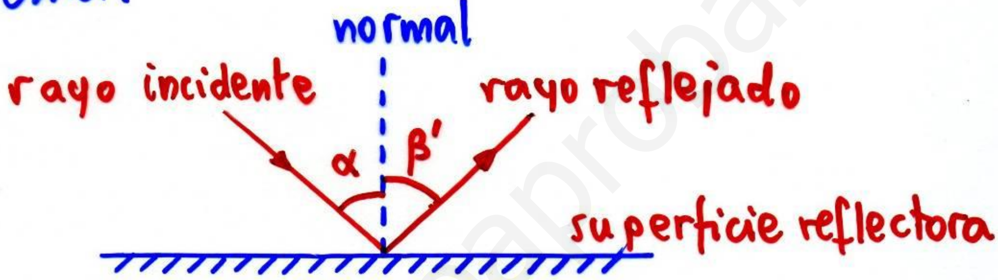
a) Enuncie las Leyes de la reflexión y de la refracción de la luz y efectúe los esquemas gráficos correspondientes.
b) Defina el concepto de ángulo límite y explique el fenómeno de reflexión total.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, junio 2010 -Fase General-)

SOLUCIÓN:-

REFLEXIÓN de la luz:

Esquema:



Primera ley de la reflexión:
Los rayos incidente y reflejado y la normal son coplanarios.

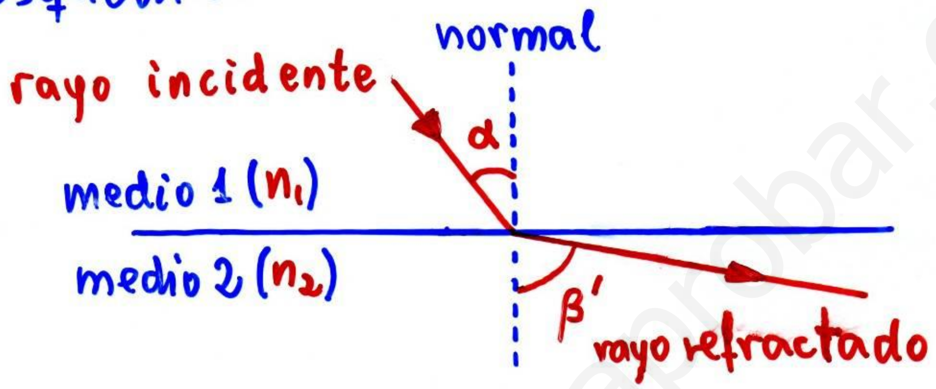
Segunda ley de la reflexión:
Los ángulos de incidencia (α) y de reflexión (β') son iguales.

Se produce reflexión cuando la luz rebota en la superficie que separa dos medios no absorbentes, uno de los cuales es opaco.

REFRACCIÓN de la luz:

Se produce refracción cuando la luz, procedente de un medio en el que viaja con velocidad v_1 -índice de refracción: n_1-, pasa a viajar en otro medio, en el que se propaga con diferente velocidad: v_2 -índice de refracción: n_2-.

Esquema:



Primera ley de la refracción:

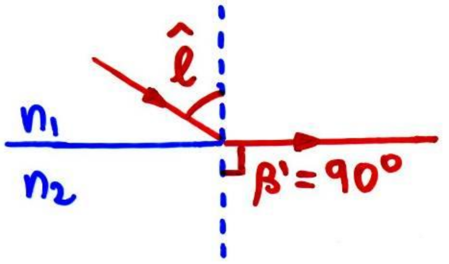
Los rayos incidente y refractado y la normal son coplanarios.

Segunda ley de la refracción (Snell):

$n_1 \cdot \text{sen}\,\alpha = n_2 \cdot \text{sen}\,\beta'$

(α: ángulo de incidencia; β': ángulo de refracción)

Cuando la luz pasa de un medio a otro menos refringente ($n_2 < n_1$) -caso mostrado en el esquema anterior- existe un ángulo límite, que es el mayor ángulo de incidencia posible para que se produzca refracción:



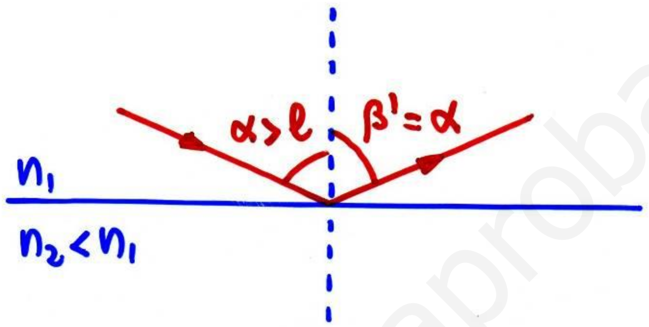
Aplicando la ley de Snell:

$n_1 \cdot \text{sen}\,\ell = n_2 \cdot \text{sen}\,90° = n_2$

$\ell = \text{arc sen}\,\dfrac{n_2}{n_1}$

(ángulo límite)

Si en este caso ($n_2 < n_1$) la luz incide sobre la superficie de separación con un ángulo de incidencia superior al ángulo límite no se produce refracción - la luz no penetra en el medio 2-, y únicamente se refleja - reflexión total -:



Si la luz pasa de un medio a otro más refringente ($n_2 > n_1$) el rayo refractado se acerca a la normal, por lo que siempre hay refracción, no existe ángulo límite y no puede darse la reflexión total.

Una superficie plana separa dos medios de índices de refracción distintos n_1 y n_2. Un rayo de luz incide desde el medio de índice n_1. Razone si son verdaderas o falsas las afirmaciones siguientes:

a) El ángulo de incidencia es mayor que el ángulo de reflexión.

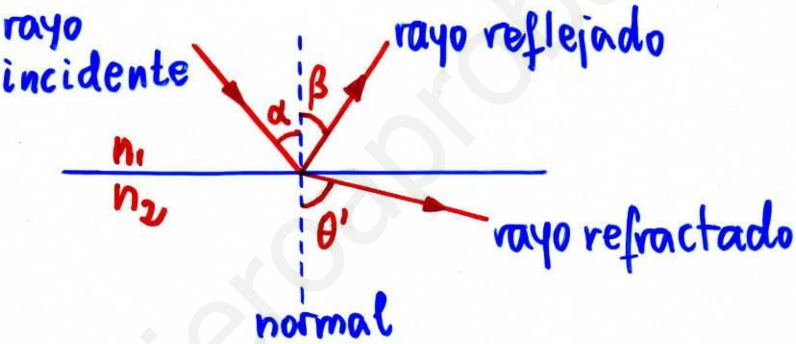
b) Los ángulos de incidencia y de refracción son siempre iguales.

c) El rayo incidente, el reflejado y el refractado están en el mismo plano.

d) Si $n_1 > n_2$ se produce reflexión total para cualquier ángulo de incidencia.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 2007)

Solución:-



a) "El ángulo de incidencia es mayor que el ángulo de reflexión": falso, ya que, de acuerdo con la segunda ley de la reflexión, esos dos ángulos son iguales: $\alpha = \beta$.

b) "Los ángulos de incidencia y de refracción son siempre iguales": En general, es falso. Según la ley de Snell: $n_1 \operatorname{sen} \alpha = n_2 \operatorname{sen} \theta'$, al ser $n_1 \neq n_2$ los ángulos son distintos: $\alpha \neq \theta'$! Tan solo en el caso de incidencia normal ($\alpha = \beta = \theta' = 0^\circ$) los ángulos de incidencia y de refracción coinciden.

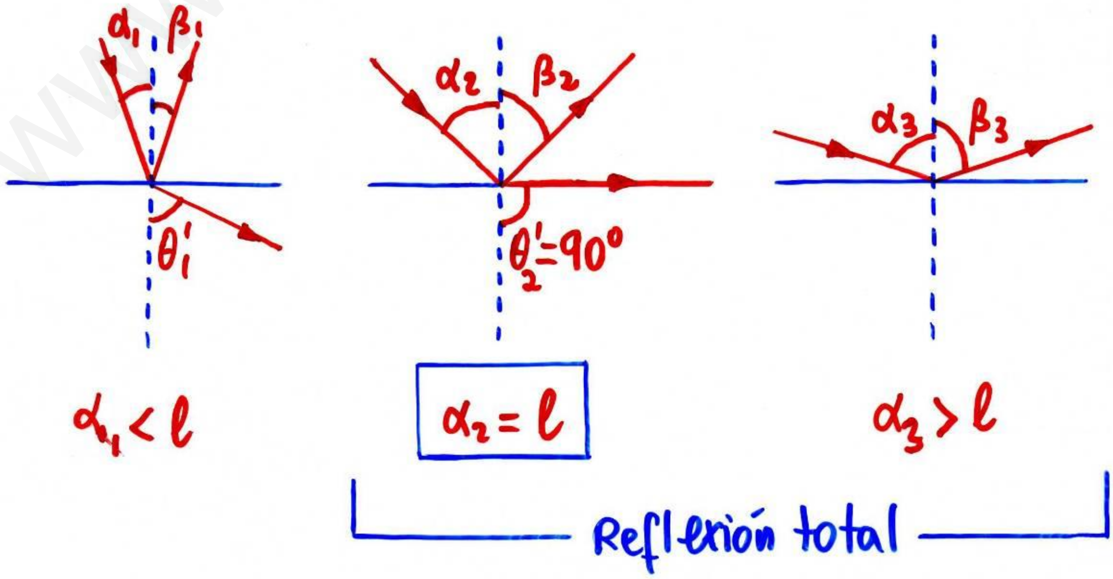
c) "El rayo incidente, el reflejado y el refractado están en el mismo plano": **verdadero**, pues es justo lo que establecen las primeras leyes de la reflexión y la refracción: esos tres rayos y la normal a la superficie de separación están en el mismo plano.

d) "Si $n_1 > n_2$ se produce reflexión total para cualquier ángulo de incidencia" **falso**.

Únicamente se produce reflexión total cuando el ángulo de incidencia supera al **ángulo límite: ℓ**. Justo en este caso tendríamos:

$$\theta' = 90^\circ \quad ; \quad n_1 \operatorname{sen} \ell = n_2 \operatorname{sen} 90^\circ = n_2$$

$$\ell = \operatorname{arc\,sen} \frac{n_2}{n_1}$$



FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

Una superficie de discontinuidad plana separa dos medios de índices de refracción n_1 y n_2. Si un rayo incide desde el medio de índice n_1, razone si las siguientes afirmaciones son verdaderas ó falsas:

a) si $n_1 > n_2$ el ángulo de refracción es menor que el ángulo de incidencia;

b) si $n_1 < n_2$ a partir de un cierto ángulo de incidencia se produce el fenómeno de reflexión total.

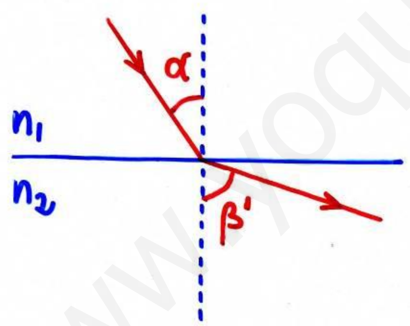
(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 2002)

SOLUCIÓN:

La refracción de la luz al pasar de un medio con índice de refracción n_1 a otro con índice de refracción n_2 está regida por la ley de Snell:

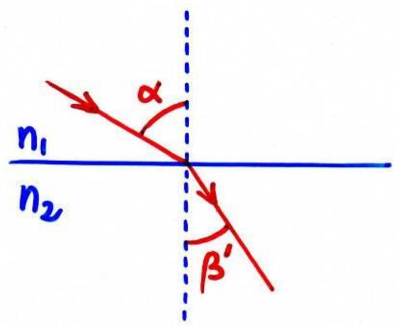
$$n_1 \operatorname{sen} \alpha = n_2 \operatorname{sen} \beta'$$

a) $\boxed{n_1 > n_2}$



$n_1 > n_2 \Rightarrow \operatorname{sen}\alpha < \operatorname{sen}\beta' \Rightarrow \alpha < \beta'$

b) $\boxed{n_1 < n_2}$



$n_1 < n_2 \Rightarrow \operatorname{sen}\alpha > \operatorname{sen}\beta' \Rightarrow \alpha > \beta'$

Siempre hay refracción
no puede haber reflexión total

En resumen:

Las dos afirmaciones son falsas : RESULTADO

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

a) Defina el concepto de ángulo límite y determine su expresión para el caso de dos medios de índices de refracción n_1 y n_2, si $n_1 > n_2$.

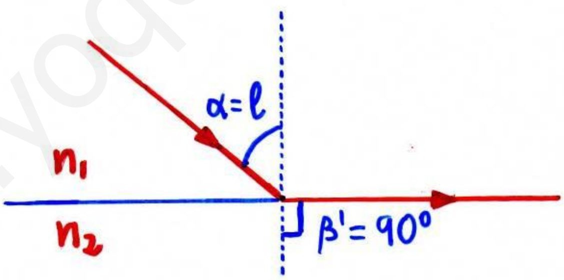
b) Sabiendo que el ángulo límite definido entre un medio material y el aire es 60°, determine la velocidad de la luz en dicho medio.

Dato: Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^8$ m/s.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 2004)

SOLUCIÓN.-

Ángulo límite es el máximo ángulo con el que incide un rayo luminoso desde un medio con índice de refracción: n_1 para que se produzca rayo refractado cuando la luz pasa a otro medio, con índice de refracción: n_2, tal que: $n_1 > n_2$.



Aplicando la ley de Snell encontramos:

$n_1 \operatorname{sen} \alpha = n_2 \operatorname{sen} \beta'$; $n_1 \operatorname{sen} \ell = n_2 \operatorname{sen} 90° = n_2 \cdot 1 = n_2$

de donde:

$$\boxed{\text{ángulo límite: } \ell = \operatorname{arc\,sen} \frac{n_2}{n_1} \quad : \text{RESULTADO}}$$

Si la luz pasa desde un medio con índice de refracción: n_1 al aire (índice de refracción: $n_2 \approx 1$) y el ángulo límite vale 60°, tenemos:

$$n_1 \times \text{sen}\, 60° = n_2 \approx 1; \quad n_1 \approx \frac{1}{\text{sen}\, 60°} = 1{,}15 .$$

Dado que este índice de refracción vale:

$n_1 = \frac{c}{v_1}$, la velocidad v_1 con que la luz viaja en este medio material es:

$$\boxed{v_1 = \frac{c}{n_1} = \frac{3 \times 10^8}{1{,}15} = 2{,}60 \times 10^8 \, ms^{-1} \text{ : RESULTADO}}$$

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

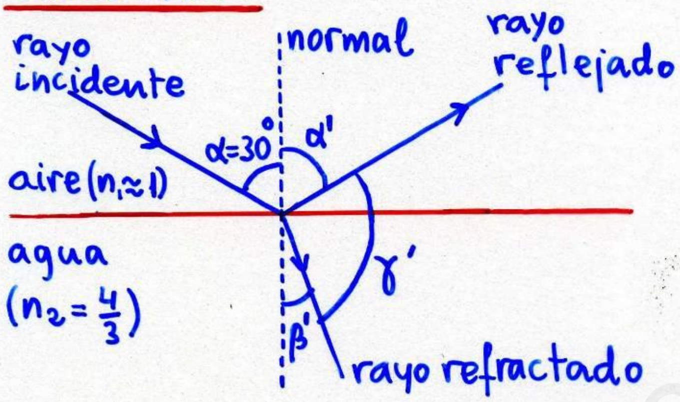
a) Un rayo luminoso que se propaga en el aire incide sobre el agua de un estanque con un ángulo de 30°. ¿Qué ángulo forman entre sí los rayos reflejado y refractado?.

b) Si el rayo luminoso se propagase desde el agua hacia el aire, ¿a partir de qué valor del ángulo de incidencia se presentará el fenómeno de reflexión total?.

Dato: Indice de refracción del agua = 4/3.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 2000)

SOLUCIÓN:



De acuerdo a las leyes de la reflexión:

$\alpha = \alpha'$

y de la refracción:

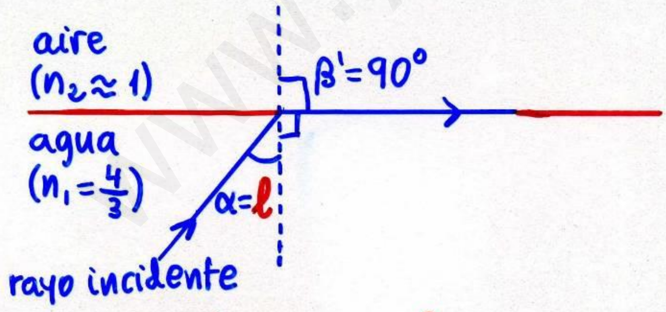
$n_1 \operatorname{sen} \alpha = n_2 \operatorname{sen} \beta'$

tenemos:

$$\alpha' = \alpha = 30°; \quad \beta' = \operatorname{arc\,sen} \frac{n_1 \operatorname{sen} \alpha}{n_2} = \operatorname{arc\,sen} \frac{1 \cdot \operatorname{sen} 30°}{\frac{4}{3}} \approx 22°$$

De la figura sacamos:

$$\boxed{\gamma' = 180° - (\alpha' + \beta') \approx 180° - (30+22)° = 128°: \text{RESULTADO}}$$



La reflexión total se da para ángulos de incidencia iguales o superiores al ángulo límite: ℓ.

La ley de Snell da:

$$n_1 \operatorname{sen} \ell = n_2 \operatorname{sen} 90°;$$

$$\boxed{\ell = \operatorname{arc\,sen} \frac{n_2 \operatorname{sen} 90°}{n_1} = \operatorname{arc\,sen} \frac{1 \cdot 1}{\frac{4}{3}} = 48°35'25''}$$

RESULTADO

Un rayo de luz se propaga desde el aire al agua, de manera que el rayo incidente forma un ángulo de de 30º con la normal a la superficie de separación aire-agua, y el rayo refractado forma un ángulo de 128º con el rayo reflejado.

a) Determine la velocidad de propagación de la luz en el agua.

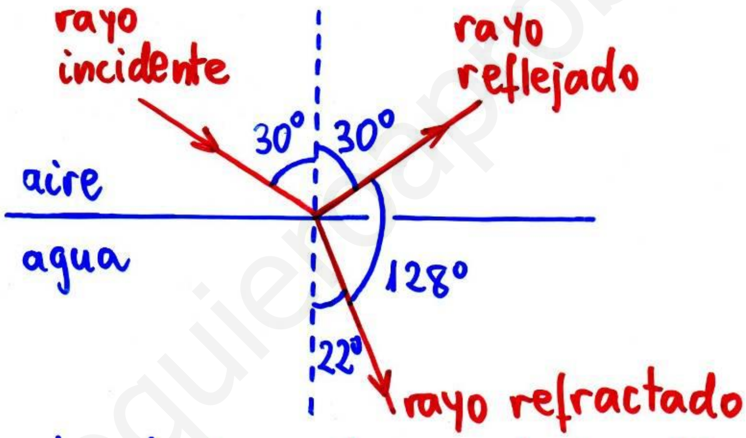
b) Si el rayo luminoso invierte el recorrido y se propaga desde el agua al aire, ¿a partir de qué ángulo de incidencia se produce la reflexión total?.

Dato: Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^8\ m{\cdot}s^{-1}$.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, septiembre 2010 -Fase Específica-)

SOLUCIÓN:-

a)



De acuerdo a la segunda ley de la reflexión el rayo reflejado también forma un ángulo de 30° con la normal.

El ángulo de refracción vale, entonces:

$$180° - 30° - 128° = 22°$$

Aplicando la ley de Snell a la refracción aire-agua, calculamos el índice de refracción de este segundo medio:

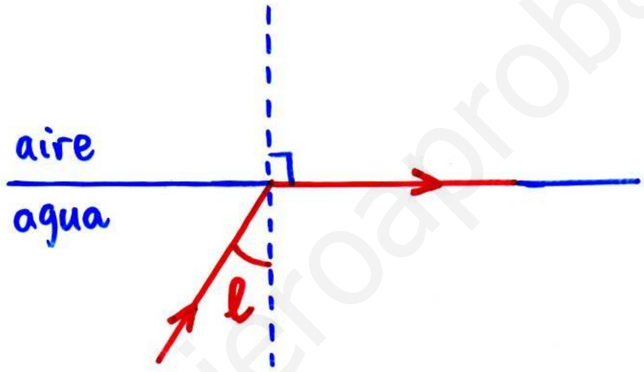
$n_{aire} \approx 1; \quad n_{aire} \cdot sen\,30° = n_{agua} \cdot sen\,22°$

$$n_{agua} = \frac{1 \cdot sen\,30^\circ}{sen\,22^\circ} = 1,33 = \frac{c}{V_{agua}} = \frac{3 \times 10^8}{V_{agua}} \;;$$

la velocidad de propagación de la luz en el agua vale:

$$\boxed{V_{agua} = \frac{3 \times 10^8}{1,33} = 2,25 \times 10^8\, ms^{-1} : \text{RESULTADO}}$$

b)



Se produce reflexión total cuando la luz incide desde el agua al aire con un ángulo de incidencia igual o superior al ángulo límite: ℓ, cuyo valor encontramos aplicando la Ley de Snell a la refracción agua-aire:

$$n_{agua} \cdot sen\,\ell = n_{aire}\, sen\, 90^\circ \simeq 1 \cdot 1 = 1$$

Ángulo límite: $\ell = arc\,sen \frac{1}{n_{agua}} = arc\,sen \frac{1}{1,33}$

$\ell = 48^\circ 31' 20''$

RESULTADO

FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

Un rayo de luz monocromática se propaga desde el agua hacia el aire.

a) ¿A partir de qué valor del ángulo de incidencia en la superficie de separación de ambos medios se presenta el fenómeno de reflexión total?. ¿Cómo se denomina dicho ángulo?.

b) ¿Cuánto vale la velocidad de propagación del rayo de luz en el agua?.

Datos: Índice de refracción del agua: $n_a = \frac{4}{3}$

Índice de refracción del aire: $n = 1$

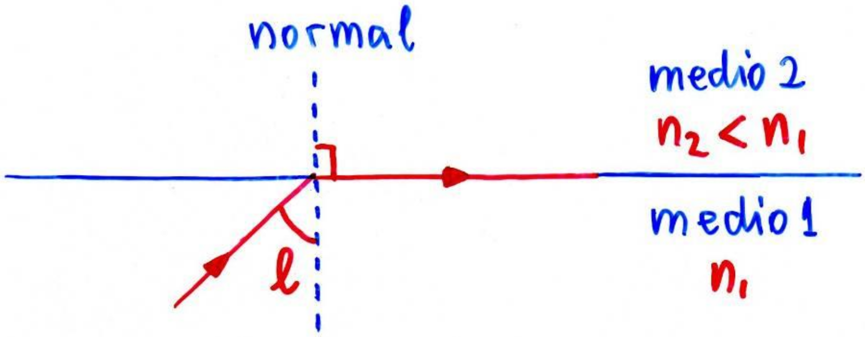
Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^8\ m{\cdot}s^{-1}$.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 2011)

SOLUCIÓN:-

La reflexión total se da cuando la luz intenta pasar de un medio a otro menos refringente que el anterior, pero al ser el ángulo de incidencia superior al ángulo límite realmente no logra refractarse, y se refleja en la superficie de separación de ambos medios, no cambiando de medio de propagación.

Se produce reflexión total para ángulos de incidencia superiores al ángulo límite, dándose para este último la situación mostrada en la figura:



Aplicando la **Ley de Snell** encontramos el valor de ese **ángulo límite**:

$$n_1 \cdot \text{sen}\, l = n_2 \cdot \text{sen}\, 90° = n_2$$

$$l = \text{arc sen} \frac{n_2}{n_1}$$

En nuestro caso:

- **Medio 1**: agua

Índice de refracción: $n_{agua} = \dfrac{c}{V_{agua}} = \dfrac{4}{3}$

Velocidad de la luz en el agua:

$$V_{agua} = \frac{c}{n_{agua}} = \frac{3 \times 10^8}{\frac{4}{3}} = 2{,}25 \times 10^8\ ms^{-1}$$

RESULTADO

Ángulo límite:

$$l = \text{arc sen} \frac{n_{aire}}{n_{agua}} \simeq \text{arc sen} \frac{1}{\frac{4}{3}} = \text{arc sen} \frac{3}{4} = 48°35'25''$$

RESULTADO

- **Medio 2**: aire

Índice de refracción: $n_{aire} \simeq 1$

Velocidad de la luz: $V_{aire} \simeq c = 3 \times 10^8\ ms^{-1}$

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

Un buceador enciende una linterna debajo del agua (índice de refracción: 1,33) y dirige el haz luminoso hacia arriba formando un ángulo de 40º con la vertical.

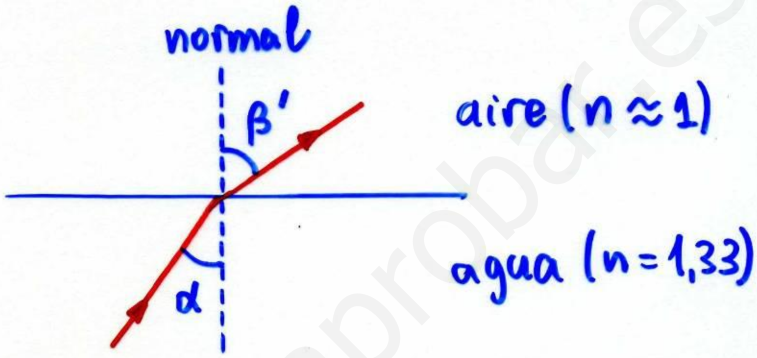
a) ¿Con qué ángulo emergerá la luz del agua?.

b) ¿Cuál es el ángulo de incidencia a partir del cual la luz no saldrá del agua?.

Efectúe esquemas gráficos en la explicación de ambos apartados.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 2006)

Solución.-



Al pasar del agua al aire la luz se refracta. La ley de Snell nos da el ángulo de refracción -emergencia-: β':

$$n_{agua} \operatorname{sen} \alpha = n_{aire} \operatorname{sen} \beta'$$

$$\beta' = \operatorname{arc\,sen} \frac{n_{agua} \operatorname{sen} \alpha}{n_{aire}} = \operatorname{arc\,sen} \frac{1{,}33 \times \operatorname{sen} 40^\circ}{1}$$

$$\boxed{\beta' = \operatorname{arc\,sen} 0{,}85 = 58^\circ 44' 58'' : \text{RESULTADO}}$$

El ángulo límite (ángulo de incidencia a partir del cual la luz no sale del agua, reflejándose -β'= 90º-) vale:

$$\boxed{l = \operatorname{arc\,sen} \frac{n_{aire} \operatorname{sen} 90^\circ}{n_{agua}} = \operatorname{arc\,sen} \frac{1}{1{,}33} = 48^\circ 45' 12'' \quad \text{RESULTADO}}$$

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

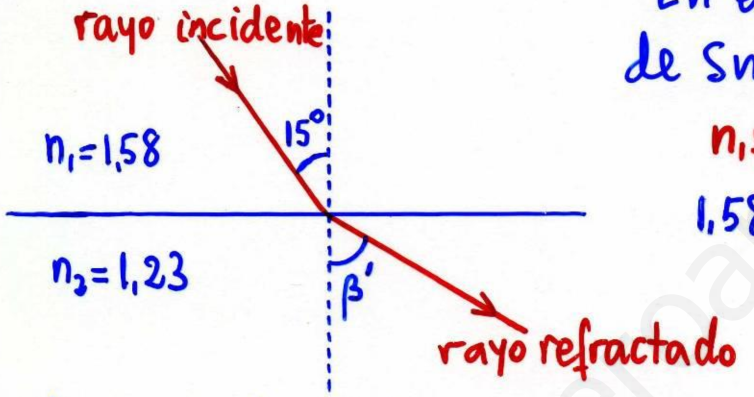
Un rayo de luz monocromática que se propaga en un medio de índice de refracción 1,58 penetra en otro medio de índice de refracción 1,23 formando un ángulo de incidencia de 15º (respecto a la normal) en la superficie de discontinuidad entre ambos medios.

a) Determine el valor del ángulo de refracción correspondiente al ángulo de incidencia anterior. Haga un dibujo esquemático.

b) Defina ángulo límite y calcule su valor para este par de medios.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 2001)

SOLUCIÓN:



En este caso, la ley de Snell establece:

$$n_1 \operatorname{sen} \alpha = n_2 \operatorname{sen} \beta'$$

$$1{,}58 \operatorname{sen} 15^\circ = 1{,}23 \operatorname{sen} \beta'$$

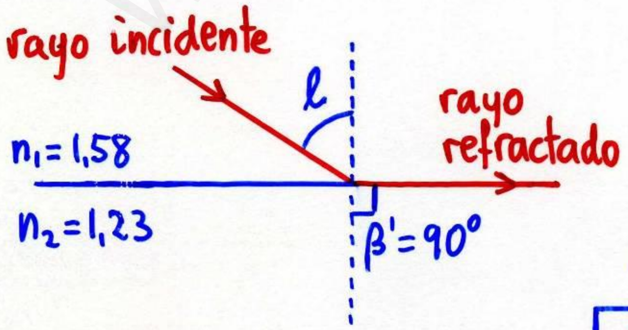
despejando β' de la expresión anterior, sacamos:

$$\beta' = \operatorname{arc\,sen} \frac{n_1 \operatorname{sen} \alpha}{n_2} = \operatorname{arc\,sen} \frac{1{,}58 \operatorname{sen} 15^\circ}{1{,}23} = 19^\circ 25' 7''$$

(el rayo refractado se aleja de la normal)

RESULTADO

El ángulo límite es el máximo ángulo de incidencia: en este caso, el ángulo de refracción es $90^\circ = \frac{\pi}{2}$ rad.



Aplicando otra vez la ley de Snell:

$$n_1 \operatorname{sen} \ell = n_2 \operatorname{sen} 90^\circ$$

$$\ell = \operatorname{arc\,sen} \frac{n_2}{n_1} = \operatorname{arc\,sen} \frac{1{,}23}{1{,}58}$$

$$\boxed{\ell = 51^\circ 7' 18'' : \text{RESULTADO}}$$

Una lámina de vidrio (índice de refracción: n = 1,52) de caras planas y paralelas y espesor *d* se encuentra entre el aire y el agua. Un rayo de luz monocromática de frecuencia 5×10^{14} Hz incide desde el agua en la lámina. Determine:

a) las longitudes de onda del rayo en el agua y en el vidrio;

b) el ángulo de incidencia en la primera cara de la lámina a partir del cual se produce reflexión total interna en la segunda cara.

Datos: Índice de refracción del agua: $n_{agua} = 1,33$

Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^8$ m/s.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 2008)

SOLUCIÓN.-

La frecuencia de la luz es independiente del medio a través del cual ésta se propaga; por tanto:

$$\nu_{agua} = \nu_{vidrio} = \nu_{aire} = 5 \times 10^{14}\ Hz = \nu .$$

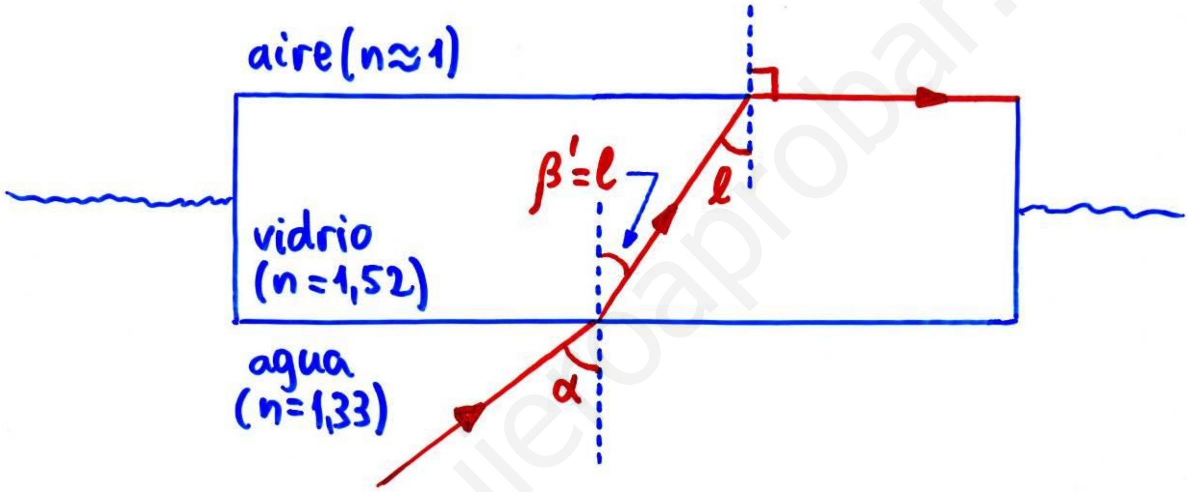
Recordando que el índice de refracción para un determinado medio vale:

$$n = \frac{c}{v} ,$$

la longitud de onda de la luz en el agua y en el vidrio vale, respectivamente:

$$\boxed{\begin{gathered} \lambda_{agua} = \frac{v_{agua}}{\nu} = \frac{\frac{c}{n_{agua}}}{\nu} = \frac{\frac{3 \times 10^8}{1,33}}{5 \times 10^{14}} = 4,51 \times 10^{-7}\ m \\ \lambda_{vidrio} = \frac{v_{vidrio}}{\nu} = \frac{\frac{c}{n_{vidrio}}}{\nu} = \frac{\frac{3 \times 10^8}{1,52}}{5 \times 10^{14}} = 3,94 \times 10^{-7}\ m \\ \text{RESULTADO} \end{gathered}}$$

Para que se produzca **reflexión total** en la segunda cara de la lámina -superficie de separación vidrio-aire - el ángulo con que incide la luz desde el vidrio en esta segunda cara debe ser, como mínimo, igual al **ángulo límite**. La marcha de los rayos luminosos es:



Aplicando la **ley de Snell** a las refracciones que se producen en las dos caras de la lámina de vidrio, tenemos:

$$n_{agua}\,\text{sen}\,\alpha = n_{vidrio}\,\text{sen}\,\beta' = n_{vidrio}\,\text{sen}\,\ell = n_{aire}\,\text{sen}\,90^\circ$$

De donde:

$$\alpha = \text{arc sen}\frac{n_{aire}\,\text{sen}\,90^\circ}{n_{agua}} = \text{arc sen}\frac{1}{n_{agua}} = \text{arc sen}\frac{1}{1{,}33}$$

$$\boxed{\alpha = 48^\circ 45' 12'' : \text{RESULTADO}}$$

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

a) ¿Qué diferencias existen entre una imagen real y una imagen virtual formadas por un sistema óptico centrado?.

b) Realiza un ejemplo de construcción geométrica para cada una de ellas utilizando espejos esféricos. Explica qué tipo de espejo esférico puedes emplear en cada caso.

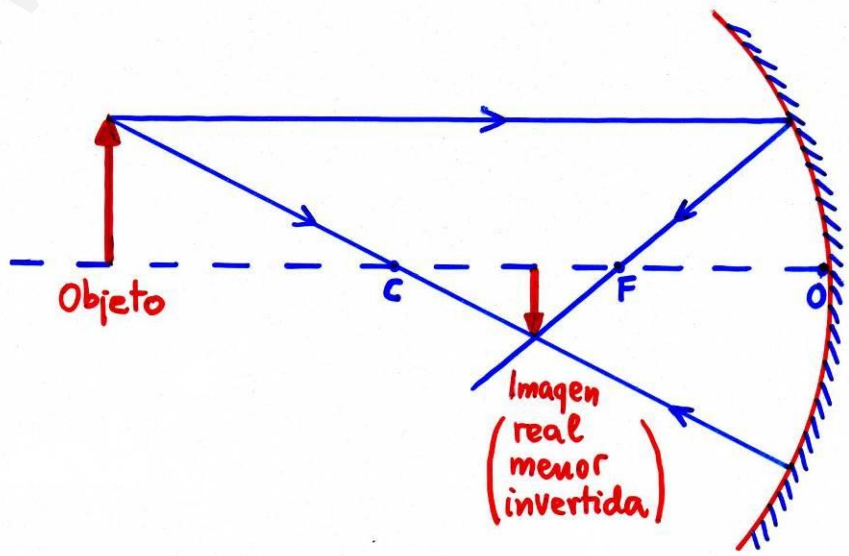
(*Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 1997*)

SOLUCIÓN:

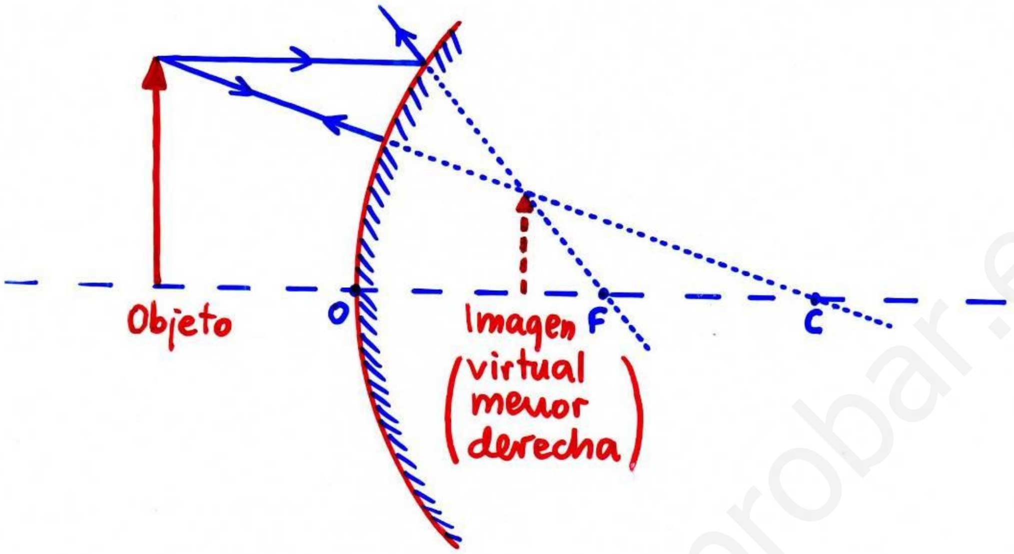
Una imagen real se forma al cruzarse los rayos reflejados -o refractados-, pudiéndose recoger en una pantalla, mientras que una imagen virtual se obtiene al cruzarse las prolongaciones de los rayos reflejados -o refractados-, y no se puede recoger en una pantalla.

En un sistema óptico compuesto una imagen, real o virtual, puede servir de objeto, real o virtual, para una segunda lente del sistema -ej.: en el microscopio compuesto-.

Ejemplo de imagen real:
Imagen de un objeto situado entre $-\infty$ y C, en un espejo esférico cóncavo:



Ejemplo de una imagen virtual:
Imagen de un objeto en un espejo esférico convexo:



Además de los ejemplos expuestos, también se obtiene una imagen real con un espejo cóncavo, a partir de un objeto situado en C y entre C y F. Por contra, se obtiene una imagen virtual con un espejo cóncavo, a partir de un objeto situado entre F y O.

FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

a) En un sistema óptico centrado formado por espejos, ¿qué características presentan las imágenes reales y las virtuales?.
b) Ponga un ejemplo de cada una de ellas utilizando espejos esféricos. Explique el tipo de espejo esférico utilizado en cada caso.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 2011)

SOLUCIÓN:-

Las imágenes reales se obtienen al cruzarse los rayos reflejados en el espejo. Se recogen en una pantalla.

Se obtienen imágenes reales con espejos esféricos cóncavos, siempre que el objeto esté a la izquierda del foco del espejo:

1) Espejo cóncavo - Objeto situado a la izquierda del centro de curvatura:

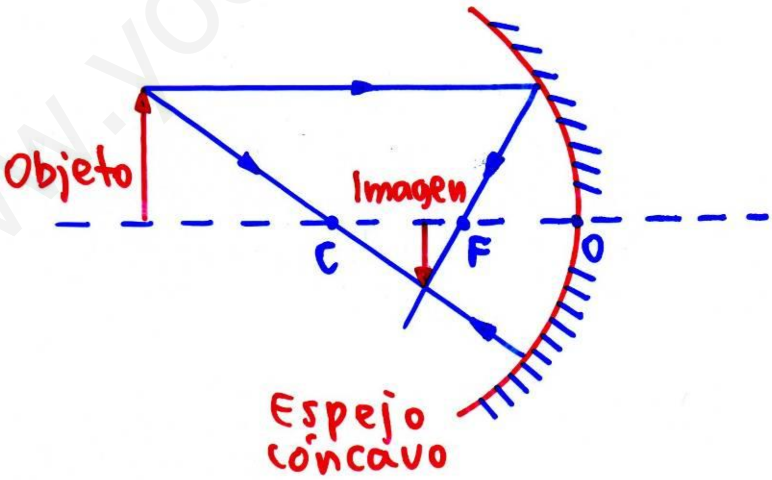


Imagen real, menor e invertida.

2) Espejo cóncavo - Objeto situado en el centro de curvatura:

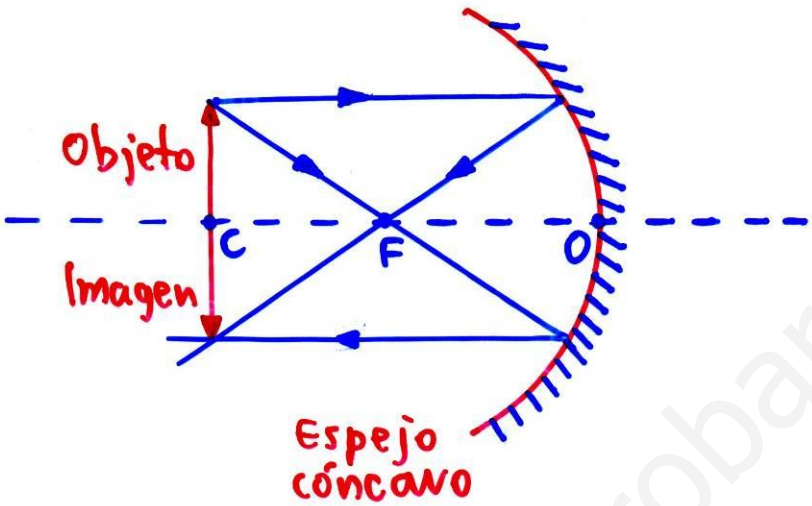


Imagen real, igual e invertida.

3) Espejo cóncavo - Objeto situado entre el centro de curvatura y el foco:

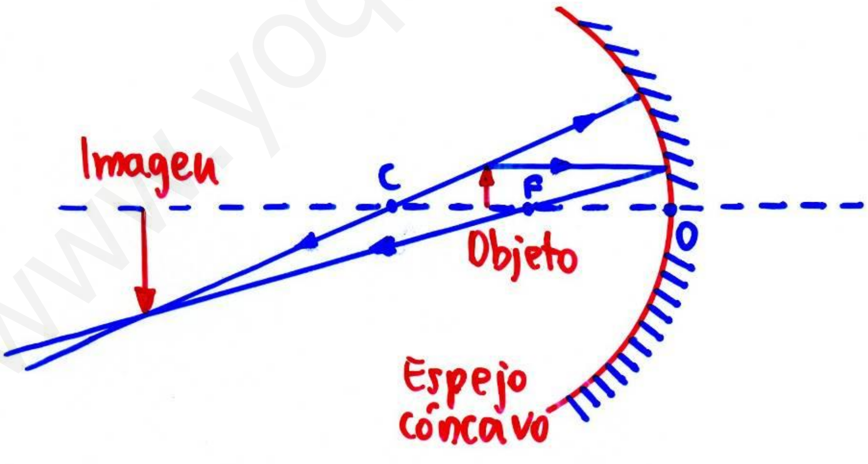


Imagen real, mayor e invertida.

En espejos esféricos cóncavos las imágenes reales salen siempre invertidas.

Cuando los rayos reflejados en el espejo divergen, para obtener la imagen hemos de considerar artificialmente sus prolongaciones hacia atrás; esas prolongaciones de los rayos reflejados se cruzan, dando lugar a una imagen virtual. Esta imagen virtual no se forma sobre una pantalla.

Se obtienen imágenes virtuales con espejos esféricos cóncavos, siempre que el objeto esté entre el foco y el centro óptico del espejo:

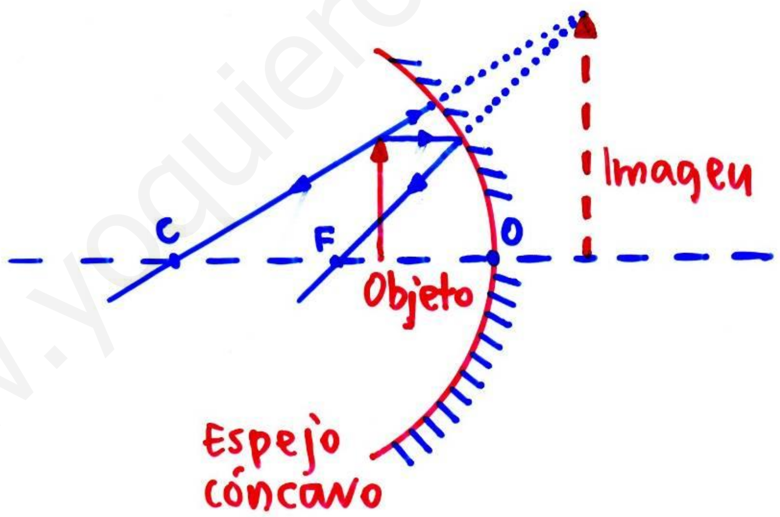


Imagen virtual, mayor y derecha.

También se obtienen imágenes virtuales con espejos esféricos convexos, sea cual sea la posición del objeto:

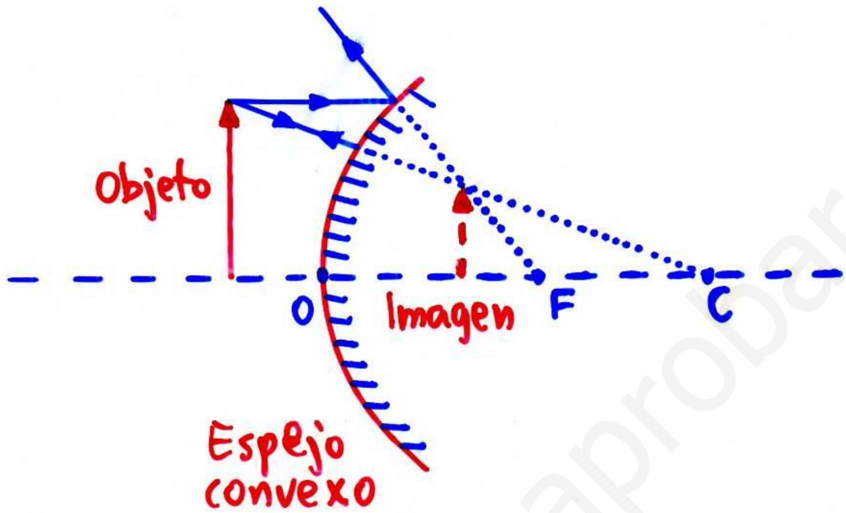


Imagen virtual, menor y derecha.

En espejos esféricos, las imágenes virtuales salen siempre derechas.

Recordamos que el ojo humano percibe tanto las imágenes reales como las virtuales.

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

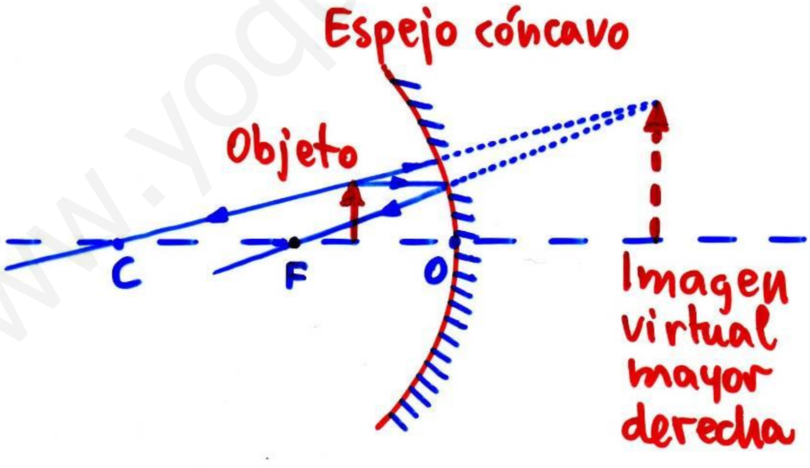
a) ¿Puede un espejo cóncavo producir una imagen virtual, derecha y menor que el objeto?.
b) ¿Puede una lente convergente producir una imagen real, invertida y mayor que el objeto?.

Justifique la respuesta en cada caso mediante un diagrama de rayos.

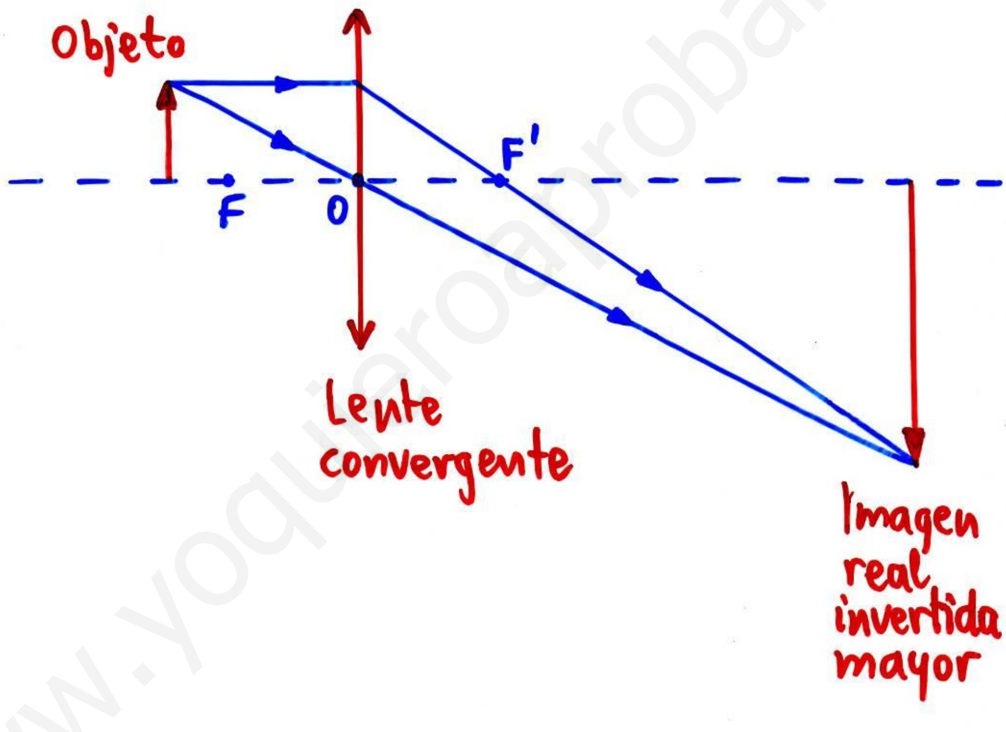
(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, modelo 2008)

Solución.-

a) Un espejo esférico cóncavo no puede formar una imagen virtual, derecha y menor que el objeto, ya que si la imagen es virtual y derecha será mayor que el objeto, hallándose este entre el foco y el centro óptico del espejo. Construcción geométrica:



b) Una lente convergente sí puede formar una imagen real, invertida y mayor que el objeto. La condición es que éste se halle entre 2f y f, siendo f la distancia focal objeto. Construcción geométrica:



FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

¿Qué tipo de imagen se obtiene con un espejo esférico convexo?; ¿y con una lente esférica divergente?. Efectúe las construcciones geométricas adecuadas para justificar las respuestas. El objeto se supone real en ambos casos.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, modelo 2001 y junio 2004)

SOLUCIÓN.-

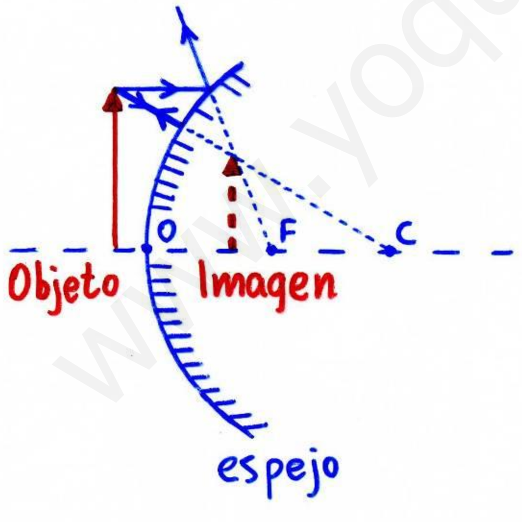
En cualquiera de los dos casos obtenemos una

imagen virtual, menor y derecha.

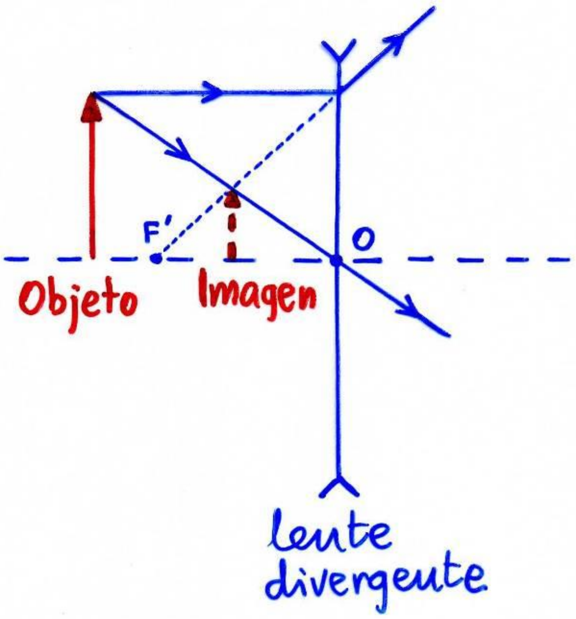
RESULTADO

Lo comprobamos mediante las siguientes construcciones geométricas:

a) Imagen en espejo convexo:



b) Imagen con lente divergente:



Se sitúa un objeto de 3,5 cm delante de la superficie cóncava de un espejo esférico de distancia focal 9,5 cm y se produce una imagen de 9,5 cm.

a) Calcule la distancia a la que se encuentra el objeto de la superficie del espejo.

b) Realice el trazado de rayos y determine si la imagen formada es real o virtual.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, junio 2011)

SOLUCIÓN:-

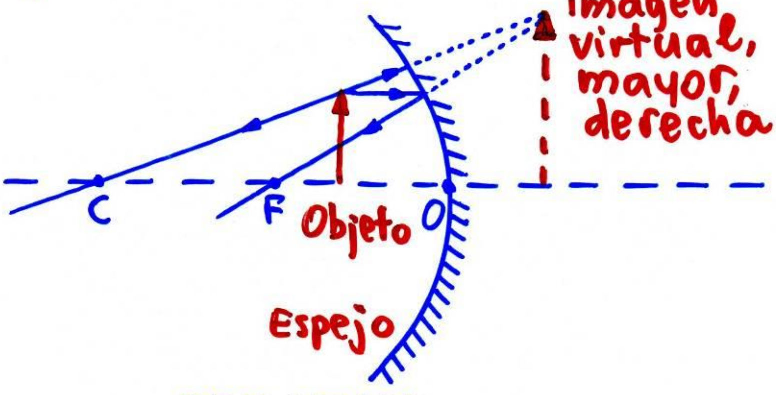
1) Consideremos primero el caso de imagen derecha: $y' = 0{,}095$m.
Con las ecuaciones de las distancias (Descartes) y del aumento lateral, y sin olvidar el criterio de signos, planteamos el sistema de ecuaciones cuya solución da el resultado.-

$$\begin{cases} \dfrac{1}{s} + \dfrac{1}{s'} = \dfrac{1}{f} \\ A = \dfrac{y'}{y} = -\dfrac{s'}{s} \end{cases} \; ; \text{ sustituyendo: } \begin{cases} \dfrac{1}{s_1} + \dfrac{1}{s_1'} = \dfrac{1}{-0{,}095} \\ \dfrac{0{,}095}{0{,}035} = -\dfrac{s_1'}{s_1} \end{cases}$$

La solución es:

$s_1 = -0{,}06$ m ; $s_1' = 0{,}16$ m $> 0 \rightarrow$ Imagen virtual

Construcción geométrica:



RESULTADO

2) Consideramos ahora el caso de imagen **invertida**:

$y' = -0{,}095\ m.$

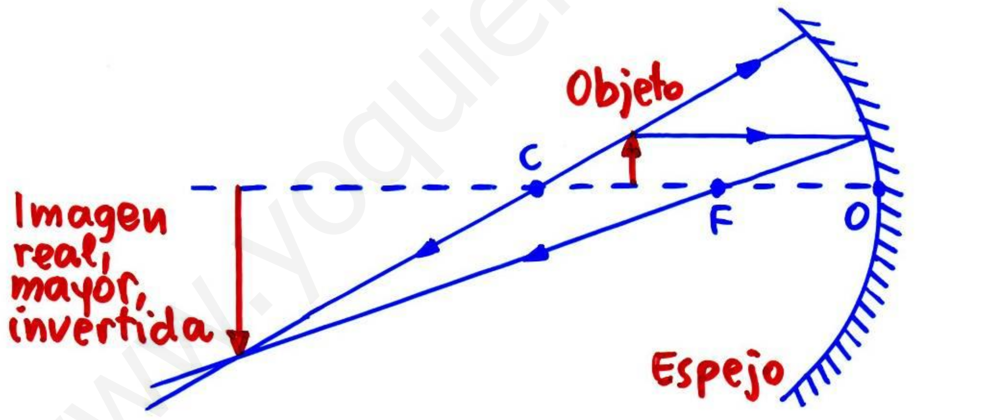
Planteando el sistema de ecuaciones análogo al anterior, tenemos:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{s_2} + \dfrac{1}{s'_2} = \dfrac{1}{-0{,}095} \\[2ex] \dfrac{-0{,}095}{0{,}035} = -\dfrac{s'_2}{s_2} \end{cases}$$

cuya solución es:

$s_2 = -0{,}13\ m$; $s'_2 = -0{,}35\ m < 0 \rightarrow$ **Imagen real**

Construcción geométrica:



RESULTADO

FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

a) Explique la posibilidad de obtener una imagen derecha y mayor que el objeto mediante un espejo cóncavo, realizando un esquema con el trazado de rayos. Indique si la imagen es real o virtual.

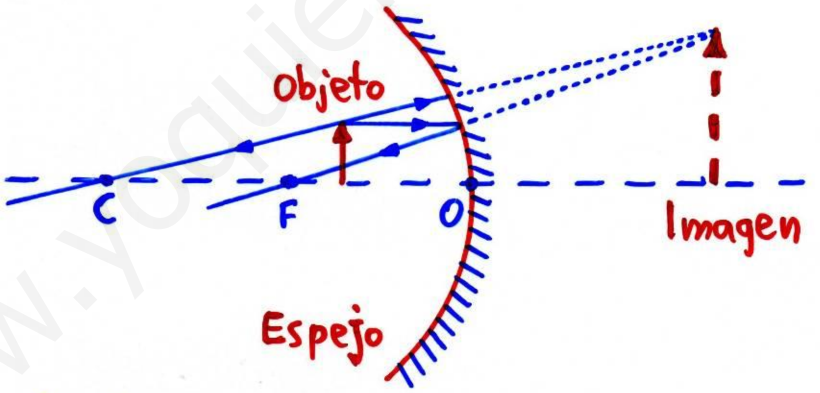
b) ¿Dónde habría que colocar un objeto frente a un espejo cóncavo de 30 cm de radio para que la imagen sea derecha y de doble tamaño que el objeto?.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, junio 2009)

SOLUCIÓN:-

Para obtener, con un espejo cóncavo, una imagen derecha y mayor que el objeto hemos de colocar éste entre el foco y el centro óptico del espejo. La imagen formada es virtual : RESULTADO

Lo comprobamos mediante esta construcción geométrica:



Caso particular: $r = -30\,cm = -0{,}30\,m$; $A = +2$

Con las ecuaciones de las distancias (Descartes) y del aumento lateral planteamos el sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{s} + \dfrac{1}{s'} = \dfrac{2}{r} \\ A = -\dfrac{s'}{s} \end{cases} ; \quad \begin{cases} \dfrac{1}{s} + \dfrac{1}{s'} = \dfrac{2}{-0{,}30} \\ 2 = -\dfrac{s'}{s} \end{cases} ;$$

Solución:

$\boxed{s = -0{,}075\,m}$ RESULTADO

$s' = 0{,}15\,m$

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

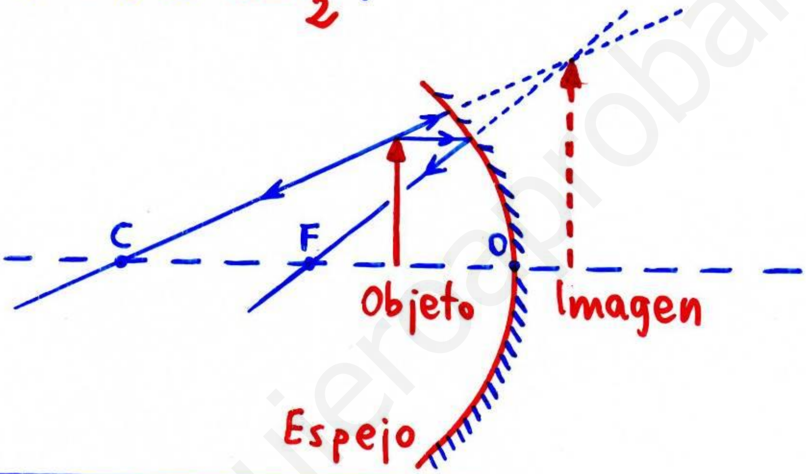
Un objeto luminoso se encuentra delante de un espejo esférico cóncavo. Efectúe la construcción geométrica de la imagen e indique su naturaleza si el objeto está situado a una distancia igual, en valor absoluto, a:

a) la mitad de la distancia focal del espejo;
b) el triple de la distancia focal del espejo.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 2002)

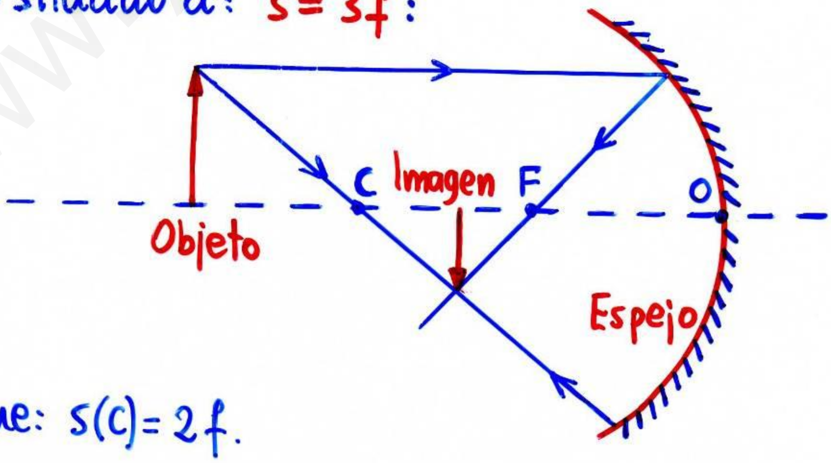
SOLUCIÓN:

a) Objeto situado a $s = \frac{f}{2}$:



$\boxed{\text{Imagen virtual, mayor y derecha : RESULTADO}}$

b) Objeto situado a: $s = 3f$:



Recordar que: $s(C) = 2f$.

$\boxed{\text{Imagen real, menor e invertida : RESULTADO}}$

Un espejo esférico cóncavo tiene un radio de curvatura R. Realice el diagrama de rayos para construir la imagen de un objeto situado delante del espejo a una distancia igual a:

a) el doble del radio de curvatura;

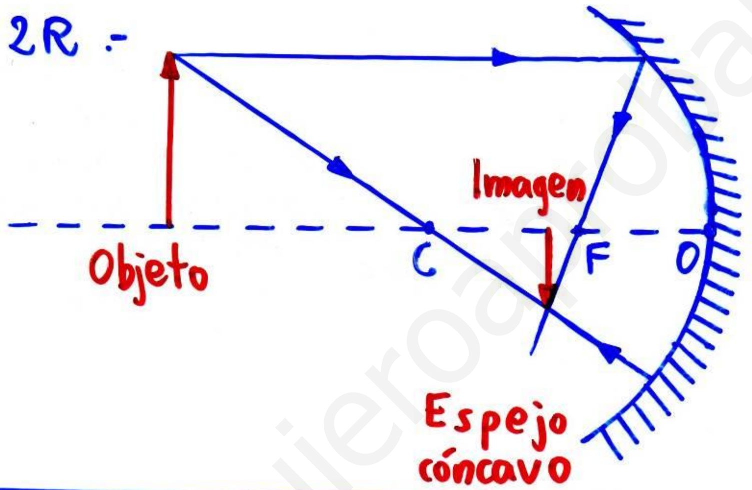
b) un cuarto del radio de curvatura.

Indique en cada caso la naturaleza de la imagen formada.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, septiembre 2010 -Fase General-)

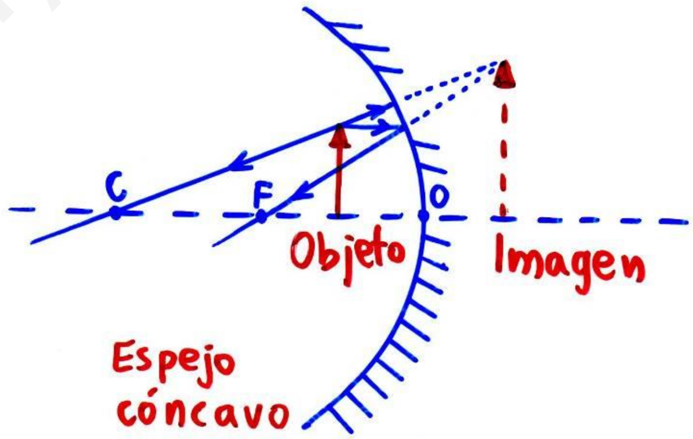
SOLUCIÓN:-

a) $s = 2R$:-



$\boxed{\text{La imagen es real, menor e invertida: RESULTADO}}$

b) $s = \frac{R}{4}$:-



$\boxed{\text{La imagen es virtual, mayor y derecha: RESULTADO}}$

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

Calcule a qué distancia debe colocarse un objeto a la izquierda del vértice de un espejo cóncavo cuyo radio de curvatura es de 12 cm para que su imagen sea tres veces mayor que el objeto. Interprete los posibles resultados y efectúe las construcciones geométricas correspondientes.

(*Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, modelo 1999*)

SOLUCIÓN:

La imagen ha de ser tres veces mayor que el objeto, pero caben dos posibilidades: imagen derecha o imagen invertida.

a) Solución para imagen triple y derecha (aumento = 3):

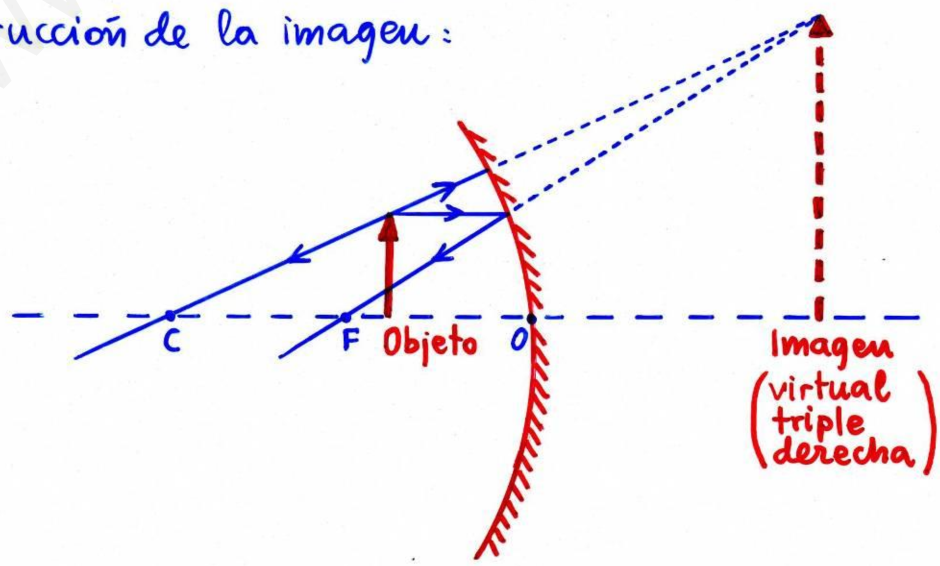
Planteando las fórmulas de Descartes y del aumento nos aparece el siguiente sistema de dos ecuaciones:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{s} + \dfrac{1}{s'} = \dfrac{2}{r} \\ \text{Aumento} = -\dfrac{s'}{s} \end{cases} ; \quad \begin{cases} \dfrac{1}{s} + \dfrac{1}{s'} = \dfrac{2}{-0{,}12} \\ 3 = -\dfrac{s'}{s} \end{cases}$$

La solución a este sistema es:

$\boxed{s = -0{,}04\ \text{m} : \text{RESULTADO}}$; $s' = 0{,}12$ m

Construcción de la imagen:



b) Solución para imagen triple e invertida (aumento = −3):

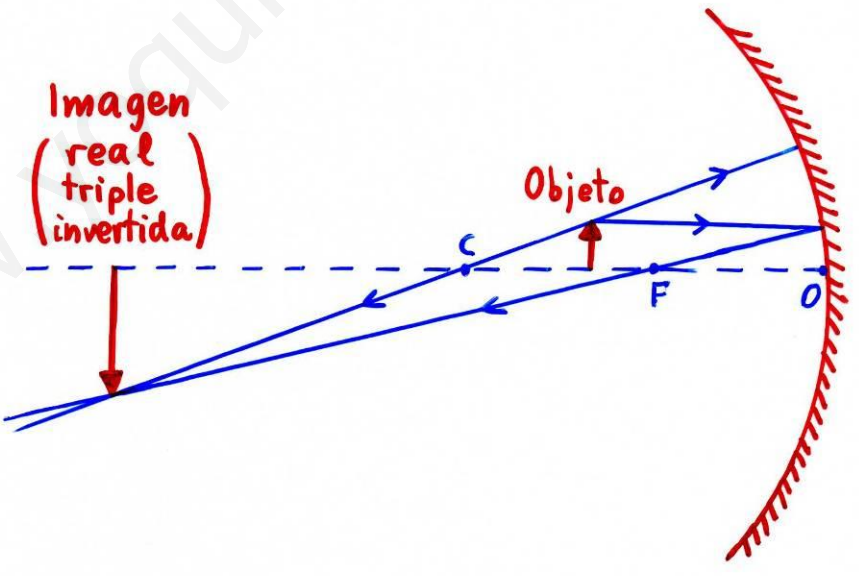
Al igual que antes, planteando las fórmulas de Descartes y del aumento, con el criterio de signos, nos aparece este sistema de dos ecuaciones:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{s}+\dfrac{1}{s'}=\dfrac{2}{r} \\ \text{Aumento}=-\dfrac{s'}{s} \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} \dfrac{1}{s}+\dfrac{1}{s'}=\dfrac{2}{-0{,}12} \\ -3=-\dfrac{s'}{s} \end{cases}$$

La solución a este sistema es:

$\boxed{s=-0{,}08\,\text{m} \text{ : RESULTADO}}$; $s'=-0{,}24\,\text{m}$

Construcción de la imagen:



FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

La distancia focal de un espejo esférico es de 20 cm en valor absoluto. Si se coloca un objeto delante del espejo a una distancia de 10 cm de él, determine la posición y la naturaleza de la imagen formada en los dos casos siguientes:

a) el espejo es cóncavo;

b) el espejo es convexo.

Efectúe la construcción geométrica de la imagen en ambos casos.

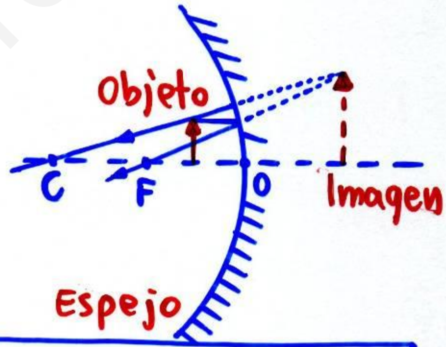
(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 2009)

SOLUCIÓN.-

Con las ecuaciones para los espejos esféricos de Descartes -distancias-, del aumento lateral y el criterio de signos tenemos:

a) Espejo cóncavo ($f = -0{,}20$ m):

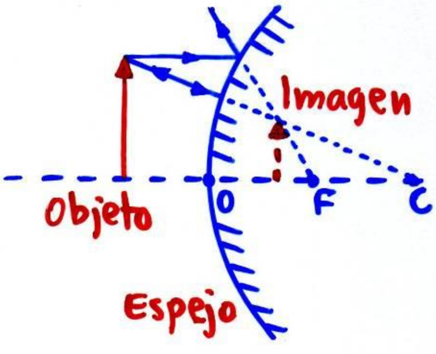
$$\left\{\begin{array}{l} \dfrac{1}{s} + \dfrac{1}{s'} = \dfrac{1}{f} \\ A = -\dfrac{s'}{s} \end{array}\right. ; \quad \left\{\begin{array}{l} \dfrac{1}{-0{,}10} + \dfrac{1}{s'} = \dfrac{1}{-0{,}20} \\ A = -\dfrac{s'}{-0{,}10} \end{array}\right.$$



Posición de la imagen: $s' = 0{,}20$ m
Imagen virtual, mayor ($A = 2$) y derecha : RESULTADO

b) Espejo convexo ($f = 0{,}20$ m):

$$\left\{\begin{array}{l} \dfrac{1}{-0{,}10} + \dfrac{1}{s'} = \dfrac{1}{0{,}20} \\ A = -\dfrac{s'}{-0{,}10} \end{array}\right.$$



Posición de la imagen: $s' = 0{,}067$ m
Imagen virtual, menor ($A = 0{,}67$) y derecha : RESULTADO

En los dos casos la imagen es virtual al estar "detrás" del espejo ($s' > 0$) y derecha al ser el aumento positivo.

FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

Un espejo esférico convexo proporciona una imagen virtual de un objeto que se encuentra a 3 m del espejo con un tamaño $\frac{1}{5}$ del de la imagen real.

a) Realice el trazado de rayos y determine la distancia a la que se forma la imagen virtual del espejo.

b) Determine el radio de curvatura del espejo.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 2011 -Materias coincidentes-)

SOLUCIÓN:-

Respetando siempre el criterio de signos, con las fórmulas de Descartes de las distancias y del aumento lateral para el espejo esférico planteamos el sistema de dos ecuaciones:

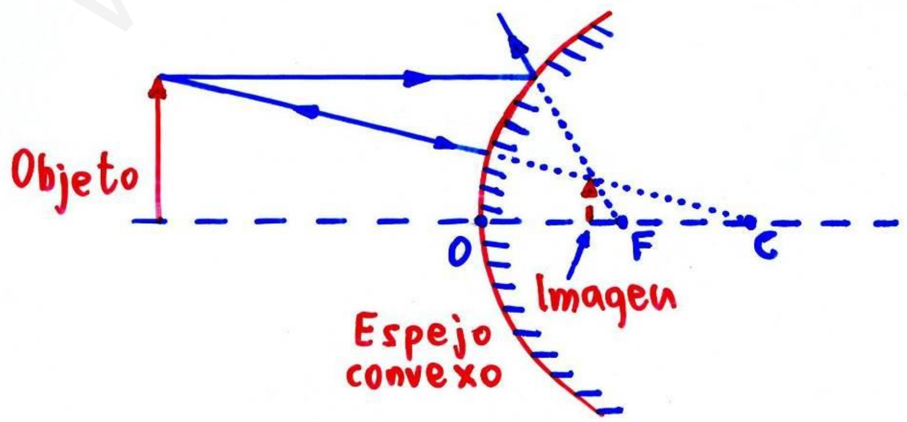
$$\begin{cases} \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{r} \\ A = -\frac{s'}{s} \end{cases} \; ; \quad \begin{cases} \frac{1}{-3} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{r} \\ \frac{1}{5} = -\frac{s'}{-3} \end{cases} \; ;$$

la solución es:

- Distancia imagen: $s' = +0{,}6\,m$ (imagen virtual: $s' > 0$)
- Radio de curvatura del espejo: $r = 1{,}5\,m$ (espejo convexo: $r > 0$)
- Imagen virtual, menor ($|\text{aumento}| < 1$) y derecha ($\text{aumento} > 0$)

RESULTADO

Construcción geométrica de la imagen:



a) Si un objeto se sitúa a una distancia de 2 cm delante de una lente convergente o delante de un espejo cóncavo, ambos de distancia focal 5 cm en valor absoluto, ¿cómo están relacionados los aumentos laterales y las posiciones de las imágenes que la lente y el espejo producen de dicho objeto?.

b) Realice el trazado de rayos en ambos casos.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, modelo 2009)

SOLUCIÓN.-

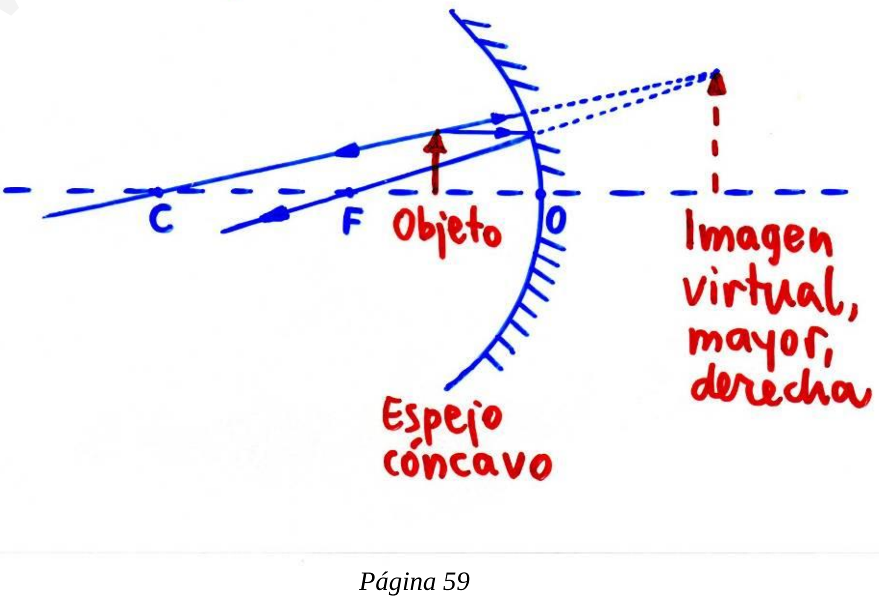
Para el espejo cóncavo, si aplicamos la ecuación de las distancias y del aumento lateral, tenemos, con el criterio de signos:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{s}+\dfrac{1}{s'}=\dfrac{1}{f} \\ A=-\dfrac{s'}{s} \end{cases} ; \quad \begin{cases} \dfrac{1}{-2\times10^{-2}}+\dfrac{1}{s'}=\dfrac{1}{-5\times10^{-2}} \\ A=-\dfrac{s'}{-2\times10^{-2}} \end{cases}$$

La solución al sistema es:

$s'=3{,}33\times10^{-2}\,m$; $A=1{,}67$

Construcción geométrica:



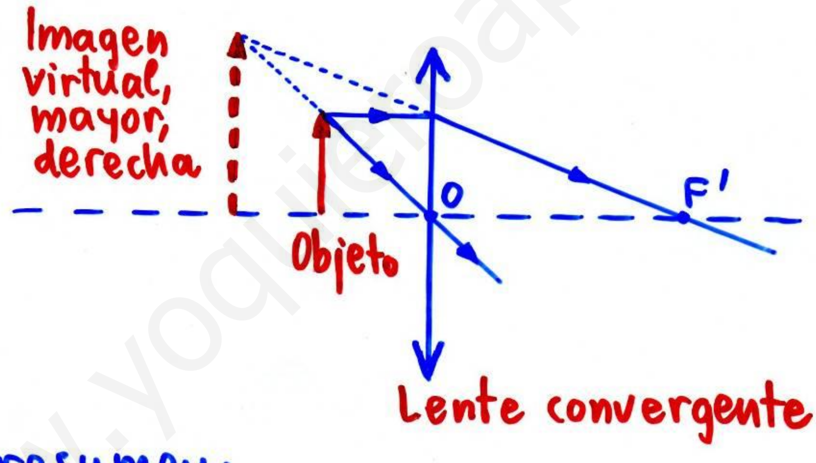
Obrando de modo similar para la lente delgada convergente tenemos ahora:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{s} = \dfrac{1}{f'} \\ A = \dfrac{s'}{s} \end{cases} ; \begin{cases} \dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{-2\times10^{-2}} = \dfrac{1}{5\times10^{-2}} \\ A = \dfrac{s'}{-2\times10^{-2}} \end{cases}$$

La solución a este nuevo sistema es:

$s' = -3{,}33\times10^{-2}\,m$; $A = 1{,}67$

Construcción geométrica:



En resumen:

En ambos casos la imagen es virtual, mayor y derecha, con un aumento del 67% (aumento lateral = 1,67). Está situada a 3,33 cm del espejo -por detrás- o de la lente -por delante-.

RESULTADO

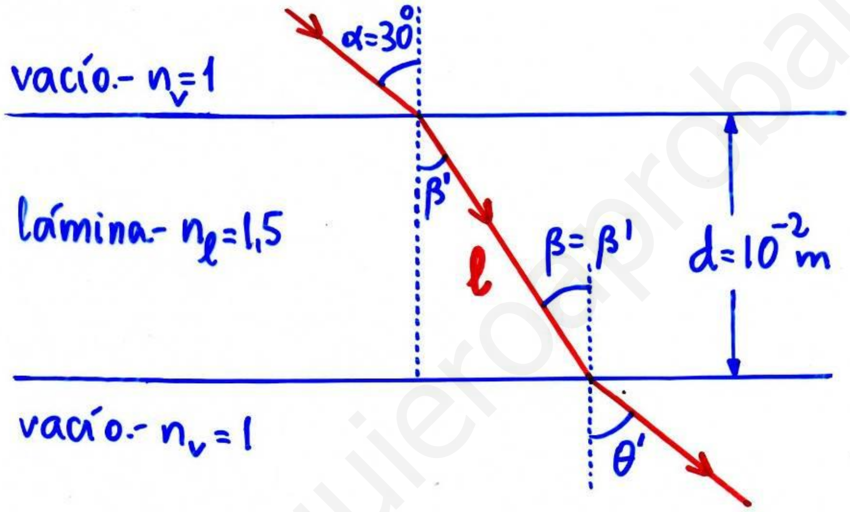
Sobre una lámina transparente de índice de refracción 1,5 y de 1 cm de espesor, situada en el vacío, incide un rayo luminoso formando un ángulo de 30° con la normal a la cara. Calcule:

a) el ángulo que forma con la normal el rayo que emerge de la lámina. Efectúe la construcción geométrica correspondiente.

b) La distancia recorrida por el rayo dentro de la lámina.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 2005)

SOLUCIÓN.-



Aplicando la **ley de Snell** para las refracciones que se producen a la entrada y salida de la lámina, y analizando la figura, tenemos:

$n_v \operatorname{sen}\alpha = n_\ell \operatorname{sen}\beta'$; $\operatorname{sen}30° = 1,5 \operatorname{sen}\beta'$; $\beta' = 19°28'16''$

$n_v \operatorname{sen}\alpha = n_\ell \operatorname{sen}\beta' = n_v \operatorname{sen}\theta'$; $\boxed{\theta' = \alpha = 30°\text{: RESULTADO}}$

$$\boxed{\ell = \frac{d}{\cos\beta'} = \frac{10^{-2}}{\cos(19°28'16'')} = 1,06\times10^{-2}\ \text{m : RESULTADO}}$$

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

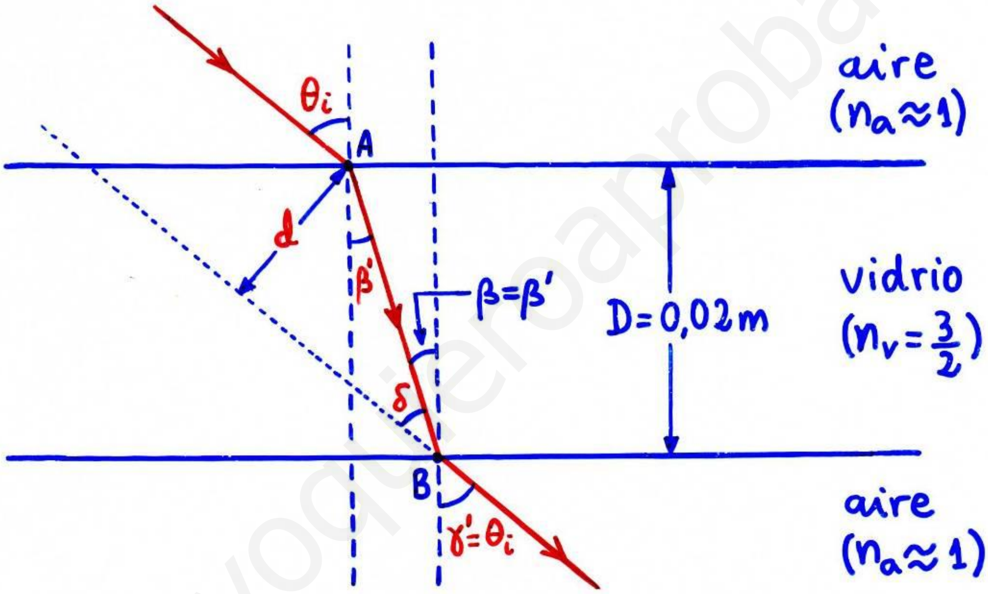
Sobre una lámina de vidrio de caras planas y paralelas, de espesor: 2 cm y de índice de refracción: n = 3/2, situada en el aire, incide un rayo de luz monocromática con un ángulo: $\theta_i = 30^o$.

a) Compruebe que el ángulo de emergencia es el mismo que el ángulo de incidencia.

b) Determine la distancia recorrida por el rayo dentro de la lámina y el desplazamiento lateral del rayo emergente.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 2000)

SOLUCIÓN:



Aplicando la ley de Snell a la entrada y a la salida de la lámina de vidrio resulta:

entrada: $n_a \operatorname{sen} \theta_i = n_v \operatorname{sen} \beta'$

salida: $n_v \operatorname{sen} \beta = n_v \operatorname{sen} \beta' = n_a \operatorname{sen} \gamma'$;

comparando, vemos inmediatamente que:

$n_v \operatorname{sen} \beta' = n_a \operatorname{sen} \theta_i = n_a \operatorname{sen} \gamma'$, luego:

$\operatorname{sen} \theta_i = \operatorname{sen} \gamma'$; $\theta_i = \gamma'$: RESULTADO

Sustituyendo los datos del enunciado tenemos:

$n_a \operatorname{sen} \theta_i = n_v \operatorname{sen} \beta'$;

$$\beta' = \operatorname{arc\,sen} \frac{n_a \operatorname{sen} \theta_i}{n_v} = \operatorname{arc\,sen} \frac{1 \cdot \operatorname{sen} 30^\circ}{3/2} = 19^\circ 28' 16''.$$

De la figura anterior sacamos:

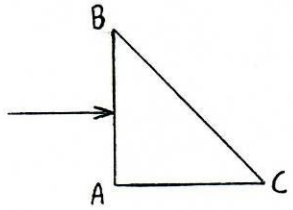
$$\boxed{AB = \frac{D}{\cos \beta'} = \frac{0{,}02}{\cos 19^\circ 28' 16''} = 2{,}12 \times 10^{-2}\,\text{m} \quad : \text{RESULTADO}}$$

También vemos en la figura que:

$$\delta = \gamma' - \beta = \theta_i - \beta' = 30^\circ - 19^\circ 28' 16'' = 10^\circ 31' 44'' \quad ; \text{ y}$$

$$\boxed{d = AB \operatorname{sen} \delta = 2{,}12 \times 10^{-2} \operatorname{sen} 10^\circ 31' 44'' = 3{,}88 \times 10^{-3}\,\text{m} \quad \text{RESULTADO}}$$

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**



Se tiene un prisma óptico de índice de refracción 1,5 inmerso en el aire. La sección del prisma es un triángulo rectángulo isósceles como muestra la figura.

Un rayo luminoso incide perpendicularmente sobre la cara AB del prisma.

a) Explique si se produce o no reflexión total en la cara BC del prisma.

b) Haga un esquema gráfico de la trayectoria seguida por el rayo a través del prisma. ¿Cuál es la dirección del rayo emergente?.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 2005)

SOLUCIÓN:-

En primer lugar, al llegar el rayo luminoso a la cara AB en incidencia normal ($\alpha = 0$) dicho rayo pasa al interior del prisma sin refractarse ($\beta' = 0$), como exige la ley de Snell:

$$n_a \operatorname{sen}\alpha = n_v \operatorname{sen}\beta' ; \quad 1 \cdot \operatorname{sen} 0^\circ = 1{,}5 \operatorname{sen}\beta' = 0 ; \quad \beta' = 0^\circ .$$

Al ser la sección del prisma un triángulo isósceles el rayo llega por el interior a la cara BC con un ángulo de incidencia: $\gamma = 45^\circ$.

El ángulo límite en la cara BC -máximo ángulo de incidencia, para el cual el rayo refractado sale rasante a dicha cara-, vale:

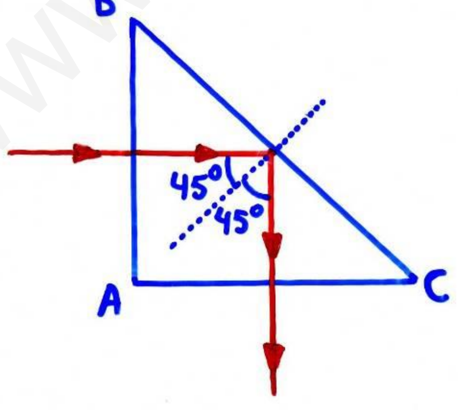
$$n_v \operatorname{sen} \ell = n_a \operatorname{sen} \frac{\pi}{2} \ ; \ 1{,}5 \operatorname{sen} \ell = 1 \cdot 1 = 1$$

$$\ell = \operatorname{arc\,sen} \frac{1}{1{,}5} = 41°48'37'' = 0{,}73 \text{ rad.}$$

Al ser $\gamma = 45° > \ell$ el rayo luminoso no atraviesa la cara BC, y sí se produce reflexión total: RESULTADO

Por consiguiente, en la cara BC el rayo se refleja en el interior del prisma, con un ángulo de reflexión: $\delta' = 45°$ (igual al ángulo de incidencia -segunda ley de la reflexión), descendiendo en dirección vertical.

Al llegar a la cara AC lo hace también en incidencia normal, por lo que atraviesa dicha cara sin desviarse -igual que entró en el prisma-:



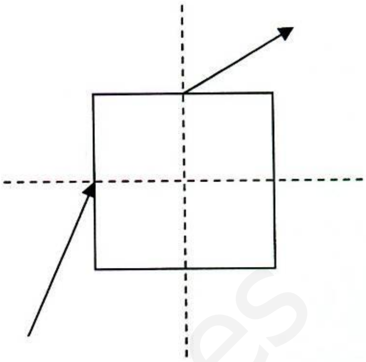
ángulo de refracción a la salida -cara AC-:

$$\epsilon' = 0°$$

RESULTADO

FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

Un rayo de luz monocromática incide en el centro de la cara lateral de un cubo de vidrio inmerso en un medio de índice de refracción: 1,3.



a) Determine el ángulo de incidencia del rayo sabiendo que la luz emerge por el punto central de la cara superior, como muestra la figura.

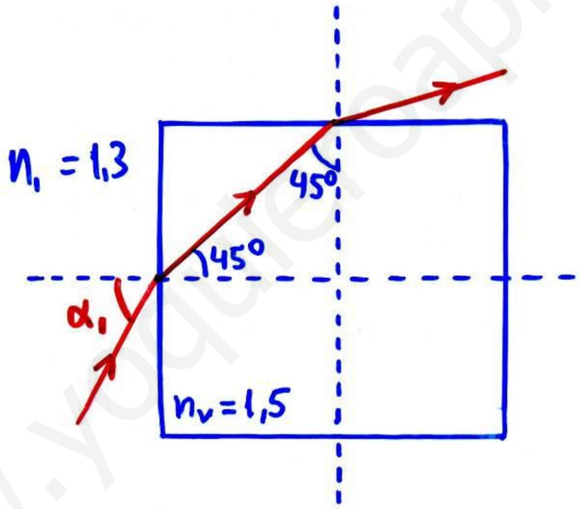
b) Halle el ángulo de incidencia máximo en la cara lateral para que se produzca reflexión total en la cara superior.

Dato: Índice de refracción del vidrio: $n_v = 1,5$.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 2010 -Materias coincidentes-)

SOLUCIÓN:-

a)



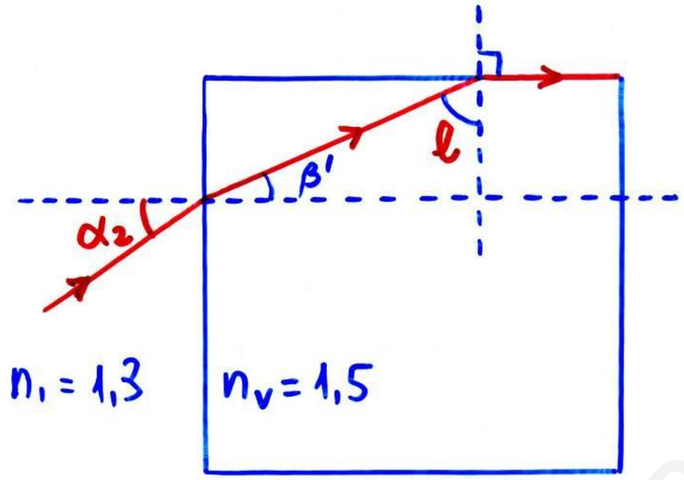
Aplicando la Ley de Snell a la refracción medio exterior-vidrio tenemos:

$$n_1 \operatorname{sen} \alpha_1 = n_v \operatorname{sen} 45^\circ$$; de donde:

Ángulo de incidencia:

$$\alpha_1 = \operatorname{arcsen} \frac{1,5 \cdot \operatorname{sen} 45^\circ}{1,3} = 54^\circ 40' 33''$$: RESULTADO

b)



De nuevo con la Ley de Snell, calculamos ahora el ángulo límite -a partir del cual se produce reflexión total- para la refracción vidrio-medio exterior:

$$n_v \operatorname{sen} \ell = n_1 \operatorname{sen} 90^\circ \quad ; \quad \text{de donde:}$$

$$\ell = \operatorname{arc\,sen} \frac{1{,}3}{1{,}5} = 60^\circ 4' 25''.$$

En la figura vemos que:

$$\beta' = 90^\circ - \ell = 90^\circ - 60^\circ 4' 25'' = 29^\circ 55' 35''.$$

Una vez más, la Ley de Snell -aplicada ahora a la refracción medio exterior-vidrio- nos da el ángulo de incidencia máximo pedido:

$$n_1 \operatorname{sen} \alpha_2 = n_v \operatorname{sen} \beta'$$

$$\alpha_2(\text{máx.}) = \operatorname{arc\,sen} \frac{1{,}5 \cdot \operatorname{sen}(29^\circ 55' 35'')}{1{,}3}$$

$$\boxed{\alpha_2(\text{máx}) = 35^\circ 8' 40'' \quad : \quad \text{RESULTADO}}$$

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

a) Explique qué son una lente convergente y una lente divergente. ¿Cómo están situados los focos objeto e imagen en cada una de ellas?.

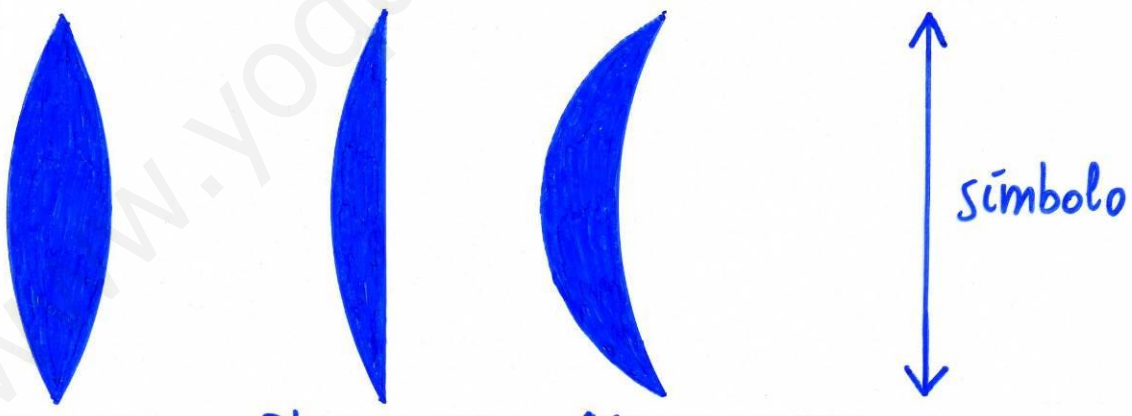
b) ¿Qué es la potencia de una lente y en qué unidades se acostumbra a expresar?.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 2003)

SOLUCIÓN.-

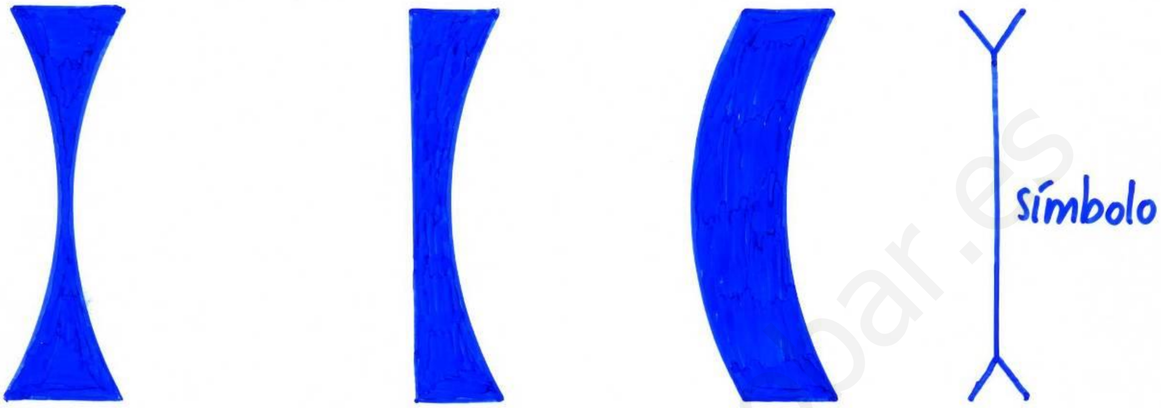
Una lente es un elemento óptico integrado por un medio transparente que está limitado por dos dioptrios, uno de los cuales, al menos, es curvo.

La lente convergente es la que acerca los rayos luminosos una vez que éstos la han atravesado. Pueden ser:



Biconvexa · Plano-convexa · Cóncavo-convexa / Menisco-convergente

La **lente divergente** es la que separa los rayos luminosos una vez que éstos la han atravesado. Pueden ser:

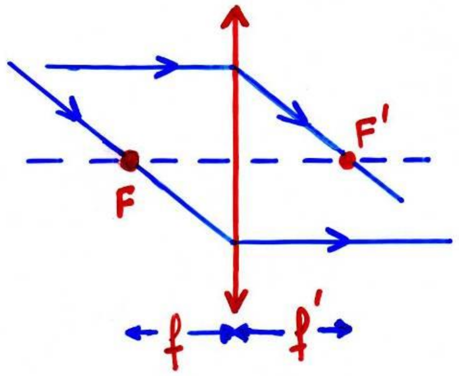


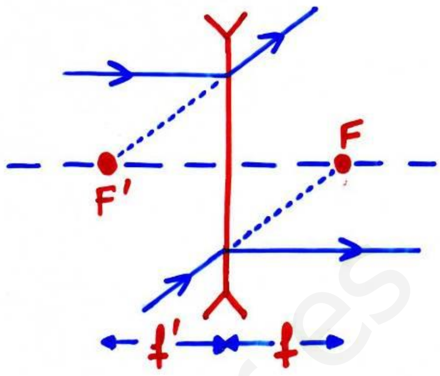
Bicóncava Plano-cóncava Convexo-cóncava Menisco-divergente

Recordando que el **foco objeto** es el punto del eje óptico del que salen rayos que, tras atravesar la lente, viajan paralelos a dicho eje -en lentes divergentes son las prolongaciones de los rayos incidentes las que pasan por el foco objeto- , y que el **foco imagen** es el punto del eje óptico por el que pasan los rayos salientes -o sus prolongaciones, en lentes divergentes- que proceden de rayos incidentes paralelos a ese eje, tenemos las siguientes construcciones geométricas:

a) para lente convergente:

b) para lente divergente:





F : foco objeto ; f : distancia focal objeto
F': foco imagen; f': distancia focal imagen

Se llama potencia de una lente al inverso de su distancia focal imagen:

$$P = \frac{1}{f'} \quad ;$$

se mide en dioptrías, siendo: 1 dioptría = 1 m^{-1}.

De las figuras anteriores reconocemos estos signos, característicos de las lentes:

Magnitud	Lente convergente	Lente divergente
Distancia focal objeto	−	+
Distancia focal imagen	+	−
Potencia	+	−

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

a) Defina para una lente delgada los siguientes conceptos: foco objeto, foco imagen, distancia focal objeto y distancia focal imagen.
b) Dibuje para los casos de lente convergente y de lente divergente la marcha de un rayo que pasa (él o su prolongación) por:
b_1) el foco objeto;
b_2) el foco imagen.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 2001)

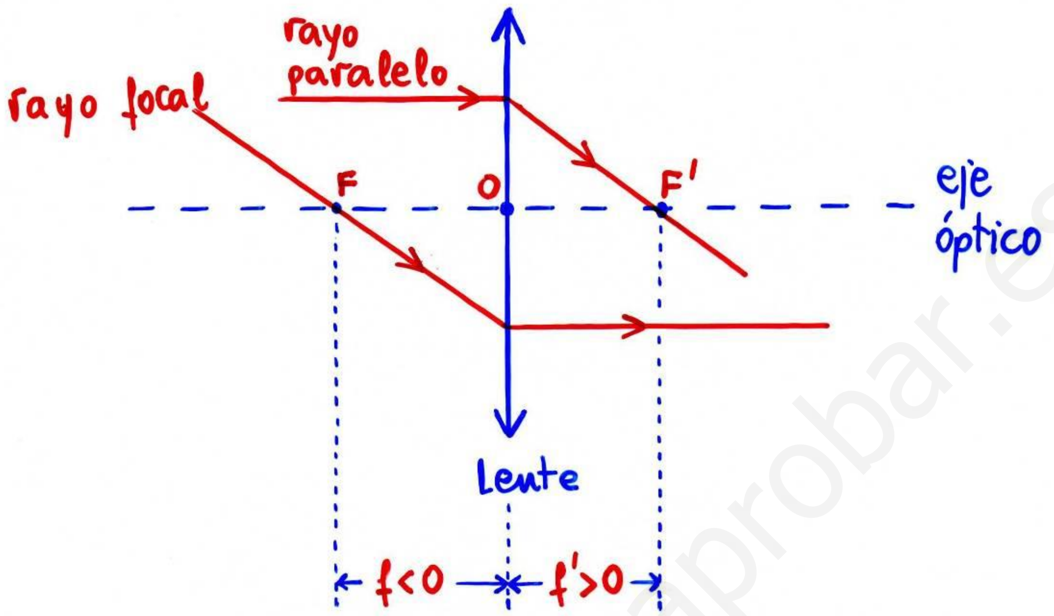
SOLUCIÓN:

Foco objeto -F- de una lente es el punto del eje óptico tal que un rayo -para lente convergente; su prolongación para lente divergente- que pase por él sale paralelo al eje óptico tras atravesar la lente. La distancia entre el foco objeto y el centro óptico es la distancia focal objeto -f-, que es negativa para una lente convergente y positiva para una lente divergente.

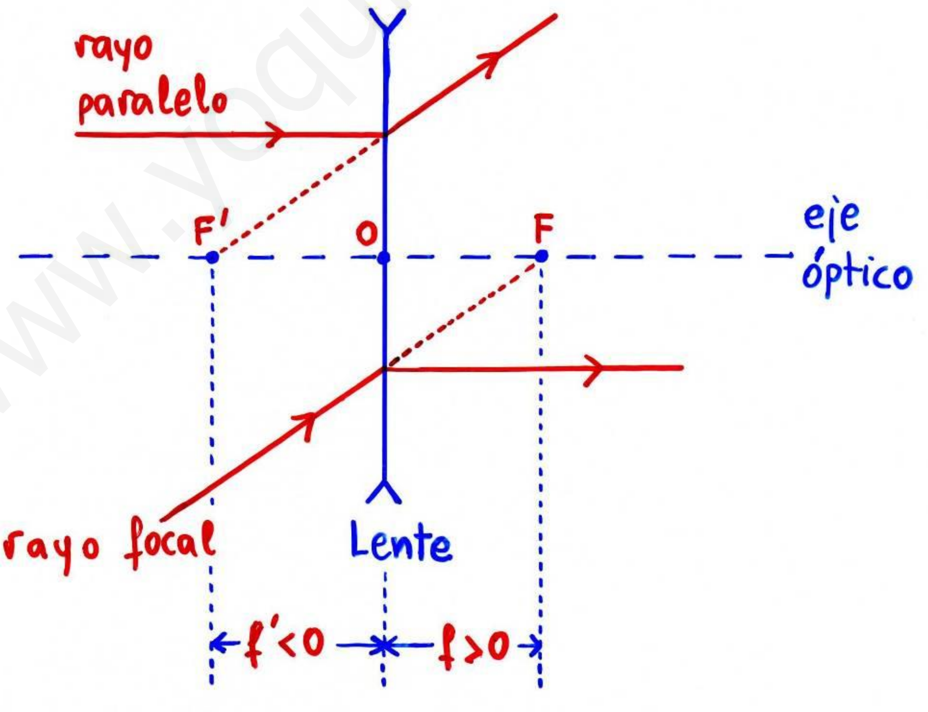
Foco imagen -F'- de una lente es el punto del eje óptico tal que un rayo que incida paralelo al eje óptico y atraviese la lente pasa por él -para una lente convergente; en una lente divergente quien pasa por F' es la prolongación del rayo saliente-. La separación entre el foco imagen y el centro óptico es la distancia focal imagen -f'-, que es positiva para una lente convergente y negativa para una lente divergente. El inverso de la distancia focal imagen es la potencia de la lente, y se mide en dioptrías.

Marcha de los rayos:

a) Para lente convergente:



b) Para lente divergente:



FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

Explique mediante construcciones geométricas qué posiciones debe ocupar un objeto, delante de una lente delgada convergente, para obtener:

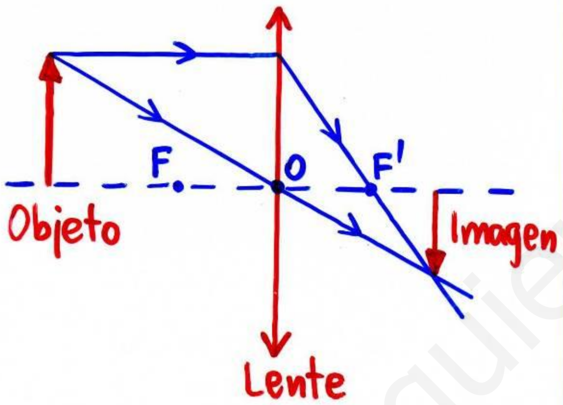
a) una imagen real de tamaño menor, igual ó mayor que el objeto;

b) una imagen virtual. ¿Cómo está orientada esta imagen y cuál es su tamaño en relación con el objeto?.

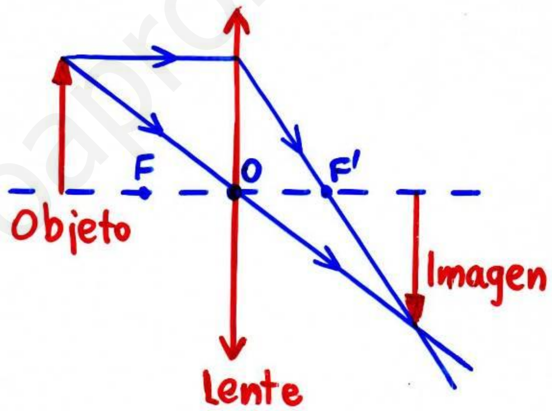
(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, modelo 2002)

SOLUCIÓN:

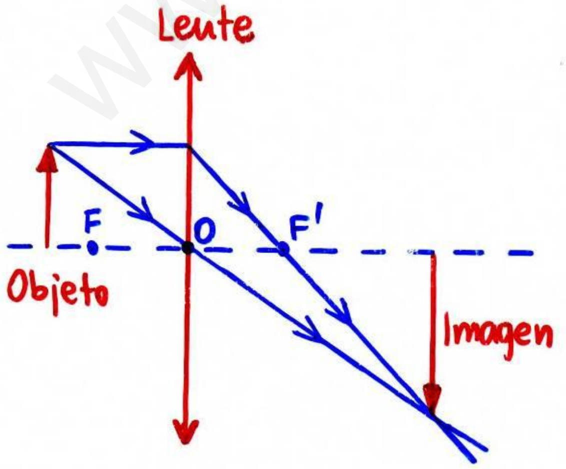
Objeto entre $-\infty$ y $2f$.-
Imagen real, menor, invertida



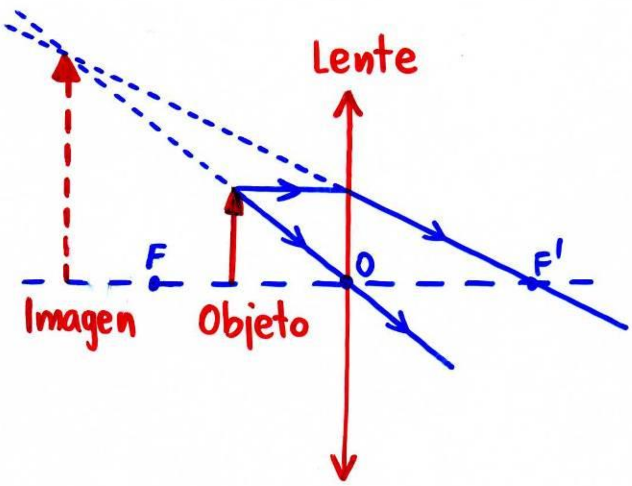
Objeto en $2f$.-
Imagen real, igual, invertida



Objeto entre $2f$ y f.-
Imagen real, mayor, invertida



Objeto entre F y O.-
Imagen virtual, mayor, derecha



FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

Delante de una lente convergente se coloca un objeto perpendicularmente a su eje óptico.

a) ¿A qué distancia de la lente debe colocarse para obtener una imagen de igual tamaño e invertida?. ¿Cuál es la naturaleza de esta imagen?.

b) ¿A qué distancia de la lente debe colocarse para obtener una imagen de doble tamaño y derecha?. ¿Cuál es la naturaleza de esta imagen?.

Efectúe la construcción geométrica en ambos apartados.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, modelo 2005)

SOLUCIÓN.-

a) Imagen real, igual e invertida. $A = -1$.

(Cuando las imágenes producidas por lentes convergentes salen invertidas es que tales imágenes son reales).

Con las fórmulas de Gauss y del aumento, y sin olvidar el criterio de signos, tenemos:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{s} \\ A = -1 = \dfrac{s'}{s} \\ f = -f' \end{cases}$$

Al resolverlo, obtenemos:

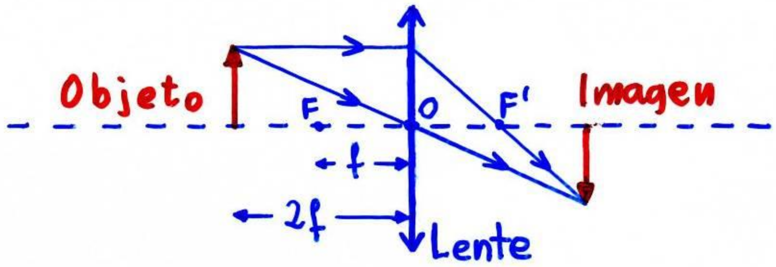
$$s' = 2f'$$

$$\boxed{s = 2f}$$

Imagen real, igual e invertida

RESULTADO

Construcción geométrica:



b) Imagen virtual, doble y derecha. $A = +2$.

(Cuando las imágenes producidas por lentes convergentes salen derechas es que tales imágenes son virtuales).

Aplicando otra vez las fórmulas de Gauss y del aumento, y teniendo en cuenta el criterio de signos, tenemos ahora:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{s} \\ A = 2 = \dfrac{s'}{s} \\ f = -f' \end{cases}$$

Al resolverlo encontramos:

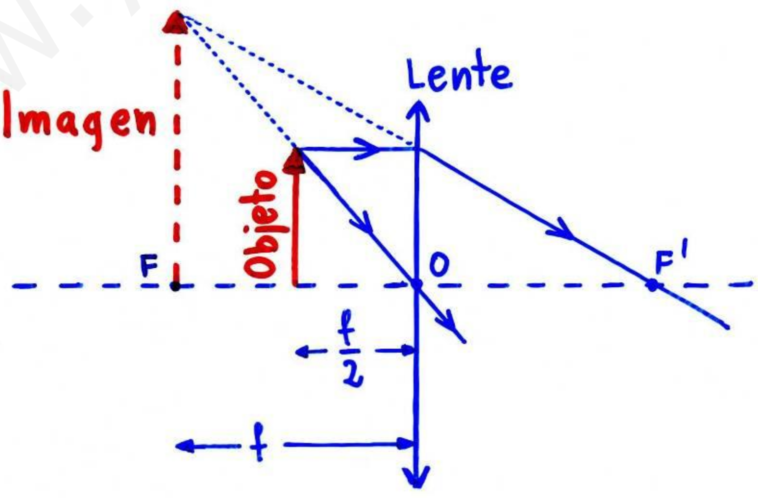
$$s' = f$$

$$s = \frac{f}{2}$$

Imagen virtual, doble y derecha

RESULTADO

Construcción geométrica :

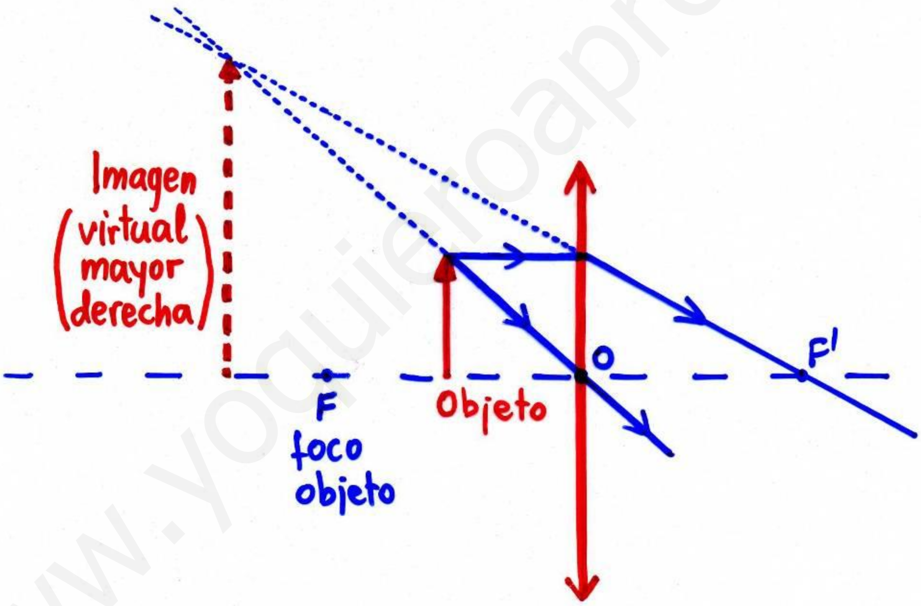


¿En qué posición debe colocarse un objeto delante de una lente esférica convergente para producir una imagen virtual?. Obtenga gráficamente la imagen.

(*Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 1998*)

SOLUCIÓN:

Una lente convergente tan sólo produce una imagen virtual si el objeto se sitúa entre el foco y el centro óptico, según la siguiente construcción:



FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

Un objeto de 1 mm de altura se coloca a una distancia de 1 cm delante de una lente convergente de 20 dioptrías.

a) Calcule la posición y tamaño de la imagen formada, efectuando su construcción geométrica.

b) ¿Se podría recoger esta imagen en una pantalla?. ¿Qué instrumento óptico constituye la lente convergente utilizada de esta forma?.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, modelo 2006)

SOLUCIÓN:-

Datos.-

Tamaño del objeto: $y = 1\,mm = 10^{-3}\,m$

Distancia objeto: $s = -1\,cm = -10^{-2}\,m$

Potencia de la lente: $P = +20$ dioptrías (convergente)

Distancia focal imagen: $f' = \frac{1}{P} = \frac{1}{20} = 5\times10^{-2}\,m$.

Aplicando la fórmula de Gauss para las lentes delgadas despejamos la distancia imagen: s':

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} = P \; ; \; \frac{1}{s'} - \frac{1}{-10^{-2}} = 20 \; ;$$ despejando:

$$\boxed{s' = -1{,}25\times10^{-2}\,m \; : \text{RESULTADO}}$$

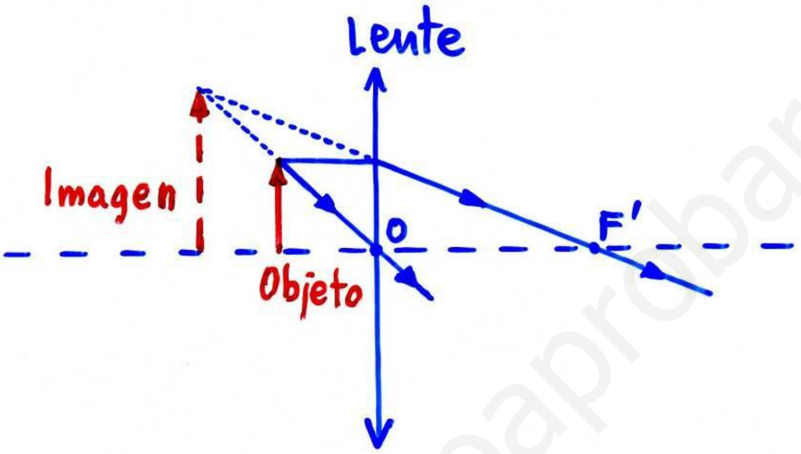
El aumento lateral vale:

$$A = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{-1{,}25\times10^{-2}}{-10^{-2}} = 1{,}25 \; ;$$

por lo que el tamaño de la imagen queda:

$$\boxed{y' = Ay = 1{,}25\times10^{-3}\,m \; : \text{RESULTADO}}$$

Hemos encontrado una imagen mayor ($A > 1$), derecha ($A > 0$) y virtual ($s' < 0$: delante de la lente), como muestra la siguiente construcción geométrica:



Así utilizada, la lente actúa como una lupa, y proporciona una imagen virtual, por lo que dicha imagen no se puede recoger en una pantalla.

RESULTADO

Una lente convergente tiene una distancia focal de 20 cm. Determine la posición, naturaleza y aumento de la imagen que produce dicha lente para un objeto que se encuentra delante de ella a las siguientes distancias:

a) 50 cm;

b) 15 cm.

Realice el trazado de rayos en ambos casos.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 2007 y modelo 2010)

SOLUCIÓN:-

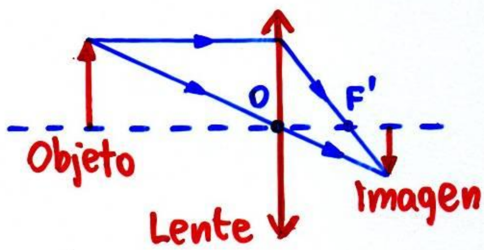
Encontramos las respuestas a las cuestiones planteadas resolviendo el sistema formado por las ecuaciones de Gauss y del aumento lateral, con el criterio de signos:

a) Para $s=-0{,}50\,m$.-

Sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{f'}=\dfrac{1}{s'}-\dfrac{1}{s} \\ A=\dfrac{s'}{s} \end{cases} ; \begin{cases} \dfrac{1}{0{,}20}=\dfrac{1}{s'}-\dfrac{1}{-0{,}50} \\ A=\dfrac{s'}{-0{,}50} \end{cases}$$

Construcción geométrica:



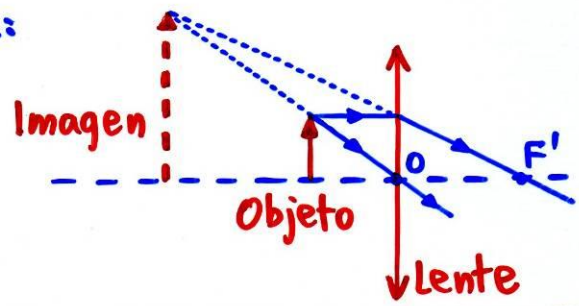
RESULTADO: $s'=0{,}33\,m$; $A=-0{,}67$; Imagen real, menor, invertida.
$(s'>0)$ $(|A|<1)$ $(A<0)$

b) Para $s=-0{,}15\,m$.-

Sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{0{,}20}=\dfrac{1}{s'}-\dfrac{1}{-0{,}15} \\ A=\dfrac{s'}{-0{,}15} \end{cases}$$

Construcción geométrica:



RESULTADO: $s'=-0{,}60\,m$; $A=4$; Imagen virtual, mayor, derecha.
$(s'<0)$ $(|A|>1)$ $(A>0)$

FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

Se dispone de una lente convergente de distancia focal: 15 cm. Determine la posición y la naturaleza de la imagen formada por la lente si el objeto está situado delante de ella, a las siguientes distancias:

a) 40 cm;

b) 10 cm.

Realice el trazado de rayos en ambos casos.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, modelo 2011)

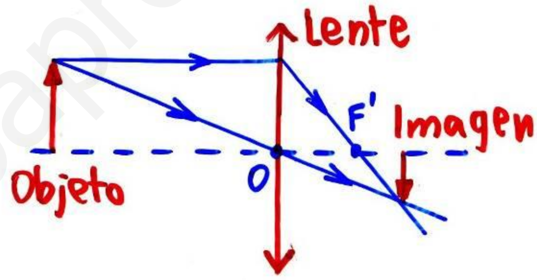
SOLUCIÓN:-

Con las fórmulas de Gauss y del aumento lateral para lentes delgadas encontramos las características de las imágenes formadas en ambos casos:

a) $s=-40\,cm=-0{,}40\,m$

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'};\quad \frac{1}{s'}-\frac{1}{-0{,}40}=\frac{1}{0{,}15}$$

$$A=\frac{s'}{s}=\frac{s'}{-0{,}40}$$

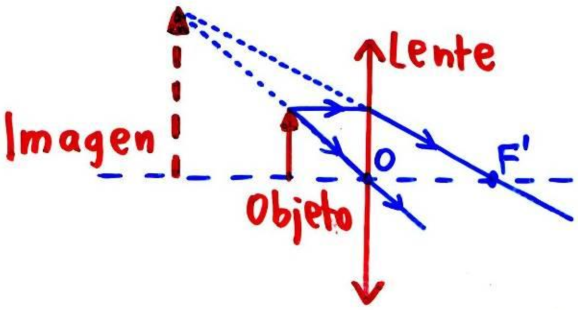


$s'=0{,}24\,m$ - Imagen real, invertida y menor
$(s'>0)$ $(A=-0{,}6<0)$ $(|A|<1)$
RESULTADO

b) $s=-10\,cm=-0{,}10\,m$

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{-0{,}10}=\frac{1}{0{,}15}$$

$$A=\frac{s'}{-0{,}10}$$



$s'=-0{,}30\,m$ - Imagen virtual, triple y derecha
$(s'<0)$ $(A=3>0)$
RESULTADO

Explique dónde debe estar situado un objeto respecto a una lente delgada para obtener una imagen virtual y derecha:

a) si la lente es convergente;

b) si la lente es divergente.

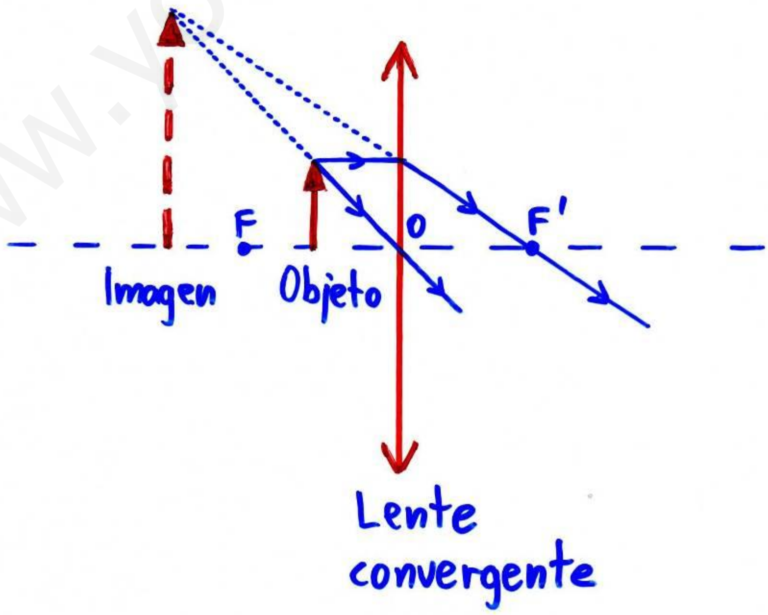
Realice en ambos casos las construcciones geométricas e indique si la imagen es mayor o menor que el objeto.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 2006)

SOLUCIÓN.-

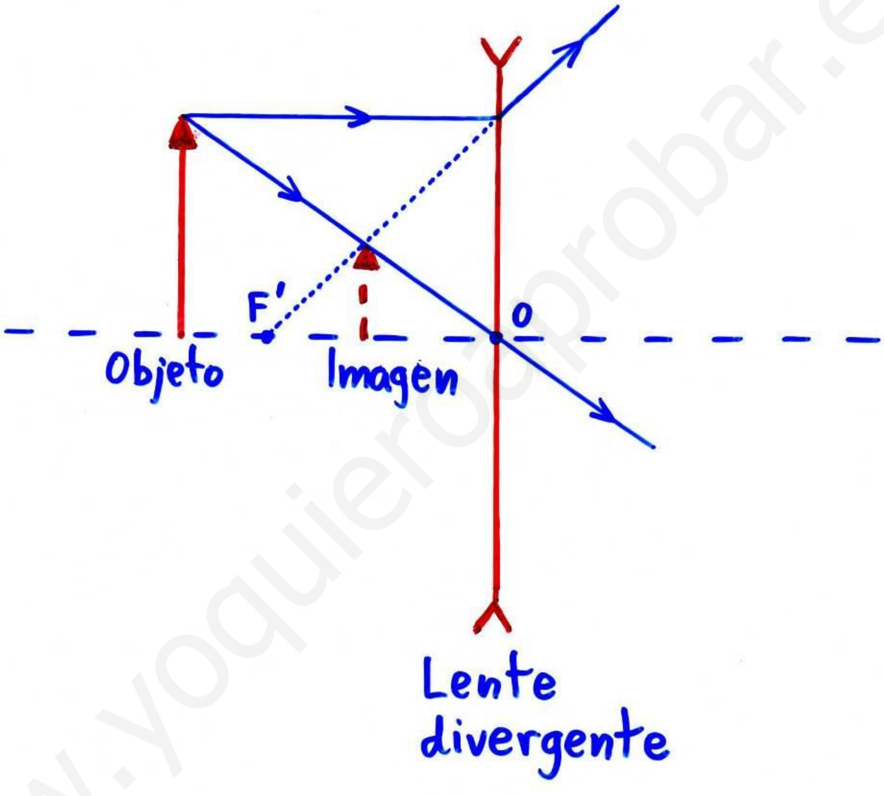
a) Lente convergente.-

Para que con una lente convergente obtengamos una imagen virtual y derecha el Objeto debe estar situado entre el foco objeto y el centro óptico de la lente, actuando ésta de lupa y proporcionando una imagen mayor:



b) Lente divergente.-

En cualquier posición en la que se encuentre el objeto la lente divergente siempre formará imágenes virtuales, derechas y menores:



Determine el tipo de imagen y el aumento lateral que se obtiene al situar un objeto delante de una lente divergente en los siguientes casos:

a) El objeto se sitúa a una distancia igual al doble de la distancia focal.

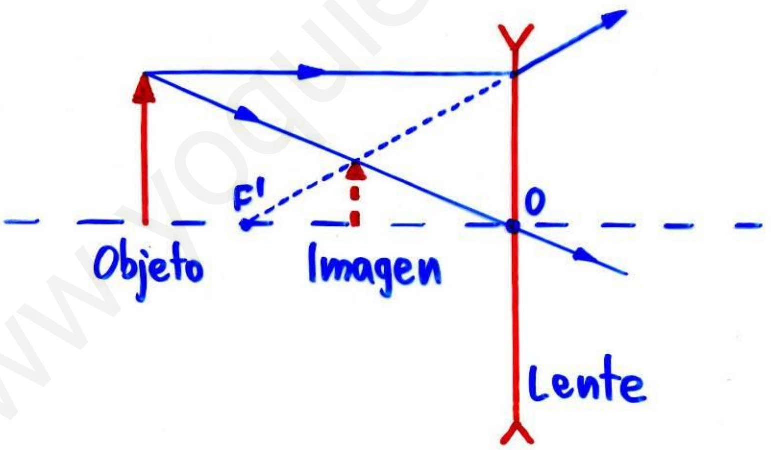
b) El objeto se sitúa a una distancia la mitad de la distancia focal de la lente.

Efectúe la construcción geométrica en ambos casos.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, modelo 2007)

Solución.-

En cualquier situación, las lentes divergentes producen imágenes virtuales, menores y derechas, como prueba la siguiente construcción geométrica:



Con las fórmulas de Gauss y del aumento lateral podemos calcular la distancia imagen y dicho aumento, en las dos situaciones planteadas:

a) $s = 2f'$

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} \ ;$$

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{2f'} = \frac{3}{2f'} ; \quad s' = \frac{2f'}{3} \ ;$$

$$\boxed{\text{Aumento lateral: } A = \frac{s'}{s} = \frac{2f'/3}{2f'} = \frac{1}{3} : \text{RESULTADO}}$$

b) $s = \frac{f'}{2}$

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{\frac{f'}{2}} = \frac{3}{f'} ; \quad s' = \frac{f'}{3} \ ;$$

$$\boxed{\text{Aumento lateral: } A = \frac{s'}{s} = \frac{f'/3}{f'/2} = \frac{2}{3} : \text{RESULTADO}}$$

Como ya habíamos obtenido gráficamente, la imagen es menor que el objeto $(A < 1)$ y derecha $(A > 0)$.

Un microscopio consta de dos lentes convergentes (objetivo y ocular).

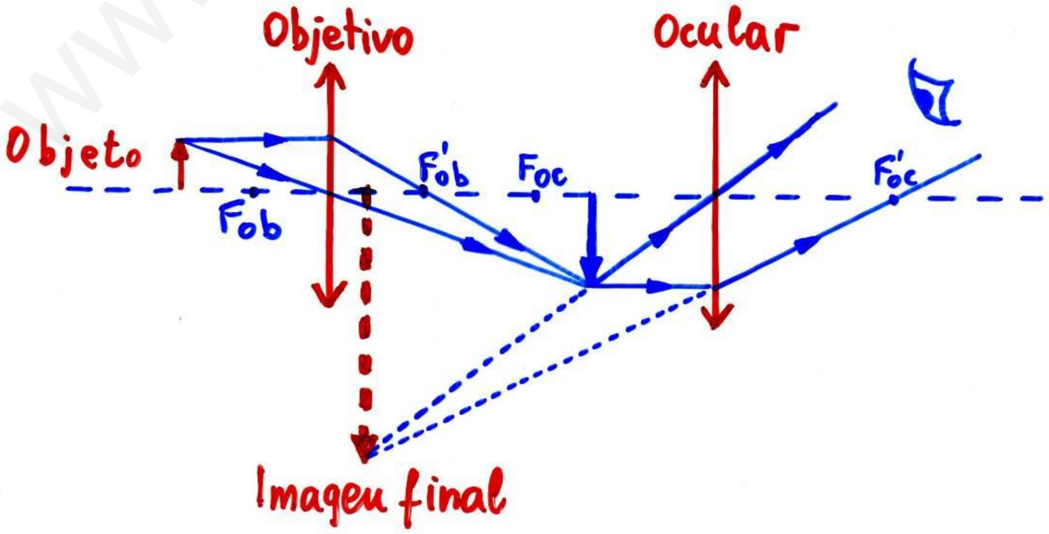
a) Explique el papel que desempeña cada lente.

b) Realice un diagrama de rayos que describa el funcionamiento del microscopio.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 2008)

SOLUCIÓN.-

En efecto, un microscopio -compuesto- consta de dos lentes -o sistemas de lentes- convergentes básicamente: una es el objetivo, la más cercana al objeto observado, que forma de éste una imagen real, mayor e invertida. Esta imagen se forma delante del ocular y muy próxima a él -entre su foco objeto y dicho ocular-, sirviéndole de "objeto" y actuando el ocular como lupa. Al final se forma una imagen muy aumentada, virtual e invertida respecto al objeto original, que es la observada. El ocular es una lente convergente de mayor distancia focal imagen que el objetivo.



FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

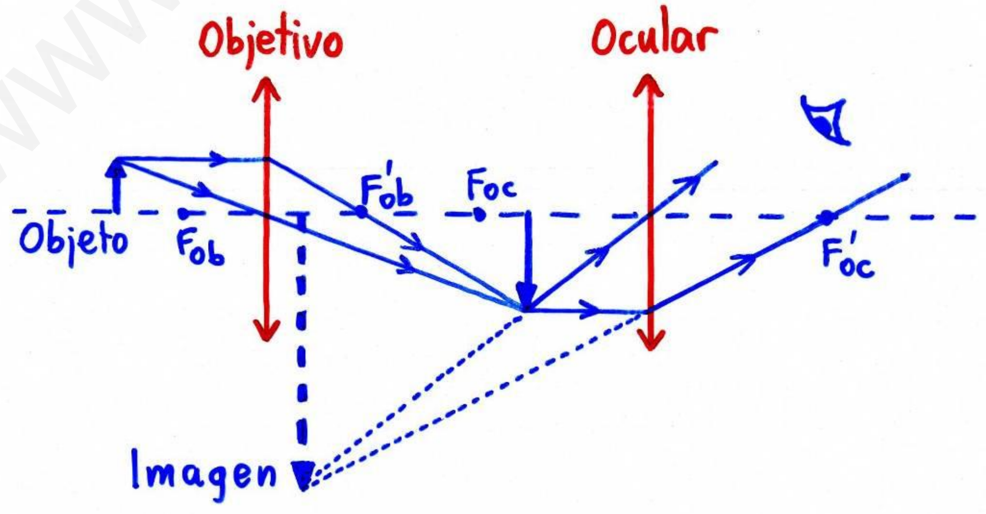
a) ¿Qué combinación de lentes constituye un microscopio?. Explique mediante un esquema gráfico su disposición en el sistema.

b) Dibuje la marcha de los rayos procedentes de un objeto a través del microscopio, de manera que la imagen final se forme en el infinito.

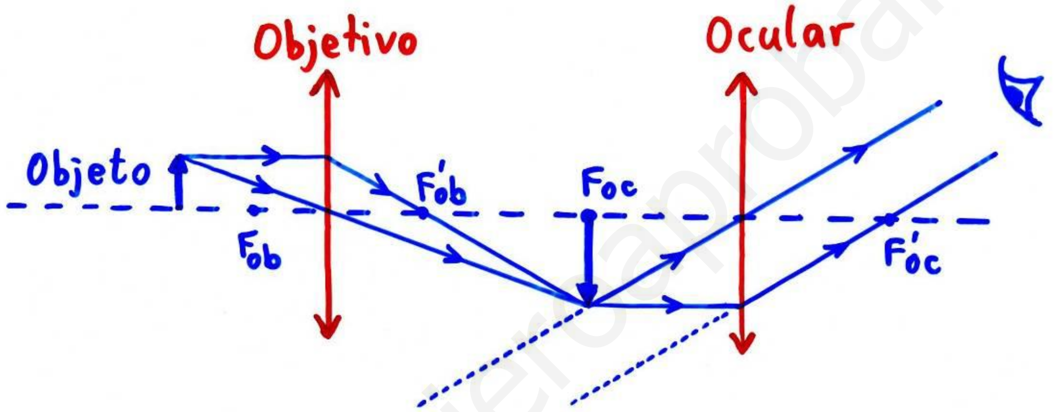
(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, modelo 2004)

SOLUCIÓN.-

Un microscopio -compuesto- está constituido básicamente por dos lentes (o sistemas de lentes) convergentes: una es el objetivo, la más cercana al objeto observado, y la otra es el ocular, cuya distancia focal imagen es superior a la del objetivo. Este ocular actúa como lupa para la imagen formada por el objetivo, por lo que al final se obtiene una imagen mayor, virtual e invertida:



Para que la imagen final se forme en el infinito la imagen del objeto dada por el objetivo ha de situarse en el foco objeto del ocular, dándose entonces la siguiente construcción geométrica de los rayos luminosos:



FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

a) Defina el índice de refracción de un medio, indicando qué valores puede tomar, así como su unidad correspondiente.

b) Enuncie las Leyes de la reflexión y de la refracción. Realice un dibujo explicativo de ambos fenómenos.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 2013 -Materias coincidentes-)

SOLUCIÓN:-

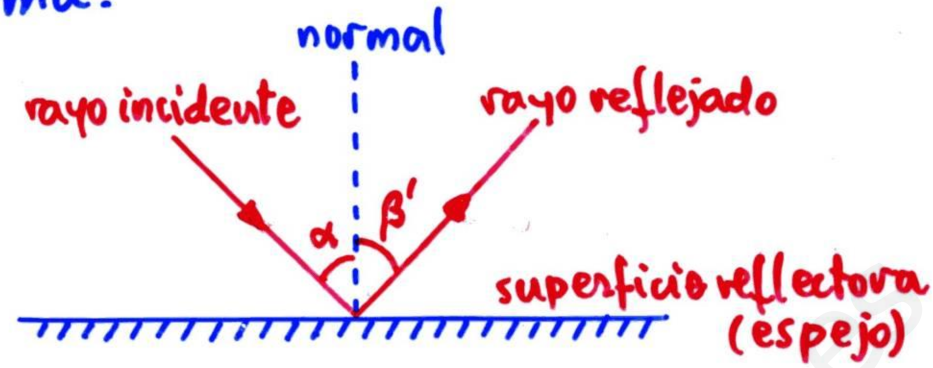
- Índice de refracción -absoluto- de un medio es el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío -c- y la velocidad de la luz en dicho medio -v-; es decir:

$$n = \frac{c}{v}$$

- Depende del medio.
- Es adimensional -no tiene unidad-, ya que al dividir $m \cdot s^{-1}$ entre $m \cdot s^{-1}$ desaparecen las unidades.
- Es un número mayor que 1: $n > 1$, ya que siempre la velocidad de la luz en el medio -denominador- es inferior a la velocidad de la luz en el vacío -numerador-.

- **REFLEXIÓN de la luz:**

Esquema:



- Primera ley de la reflexión:

Los rayos incidente y reflejado y la normal son coplanarios.

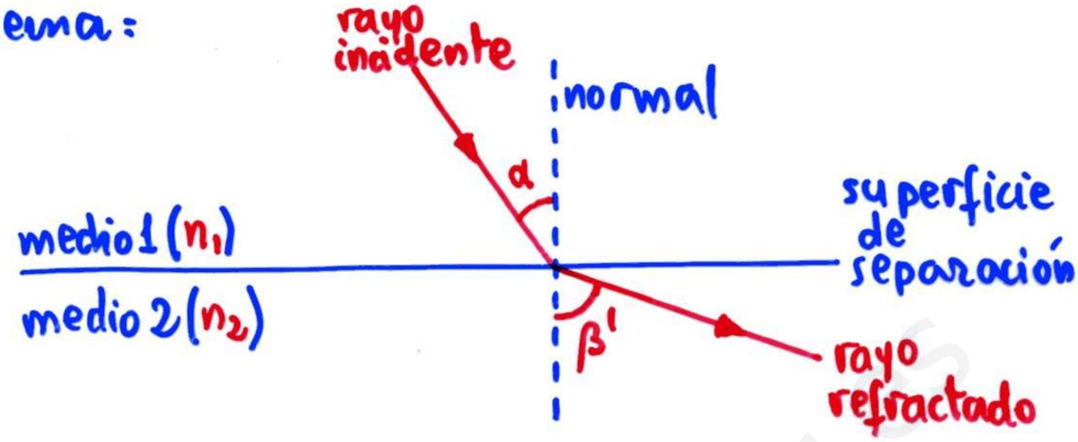
- Segunda ley de la reflexión:

Los ángulos de incidencia (α) y de reflexión (β') -ángulos que forman el rayo incidente y el rayo reflejado, respectivamente, con la normal- son iguales.

Se produce reflexión cuando la luz rebota en la superficie que separa dos medios no absorbentes, uno de los cuales es opaco.

- **REFRACCIÓN de la luz:**

Esquema:



- Primera ley de la refracción:
  Los rayos incidente y refractado y la normal son coplanarios.
- Segunda ley de la refracción (Snell):
  El producto del índice de refracción por el seno del ángulo entre el rayo y la normal es iqual en los dos medios:

$$n_1 \cdot \text{sen}\,\alpha = n_2 \cdot \text{sen}\,\beta'$$

(α: ángulo de incidencia; β': ángulo de refracción).

Se produce refracción cuando la luz pasa de un medo 1, donde su velocidad era: v_1 -índice de refracción: n_1- a otro medio 2, donde su velocidad es distinta: v_2 -índice de refracción: n_2-; salvo en estos dos casos:

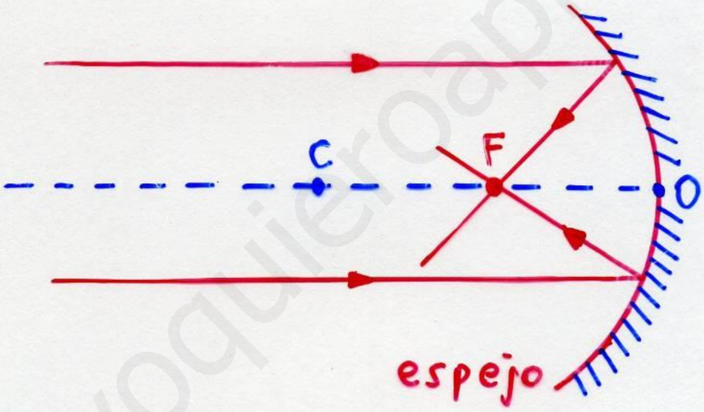
1: El rayo incide según la normal.
2: La luz intenta, sin conseguirlo, pasar de un medio 1 a un medio 2 menos refringente ($n_2 < n_1$) con un ángulo de incidencia mayor que el ángulo límite.

a) ¿Cómo se define y dónde se encuentra el foco de un espejo cóncavo?.
b) Si un objeto se coloca delante de un espejo cóncavo analice, mediante el trazado de rayos, las características de la imagen que se produce si está ubicado entre el foco y el espejo.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 2012)

SOLUCIÓN:-

En un espejo esférico cóncavo su foco es el punto donde se cruzan los rayos reflejados, procedentes de rayos incidentes paralelos al eje óptico:



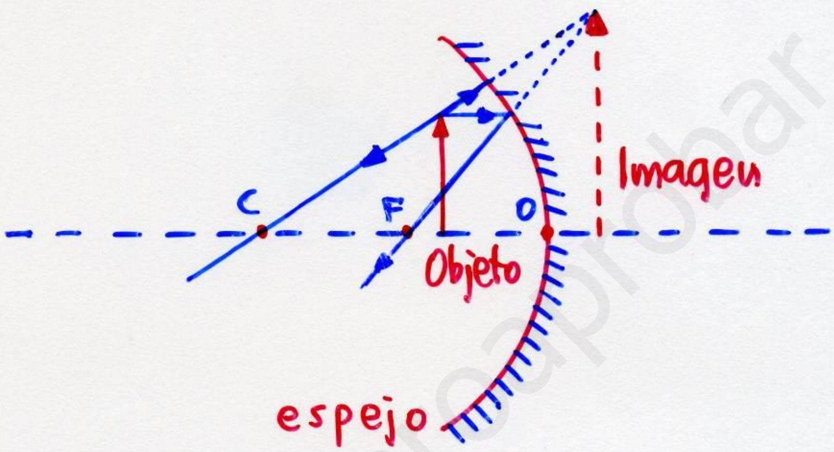
Aplicando en este caso particular la ecuación de Descartes encontramos:

$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{r}$; sustituyendo: $\frac{1}{-\infty} + \frac{1}{f} = \frac{2}{r}$;

llegando a: $f = \frac{r}{2}$:

La distancia focal es la mitad del radio de curvatura -según el criterio de signos, estas dos distancias son negativas para un espejo cóncavo-.

Si un objeto se coloca muy cerca de un espejo cóncavo: entre el foco y el propio espejo, se forma una imagen virtual, mayor y derecha, como muestra la siguiente construcción geométrica:



Se sitúa un objeto delante de un espejo cóncavo, a una distancia de éste mayor que su radio de curvatura.

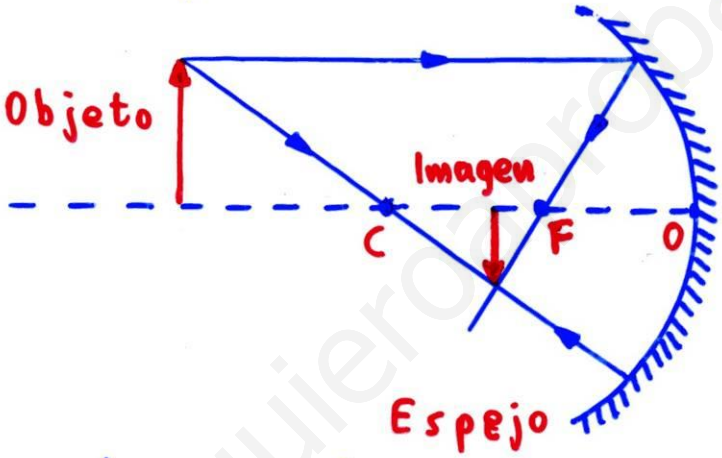
a) Realice el diagrama de rayos correspondiente a la formación de la imagen.

b) Indique la naturaleza de la imagen y si ésta es de mayor o menor tamaño que el objeto.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 2014 -Materias coincidentes-)

SOLUCIÓN:-

La construcción geométrica de la imagen es:



Gráficamente comprobamos que:

para $|s|>|r|$ ($s<r$, al ser ambos negativos):

La imagen es real -sale delante del espejo ($s'<0$)-; más pequeña que el objeto -$|A|<1$- e invertida -$A<0$-.

RESULTADO

Considere un espejo esférico cóncavo. Determine, realizando un diagrama de rayos, el tamaño y naturaleza de la imagen si se sitúa el objeto:

a) Entre el espejo y el foco.

b) A más distancia del espejo que el centro de curvatura.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 2015 -Materias coincidentes-)

SOLUCIÓN.-

a) Espejo cóncavo - Objeto entre el espejo y el foco:

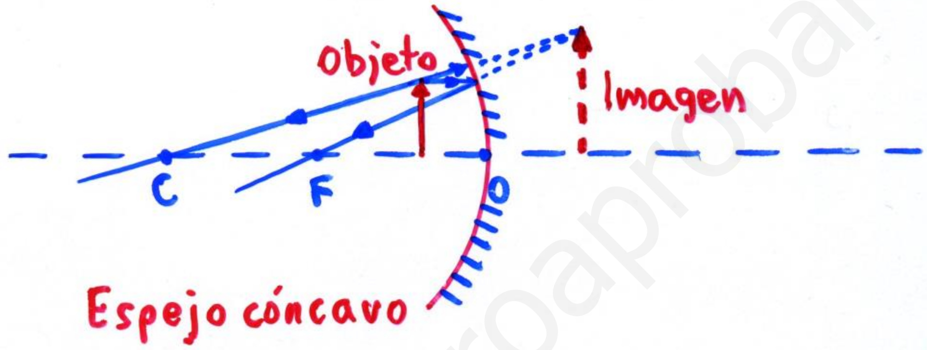


Imagen virtual, mayor y derecha : RESULTADO

b) Espejo cóncavo - Objeto más lejos que el centro de curvatura:

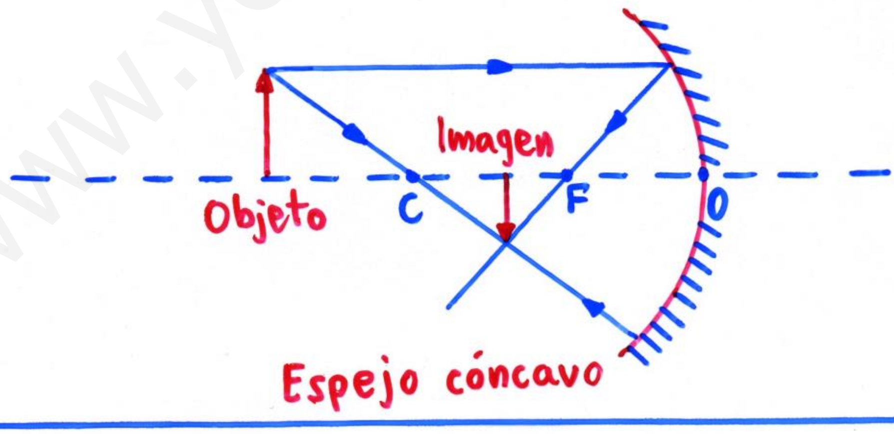


Imagen real, menor e invertida : RESULTADO

A 10 cm de distancia del vértice de un espejo cóncavo de 30 cm de radio se sitúa un objeto de 5 cm de altura.

a) Determine la altura y posición de la imagen.

b) Construya la imagen gráficamente, indicando su naturaleza.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 2013)

SOLUCIÓN:-

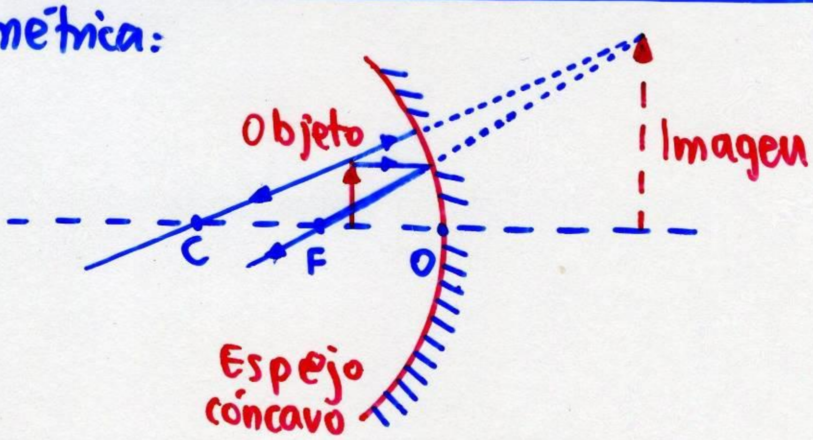
Con las fórmulas de Descartes -distancias- y del aumento lateral de los espejos esféricos, y respetando el criterio de signos, planteamos el sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{s} + \dfrac{1}{s'} = \dfrac{2}{r} \\ A = \dfrac{y'}{y'} = -\dfrac{s'}{s} \end{cases} \quad ; \text{ sustituyendo: } \begin{cases} \dfrac{1}{-0{,}10} + \dfrac{1}{s'} = \dfrac{2}{-0{,}30} \\ A = \dfrac{y'}{0{,}05} = -\dfrac{s'}{-0{,}10} \end{cases}$$

cuya solución es:

- Altura de la imagen: $y' = +0{,}15\,m$
- Posición de la imagen: $s' = +0{,}30\,m$: RESULTADO
- Aumento lateral: $A = +3$
- Imagen virtual, mayor -triple- y derecha
  $(s' > 0)$ $(A = +3)$ $(y' > 0)$

Construcción geométrica:



FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

Un objeto está situado a una distancia de 10 cm del vértice de un espejo cóncavo. Se forma una imagen real, invertida y tres veces mayor que el objeto.

a) Calcule el radio de curvatura y la posición de la imagen.

b) Construya el diagrama de rayos.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, modelo 2014)

SOLUCIÓN.-

Utilizando las ecuaciones de las distancias (Descartes) y del aumento lateral en espejos esféricos, y respetando el criterio de signos, planteamos este sistema:

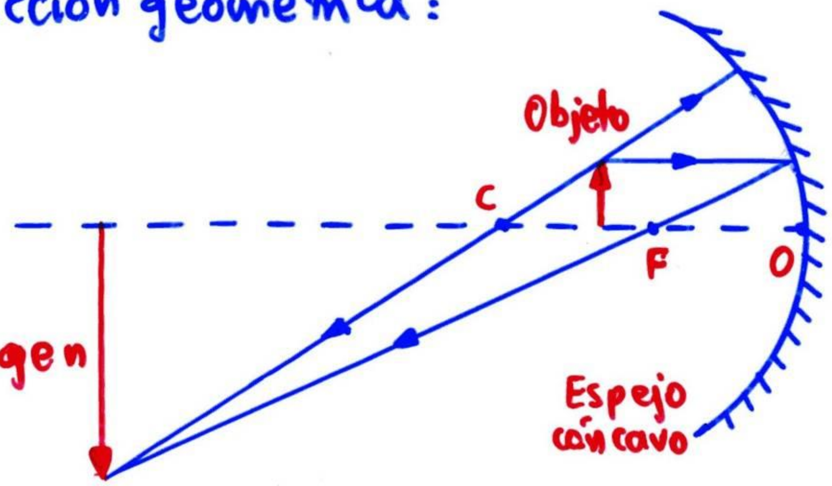
$$\begin{cases} \dfrac{2}{r} = \dfrac{1}{s} + \dfrac{1}{s'} \\ A = \dfrac{y'}{y} = -\dfrac{s'}{s} \end{cases} \; ; \; \begin{cases} \dfrac{2}{r} = \dfrac{1}{-0{,}10} + \dfrac{1}{s'} \\ -3 = -\dfrac{s'}{-0{,}10} \end{cases}$$

(Imagen invertida A<0)

La solución es:

- Radio de curvatura: $r = -0{,}15\,m$ (espejo cóncavo: $r < 0$)
- Distancia imagen: $s' = -0{,}30\,m$ (Imagen real: $s' < 0$)
- Construcción geométrica:

RESULTADO



Un objeto de 4 cm de altura se sitúa a 6 cm por delante de la superficie cóncava de un espejo esférico. Si la imagen obtenida tiene 10 cm de altura, es positiva y virtual:

a) ¿Cuál es la distancia focal del espejo?.

b) Realice un diagrama de rayos del sistema descrito.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, modelo 2012)

SOLUCIÓN:-

Respetando siempre el criterio de signos, con la fórmula del aumento lateral para un espejo esférico, tenemos:

$$A = \frac{y'}{y} = \frac{+0{,}10\,m}{+0{,}04\,m} = +2{,}5 = -\frac{s'}{s} = -\frac{s'}{-0{,}06\,m} \quad ;$$

de donde encontramos la distancia imagen:

$$s' = +0{,}15\,m$$

El hecho de ser: $s' > 0$ corresponde a una imagen virtual.

Empleando ahora la fórmula de Descartes de las distancias podemos despejar la distancia focal del espejo:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \quad ; \qquad \frac{1}{-0{,}06} - \frac{1}{0{,}15} = \frac{1}{f} \quad ;$$

de donde:

$$\boxed{f = -0{,}10\,m \quad : \quad \text{RESULTADO}}$$

En efecto, se trata de un espejo cóncavo: $f < 0$.

Un objeto de 15 cm de altura se encuentra situado a 20 cm de un espejo convexo cuya distancia focal es de 40 cm.

a) Calcule la posición y el tamaño de la imagen formada.

b) Realice el trazado de rayos correspondiente.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 2012)

SOLUCIÓN.-

Respetando siempre el criterio de signos, con las fórmulas de Descartes de las distancias y del aumento lateral para el espejo esférico planteamos el sistema de dos ecuaciones:

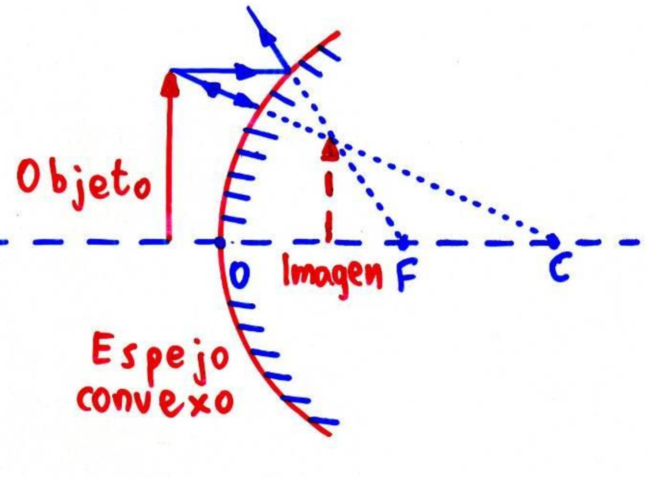
$$\begin{cases} \dfrac{1}{s} + \dfrac{1}{s'} = \dfrac{1}{f} \\ A = \dfrac{y'}{y} = -\dfrac{s'}{s} \end{cases} ; \quad \begin{cases} \dfrac{1}{-0{,}20} + \dfrac{1}{s'} = \dfrac{1}{0{,}40} \\ \dfrac{y'}{0{,}15} = -\dfrac{s'}{-0{,}20} \end{cases} ;$$

la solución es:

- Distancia imagen: $s' = +0{,}13\ m$ (imagen virtual: $s' > 0$)
- Tamaño de la imagen:
  $y' = +0{,}10\ m$ (imagen menor y derecha: $y' > 0$)

RESULTADO

Construcción geométrica de la imagen:



La imagen de un objeto reflejada por un espejo convexo de radio de curvatura: 15 cm es virtual, derecha, tiene una altura de 1 cm y está situada a 5 cm del espejo.

a) Determine la posición y la altura del objeto.

b) Dibuje el diagrama de rayos correspondiente.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, junio 2015)

SOLUCIÓN:-

Con las ecuaciones de las distancias (Descartes) y del aumento lateral, y respetando el criterio de signos, planteamos el sistema:

$$\begin{cases} \frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{2}{r} \\ A=\frac{y'}{y}=-\frac{s'}{s} \end{cases} ; \begin{cases} \frac{1}{s}+\frac{1}{0{,}05}=\frac{2}{0{,}15} \\ A=\frac{0{,}01}{y}=-\frac{0{,}05}{s} \end{cases} \quad (SI)$$

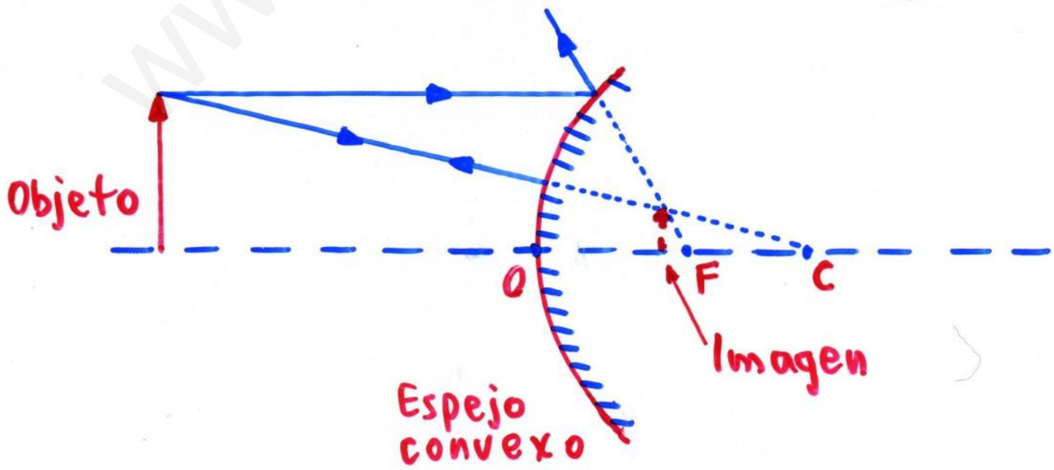
La solución es:

$s=-0{,}15\,m$; $y=0{,}03\,m$; $A=0{,}33$

Imagen virtual ($s'>0$), menor ($|A|<1$) y derecha ($A>0$)

RESULTADO

La construcción geométrica de la imagen es ésta:



Un objeto se encuentra delante de un espejo plano, a 70 cm del mismo.

a) Calcule la distancia al espejo a la que se forma la imagen y su aumento lateral.

b) Realice el diagrama de rayos y explique si la imagen es real o virtual.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 2013 -Materias coincidentes-)

SOLUCIÓN:-

El espejo plano puede considerarse, a efectos numéricos, como un espejo esférico cuyo radio de curvatura es infinito.

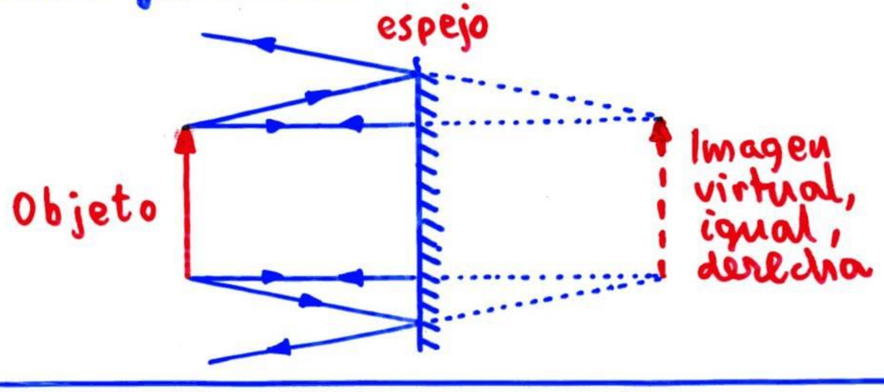
Aplicando las ecuaciones de las distancias (Descartes) y del aumento lateral de dichos espejos esféricos, y sin olvidar el criterio de signos, tenemos:

$$\begin{cases} \dfrac{2}{r} = \dfrac{1}{s} + \dfrac{1}{s'} \; ; \; \dfrac{2}{\infty} = 0 = \dfrac{1}{-0{,}70} + \dfrac{1}{s'} \\ A = \dfrac{y'}{y} = -\dfrac{s'}{s} \end{cases}$$

Las soluciones son:

RESULTADO

- Distancia imagen: $s' = -s = 0{,}70\,m$
  (Imagen virtual: $s' > 0$)
- Aumento lateral: $A = +1$
  (Imagen igual $-|A| = 1-$ y derecha $-A > 0-$)
- Construcción geométrica:



Un rayo de luz pasa de un medio de índice de refracción n_1 a otro de índice de refracción n_2. Determine:

a) La relación entre n_1 y n_2 para que el ángulo de refracción sea menor que el de incidencia.

b) La relación entre n_1 y n_2 para que pueda darse reflexión total.

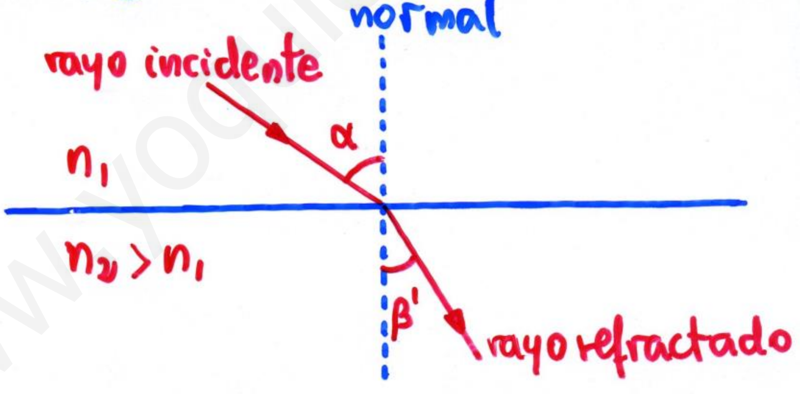
(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 2015 -Materias coincidentes-)

SOLUCIÓN.-

La refracción de la luz está regida por la Ley de Snell: $n_1 \cdot \text{sen}\,\alpha = n_2 \cdot \text{sen}\,\beta'$;

siendo α y β' los ángulos de incidencia y de refracción, respectivamente.

a) Si el ángulo de refracción es menor que el ángulo de incidencia -el rayo, tras refractarse, se acerca a la normal-:



$\alpha > \beta' \rightarrow \text{sen}\,\alpha > \text{sen}\,\beta' \rightarrow$ y entonces:

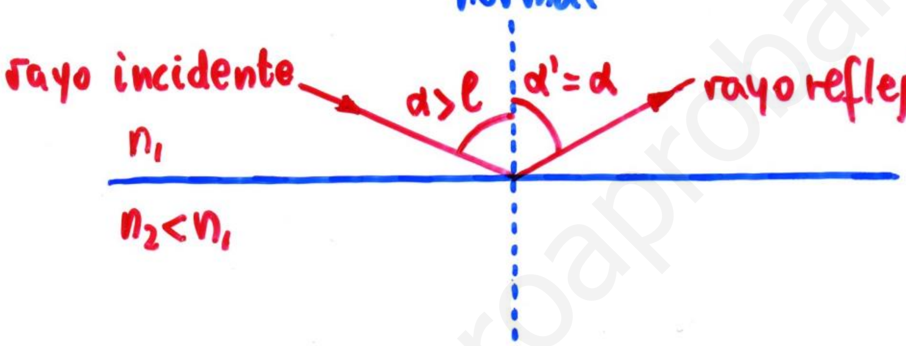
$$\boxed{n_1 < n_2 \quad : \quad \text{RESULTADO}}$$

b) Se produce reflexión total cuando:

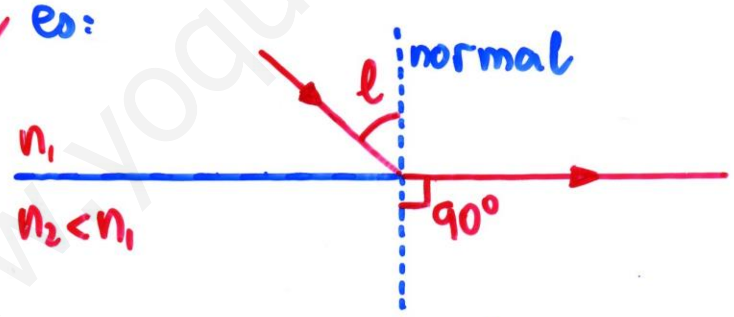
- La luz intenta pasar de un medio "1" a otro medio "2" menos refringente:

$$\boxed{n_1 > n_2 \quad : \quad \text{RESULTADO}}$$

- El ángulo de incidencia supera el ángulo límite:



La situación de incidencia en ángulo límite es:



Aplicando la ley de Snell:

$$n_1 \cdot \text{sen}\, \ell = n_2 \cdot \text{sen}\, 90^\circ = n_2 \cdot 1 = n_2$$

ángulo límite $= \ell = \text{arcsen} \dfrac{n_2}{n_1}$

FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

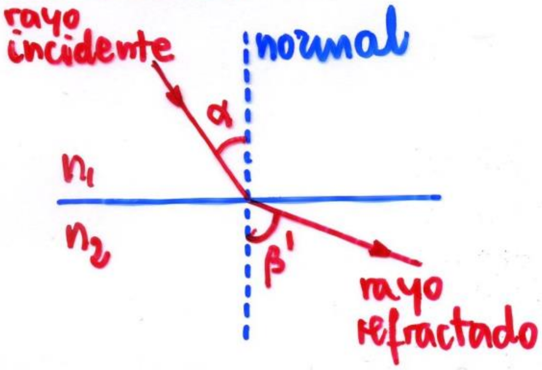
Un rayo de luz pasa de un medio de índice de refracción: 2,1 a otro medio, de índice de refracción: 1,5.

a) Si el ángulo de incidencia es de 30º, determine el ángulo de refracción.

b) Calcule el ángulo a partir del cual no se produce refracción.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 2014)

SOLUCIÓN:



Aplicando la Ley de Snell:

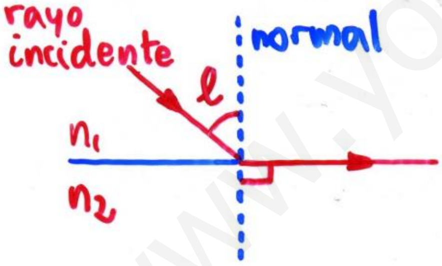
$$n_1 \cdot \operatorname{sen} \alpha = n_2 \cdot \operatorname{sen} \beta'$$

$$\beta' = \operatorname{arc\,sen} \frac{n_1 \cdot \operatorname{sen} \alpha}{n_2}$$

$$\beta' = \operatorname{arc\,sen} \frac{2{,}1 \cdot \operatorname{sen} 30^\circ}{1{,}5}$$

$$\boxed{\beta' = \operatorname{arc\,sen} 0{,}7 = 44^\circ 25' 37'' : \text{RESULTADO}}$$

No se produce refracción cuando el ángulo de incidencia supera el ángulo límite:



Aplicando de nuevo la Ley de Snell:

$$n_1 \cdot \operatorname{sen} \ell = n_2 \cdot \operatorname{sen} 90^\circ = n_2$$

$$\ell = \operatorname{arc\,sen} \frac{n_2}{n_1}$$

$$\boxed{\ell = \operatorname{arc\,sen} \frac{1{,}5}{2{,}1} = \operatorname{arc\,sen} 0{,}71 = 45^\circ 35' 5'' \quad \text{RESULTADO}}$$

Una superficie plana separa dos medios transparentes, de índices de refracción: $n_1 = 2$ y $n_2 = 1{,}4$, respectivamente. Un rayo luminoso incide desde el medio de índice de refracción: $n_1 = 2$ sobre la superficie de separación de los dos medios, observándose que el rayo reflejado y el refractado son perpendiculares entre sí. Calcule:

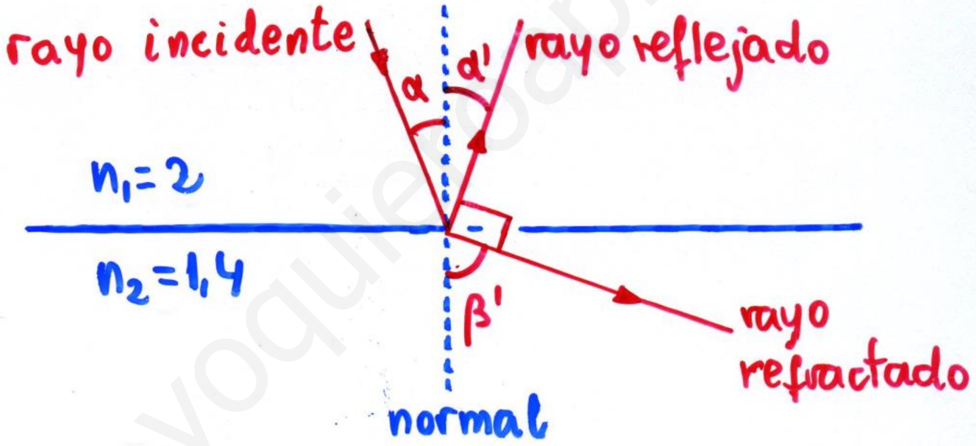
a) Los valores de los ángulos de incidencia y de refracción.

b) Entre qué valores tiene que estar comprendido el ángulo de incidencia para que se produzca rayo refractado.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, modelo 2015)

SOLUCIÓN:-

Si los rayos reflejado y refractado son perpendiculares:



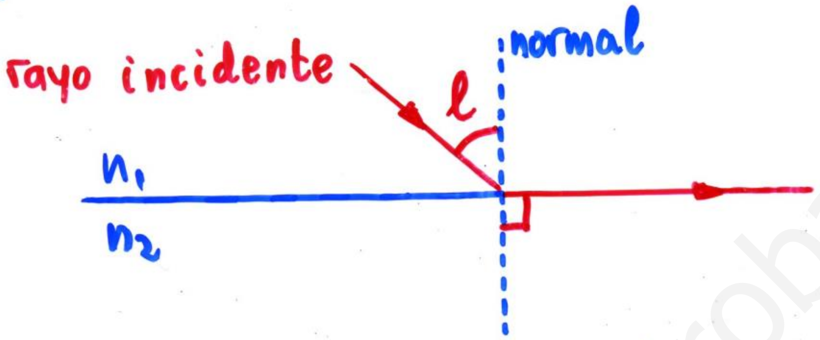
Aplicando las segundas leyes de la reflexión y de la refracción, y observando la figura, tenemos:

$$\begin{cases} \alpha = \alpha' \\ n_1 \cdot \operatorname{sen}\alpha = n_2 \cdot \operatorname{sen}\beta' \\ \alpha' + 90^\circ + \beta' = 180^\circ \end{cases} ; \quad \begin{cases} 2 \cdot \operatorname{sen}\alpha = 1{,}4 \cdot \operatorname{sen}\beta' \\ \alpha + \beta' = 90^\circ \; ; \; \beta' = 90^\circ - \alpha \end{cases}$$

$$2 \operatorname{sen}\alpha = 1{,}4 \operatorname{sen}(90^\circ - \alpha) = 1{,}4 \cdot \cos\alpha \; ; \; \operatorname{tg}\alpha = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha} = \frac{1{,}4}{2} = 0{,}7$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \alpha = \operatorname{arctg} 0{,}7 = 34^\circ 59' 31'' \\ \beta = 90^\circ - 34^\circ 59' 31'' = 55^\circ 29'' \end{array} \quad : \text{RESULTADO}}$$

Al pasar la luz a un medio menos refringente ($n_2 < n_1$) el rayo refractado se aleja de la normal. Existe un ángulo de incidencia máximo: ángulo límite para que se produzca la refracción. Este ángulo límite: l vale:



$$n_1 \cdot \text{sen}\, l = n_2 \cdot \text{sen}\, 90^\circ; \quad 2 \cdot \text{sen}\, l = 1{,}4 \cdot 1 = 1{,}4$$

$$l = \text{arc sen}\,\frac{n_2}{n_1} = \text{arc sen}\,\frac{1{,}4}{2} = \text{arc sen}\, 0{,}7 = 44^\circ 25' 37''$$

Para que se produzca rayo refractado el ángulo de incidencia debe ser:

$$0 < \alpha \leq l \quad ; \qquad 0 < \alpha \leq 44^\circ 25' 37''$$

RESULTADO

a) Explique el fenómeno de la reflexión total y las condiciones en las que se produce.

b) Calcule el ángulo a partir del cual se produce reflexión total entre un medio material en el que la luz se propaga a una velocidad: $v = 1{,}5 \times 10^8\ m \cdot s^{-1}$ y el aire. Tenga en cuenta que la luz en su propagación pasa del medio material al aire.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^8\ m \cdot s^{-1}$
Índice de refracción del aire: $n = 1$.

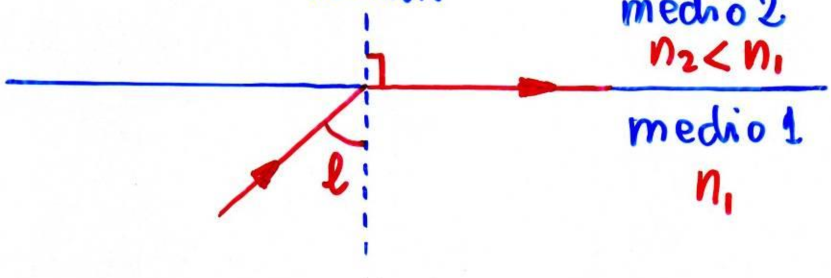
(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 2012)

SOLUCIÓN:-

La reflexión total se da cuando la luz intenta pasar de un medio a otro menos refringente que el anterior, pero al ser el ángulo de incidencia superior al ángulo límite realmente no logra refractarse, y se refleja en la superficie de separación de ambos medios, no cambiando de medio de propagación.

RESULTADO

Se produce reflexión total para ángulos de incidencia superiores al ángulo límite, dándose para este último la situación mostrada en la figura:



Aplicando la **ley de Snell** encontramos el valor de ese **ángulo límite**:

$$n_1 \cdot \operatorname{sen} \ell = n_2 \cdot \operatorname{sen} 90^\circ = n_2$$

$$\ell = \operatorname{arc\,sen} \frac{n_2}{n_1}$$

En nuestro caso:

- **Medio 1**: medio material

  Velocidad de la luz: $v_1 = 1{,}5 \times 10^8 \ ms^{-1}$

  Índice de refracción: $n_1 = \frac{c}{v_1} = \frac{3 \times 10^8}{1{,}5 \times 10^8} = 2$

- **Medio 2**: aire

  Velocidad de la luz: $v_2 \approx c = 3 \times 10^8 \ ms^{-1}$

  Índice de refracción: $n_2 = \frac{c}{v_2} \approx 1$

El **ángulo límite** vale entonces:

$$\boxed{\ell = \operatorname{arc\,sen} \frac{n_2}{n_1} \approx \operatorname{arc\,sen} \frac{1}{2} = 30^\circ : \text{RESULTADO}}$$

Un rayo de luz cuya longitud de onda en el vacío es: $\lambda = 5{,}9 \times 10^{-7}$ m se propaga por el interior de una fibra óptica de índice de refracción: $n_i = 1{,}5$. Si la fibra óptica tiene un recubrimiento exterior cuyo índice de refracción es: $n_e = 1{,}0$, determine:

a) La velocidad de propagación y la longitud de onda del rayo en el interior de la fibra óptica.

b) El ángulo de incidencia mínimo en la pared interna de la fibra para que el rayo que incida sobre ella no salga a la capa externa.

Dato: Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3{,}00 \times 10^8$ m·s^{-1}.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, modelo 2012)

SOLUCIÓN.-

La frecuencia de esa luz, en el vacío, vale:

$$\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3{,}00 \times 10^8}{5{,}9 \times 10^{-7}} = 5{,}08 \times 10^{14}\ Hz$$

Esa frecuencia es una magnitud inherente a la onda, e independiente del medio en que ésta se propaga.

Por otra parte, recordando la definición del índice de refracción, para el interior de la fibra óptica tenemos:

- Índice de refracción: $n_i = \dfrac{c}{v_i} = 1{,}5$
- Frecuencia: $\nu_i = 5{,}08 \times 10^{14}\ Hz$

- Velocidad de la luz:

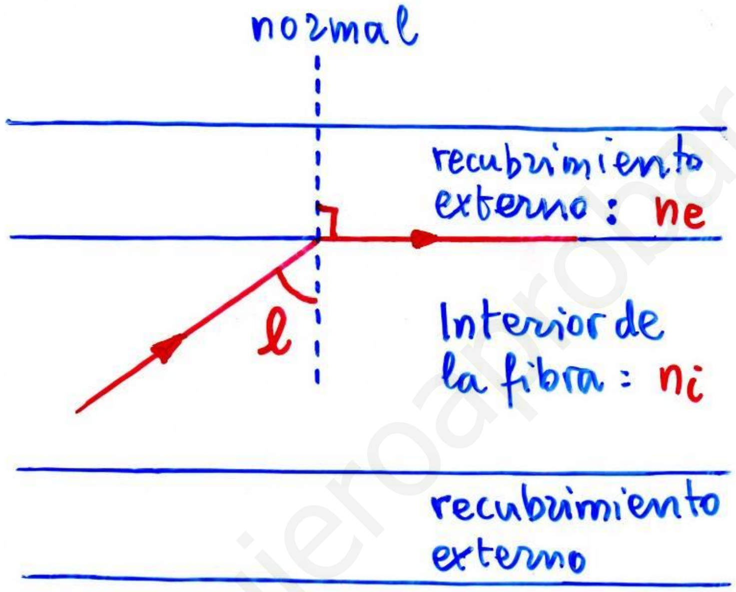
$$v_i = \frac{c}{n_i} = \frac{3{,}00 \times 10^8}{1{,}5} = 2{,}00 \times 10^8\ ms^{-1}$$

RESULTADO

- Longitud de onda:

$$\lambda_i = \frac{v_i}{\nu_i} = \frac{2{,}00 \times 10^8}{5{,}08 \times 10^{14}} = 3{,}93 \times 10^{-7}\ m$$

El ángulo de incidencia mínimo en la pared interna de la fibra óptica para que el rayo que incida sobre ella no salga a la capa externa es el ángulo límite para la refracción: interior de la fibra - recubrimiento exterior:



Aplicando la Ley de Snell a la refracción citada antes, tenemos:

$$n_i \cdot \operatorname{sen} l = n_e \cdot \operatorname{sen} 90^\circ = n_e \quad ;$$

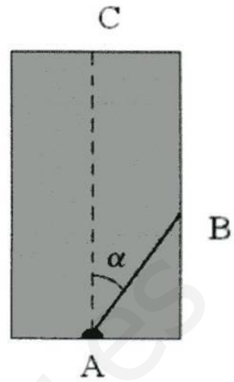
de donde ese ángulo límite queda:

$$\boxed{l = \operatorname{arcsen} \frac{n_e}{n_i} = \operatorname{arcsen} \frac{1{,}0}{1{,}5} = 41^\circ 48' 37''}$$

RESULTADO

FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

Se tiene un prisma rectangular de vidrio, de índice de refracción: 1,48. Del centro de su cara *A* se emite un rayo que forma un ángulo α con el eje vertical del prisma, como muestra la figura. La anchura del prisma es de 20 cm, y la altura de 30 cm.



a) Si el medio exterior es el aire, ¿cuál es el máximo valor de α para que el rayo no salga por la cara *B*?. Justifique la respuesta.

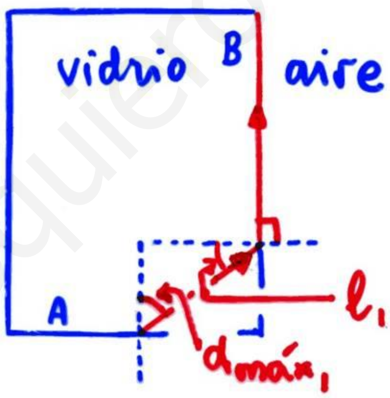
b) Si el medio exterior es agua, ¿cuál es el máximo valor de α para que el rayo no salga por la cara *B*?. Para este valor de α, ¿cuál es el ángulo con el que emerge de la cara *C*?.

Datos: Índice de refracción del aire: $n_{aire} = 1$
Índice de refracción del agua: $n_{agua} = 1,33$.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 2013)

SOLUCIÓN:-

a)



Para que el rayo no salga por la cara B en la refracción de salida vidrio-aire el ángulo de incidencia mínimo ha de ser el ángulo límite: ℓ_1 que calculamos aplicando la ley de Snell en la cara B de la figura anterior:

$n_v \cdot \operatorname{sen} \ell_1 = n_{aire} \cdot \operatorname{sen} 90^\circ$; despejando:

$$\ell_1 = \operatorname{arc\,sen} \frac{n_{aire} \cdot \operatorname{sen} 90^\circ}{n_v} = \operatorname{arc\,sen} \frac{1 \cdot 1}{1,48} = 42^\circ 30' 24''$$

En la figura anterior comprobamos que:

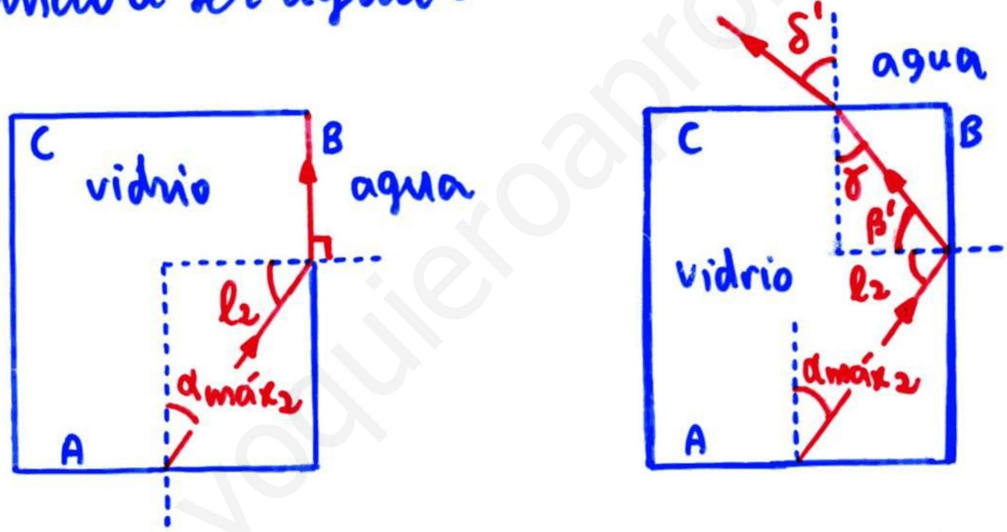
$\alpha_{máx_1} + \ell_1 + 90° = 180°$; de donde:

El valor máximo del ángulo α para que el rayo no salga por la cara B, experimentando reflexión total en la misma, vale:

$$\alpha_{máx_1} = 90° - \ell_1 = 90° - 42°30'24'' = 47°29'36''$$

RESULTADO

En la situación b) cambia el medio exterior, pasando a ser agua:



El ángulo límite en la refracción de salida vidrio-agua en la cara B vale, aplicando la ley de Snell:

$n_v \operatorname{sen} \ell_2 = n_{agua} \cdot \operatorname{sen} 90°$; despejando:

$$\ell_2 = \frac{n_{agua} \cdot \operatorname{sen} 90°}{n_v} = \frac{1{,}33 \cdot 1}{1{,}48} = 63°58'52''$$

Análogamente al caso anterior, vemos en la figura que: $\alpha_{máx_2} + \ell_2 + 90° = 180°$; y:

El valor máximo del ángulo α para que el rayo no salga por la cara B, experimentando reflexión total en la misma, vale ahora:

$$\alpha_{máx_2} = 90° - \ell_2 = 90° - 63°58'52'' = 26°1'8''$$

RESULTADO

La segunda de la reflexión, aplicada a la reflexión total producida en la cara B con el ángulo $\alpha_{máx_2}$ anterior, da:

$$\beta' = \ell_2 = 63°58'52''$$

En la figura de la derecha de este apartado b) comprobamos que:

$$\gamma + \beta' + 90° = 180° \quad ; \quad \text{de donde:}$$

$$\gamma = 90° - \beta' = 90° - 63°58'52'' = 26°1'8'' = \alpha_{máx_2}$$

Finalmente, aplicando la ley de Snell a la refracción vidrio-agua de salida por la cara C, encontramos:

$$n_v \operatorname{sen}\gamma = n_{agua} \operatorname{sen}\delta' \quad ; \quad y$$

El ángulo con el que el rayo emerge al agua por la cara C vale:

$$\delta' = \operatorname{arc\,sen} \frac{n_v \cdot \operatorname{sen}\gamma}{n_{agua}} = \operatorname{arc\,sen} \frac{1{,}48 \cdot \operatorname{sen} 26°1'8''}{1{,}33}$$

$$\delta' = \operatorname{arc\,sen} 0{,}488 = 29°13'7''$$

RESULTADO

FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

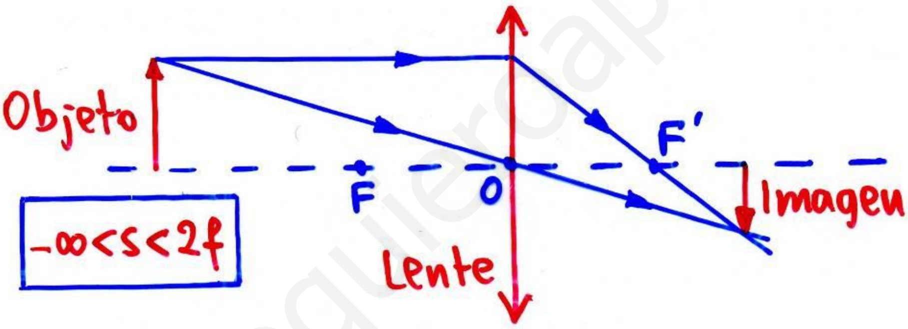
a) Explique, ayudándose de un diagrama de rayos, la formación de imágenes por parte de una lente convergente. En concreto, detalle la naturaleza de la imagen en función de la posición del objeto.

b) Explique cómo funciona una lupa: dónde se ha de colocar el objeto, qué tipo de lente se utiliza y qué tipo de imagen se forma.

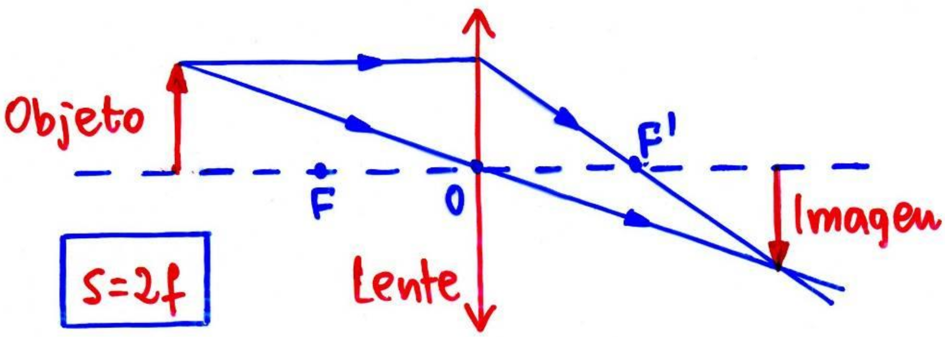
(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, modelo 2013)

SOLUCIÓN:-

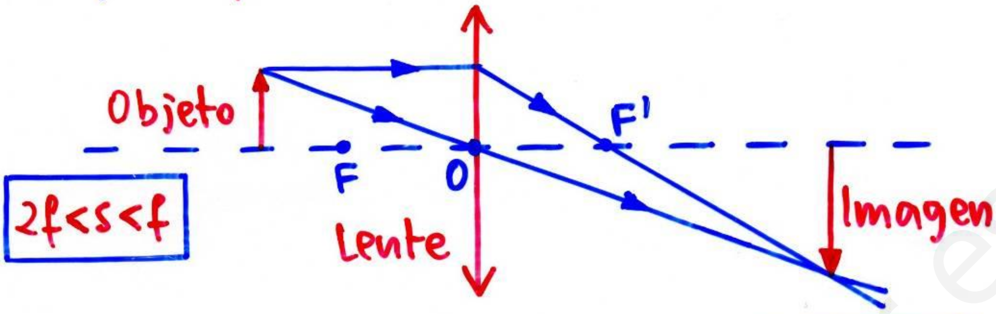
1- Si el objeto se encuentra a más del doble de la distancia focal objeto de la lente convergente, la imagen formada es real, menor e invertida:



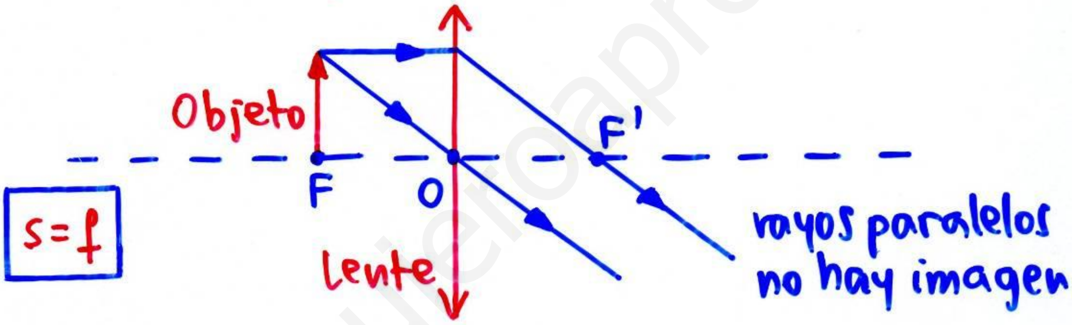
2- Si el objeto se encuentra al doble de la distancia focal objeto de la lente convergente, la imagen formada es real, igual ($A = -1$) e invertida:



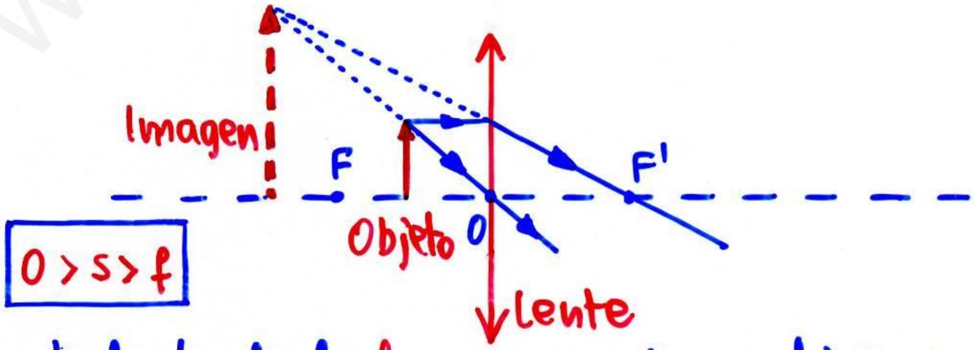
3- Si el objeto se encuentra entre "f" y "2f" delante de la lente convergente la imagen formada es real, mayor e invertida:



4- Si el objeto se encuentra en el foco objeto de la lente convergente, no se forma imagen:



5- Si el objeto se encuentra entre el foco objeto y el centro óptico de la lente convergente la lente actúa de lupa, formando una imagen virtual, mayor y derecha:



La lente de la lupa no puede ser divergente, pues en ese caso la imagen sería siempre virtual, menor y derecha.

Determine, basándose en el trazado de rayos, dónde hay que ubicar un objeto con respecto a una lente convergente para que:

a) La imagen formada sea real e invertida.

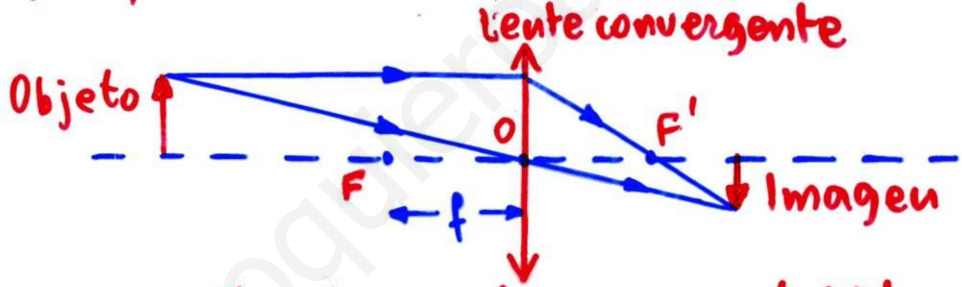
b) La imagen formada sea virtual y derecha.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 2014)

SOLUCIÓN:-

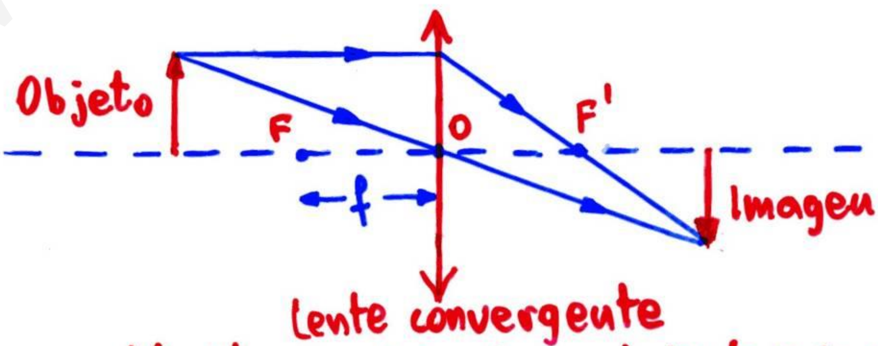
a) La obtención de una imagen real e invertida mediante una lente convergente requiere que el objeto se sitúe antes del foco objeto, pudiendo darse estas tres posibilidades:

a.1) Objeto situado entre $-\infty$ y $2f$:



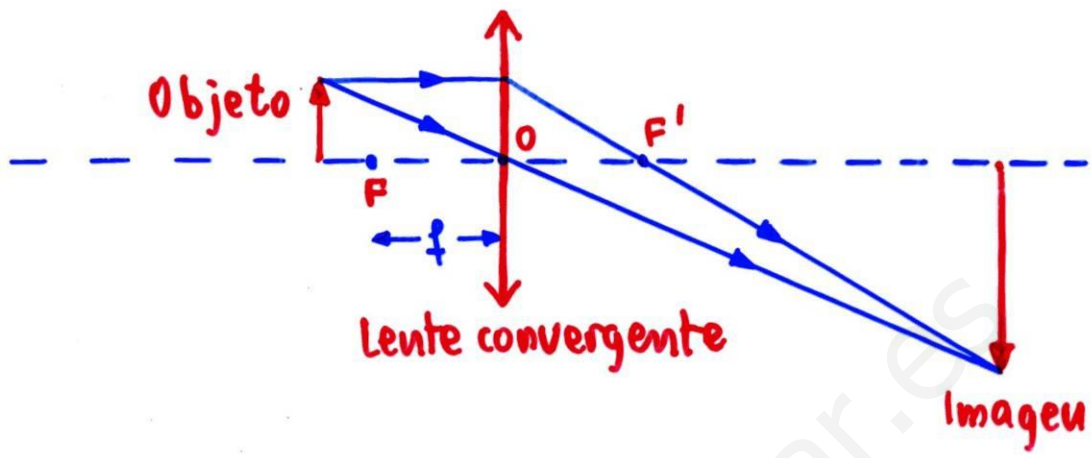
La imagen obtenida es real, menor que el objeto e invertida.

a.2) Objeto situado en $2f$:



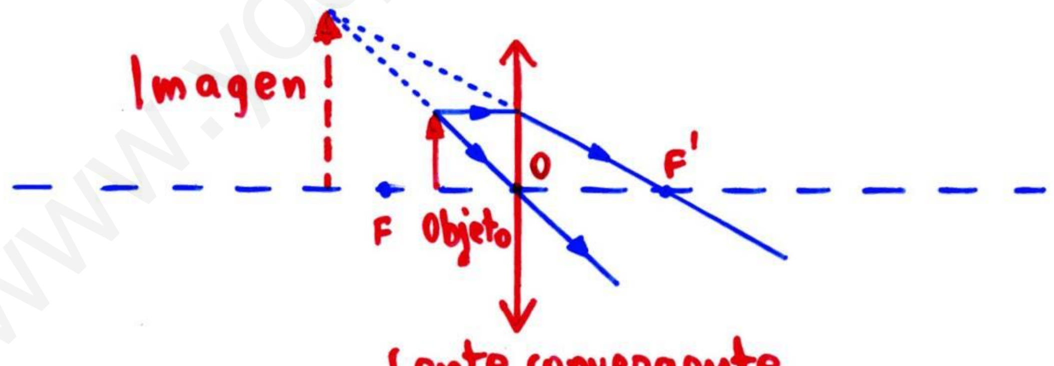
La imagen obtenida es real, igual que el objeto e invertida.

a.3) Objeto situado entre 2f y f:



La imagen obtenida es real, mayor que el objeto e invertida.

b) Para obtener una imagen virtual y derecha de un objeto mediante una lente convergente el objeto ha de situarse entre el foco objeto y el centro óptico de la lente:



La imagen obtenida es virtual, mayor que el objeto y derecha.

Un objeto de 5 cm de altura se encuentra a una distancia *s* de una lente convergente. La lente forma una imagen real e invertida del objeto. El tamaño de la imagen es de 10 cm. La distancia focal de la lente es 10 cm.

a) Determine la distancia a la que se encuentra el objeto de la lente.

b) Realice el diagrama de rayos del sistema.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 2014)

SOLUCIÓN.-

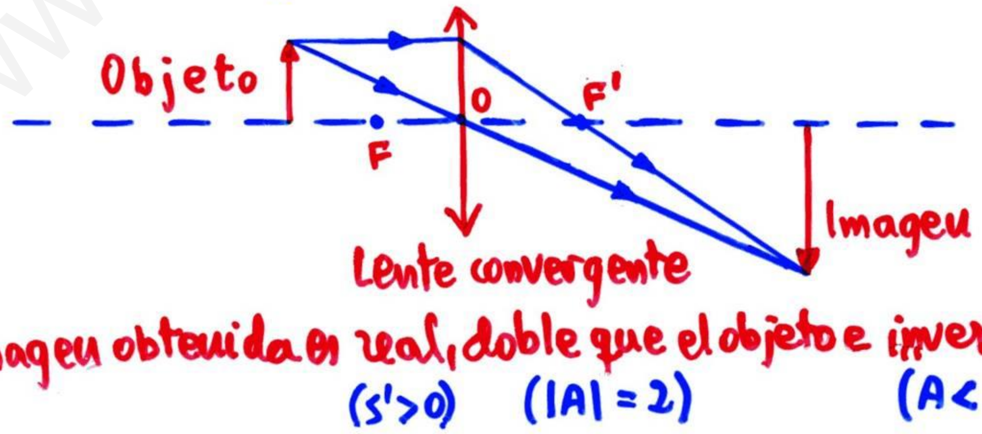
Utilizando las ecuaciones de las distancias (Gauss) y del aumento lateral en lentes delgadas, y respetando el criterio de signos, planteamos este sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{s} \\ A = \dfrac{y'}{y} = \dfrac{s'}{s} \end{cases} ; \quad \begin{cases} \dfrac{1}{0{,}10} = \dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{s} \\ \dfrac{-0{,}10}{0{,}05} = \dfrac{s'}{s} = A \end{cases}$$

La solución es:

- Distancia objeto: $s = -0{,}15$ m
- Distancia imagen: $s' = +0{,}30$ m
- Aumento lateral: $A = -2$
- Construcción geométrica:

RESULTADO



La imagen obtenida es real, doble que el objeto e invertida.
$(s' > 0)$ $(|A| = 2)$ $(A < 0)$

La lente de un proyector tiene una distancia focal de 0,5 cm. Se sitúa a una distancia de 0,51 cm de de la lente un objeto de 5 cm de altura. Calcule:

a) La distancia a la que hay que situar la pantalla para observar nítida la imagen del objeto.

b) El tamaño mínimo de la pantalla para que se proyecte entera la imagen del objeto.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, junio 2013)

SOLUCIÓN:-

Al proyectarse sobre una pantalla la imagen es real. Ello justifica que la lente del proyector es convergente.

Con la fórmula de Gauss de las lentes delgadas hallamos la distancia imagen -dónde hay que situar la pantalla-:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \; ; \; \frac{1}{s'} - \frac{1}{-0{,}51\,cm} = \frac{1}{+0{,}5\,cm}$$

$$\boxed{s' = +25{,}5\,cm = +0{,}255\,m \quad : \quad \text{RESULTADO}}$$

Empleando ahora la fórmula del aumento lateral de la lente, calculamos el tamaño de la imagen -tamaño mínimo de la pantalla-:

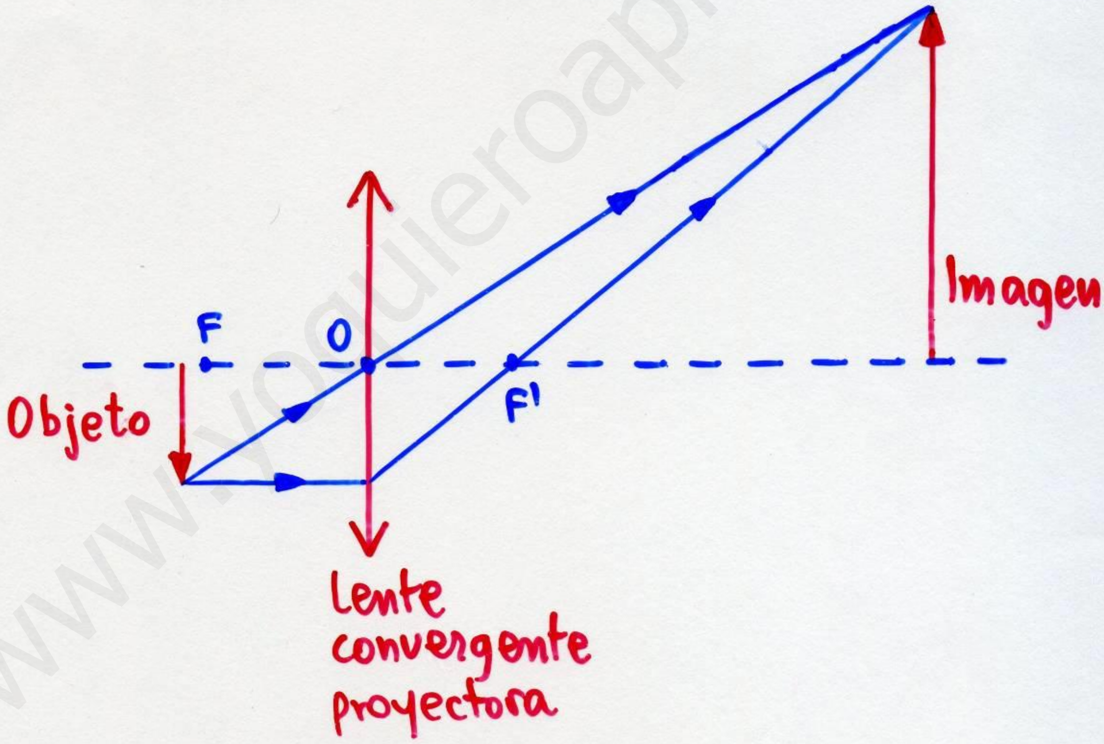
$$A = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \; ; \; y' = y\frac{s'}{s} = -5\,cm \cdot \frac{+25{,}5\,cm}{-0{,}51\,cm}$$

$$\boxed{y' = +250\,cm = +2{,}50\,m \quad : \quad \text{RESULTADO}}$$

Hemos respetado el criterio de signos.

Dado que la imagen obtenida con el proyector es real, mayor - cincuenta veces - e invertida hay que colocar, previamente, el objeto "boca abajo" - de ahí que hayamos tomado: $y = -5$ cm < 0, si, como es natural, queremos obtener una imagen "boca arriba".

La construcción geométrica de la imagen es:



Un objeto de 2 cm de altura se coloca 3 cm delante de una lente convergente cuya distancia focal es 12 cm.

a) Dibuje el diagrama de rayos e indique si la imagen es real o virtual.

b) Determine la altura de la imagen.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 2014)

SOLUCIÓN.-

Con las ecuaciones de las distancias (Gauss) y del aumento lateral, y respetando el criterio de signos, planteamos el sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{s} = \dfrac{1}{f'} \\ A = \dfrac{y'}{y} = \dfrac{s'}{s} \end{cases} ; \quad \begin{cases} \dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{-0{,}03} = \dfrac{1}{0{,}12} \\ A = \dfrac{y'}{0{,}02} = \dfrac{s'}{-0{,}03} \end{cases} \quad (S1)$$

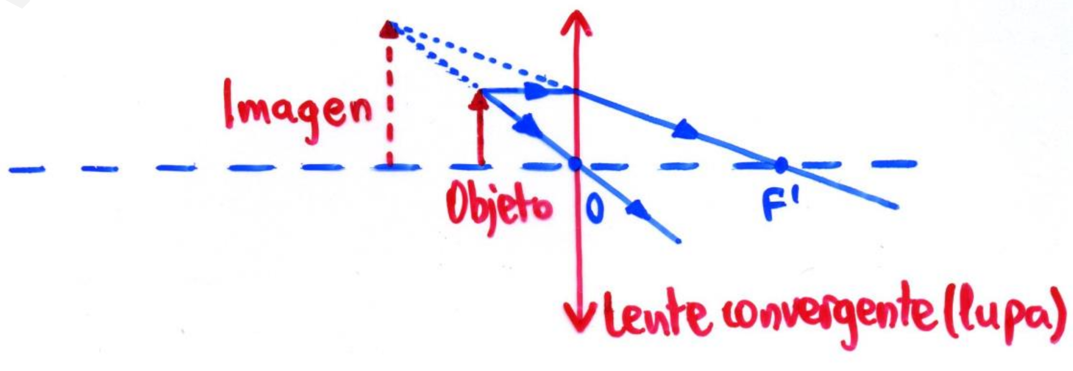
La solución es:

$s' = -0{,}04\,m$; $y' = 0{,}027\,m$; $A = 1{,}33$

Imagen virtual ($s' < 0$), mayor ($|A| > 1$) y derecha ($A > 0$)

RESULTADO

La construcción geométrica de la imagen es:



Se quiere obtener una imagen derecha y virtual, de 25 cm de altura, de un objeto de 10 cm de altura, que se sitúa a una distancia de 1 m de una lente delgada.

a) Calcule la potencia, en dioptrías, de la lente que habría que usar, así como el tipo de lente.

b) Realice el diagrama de rayos correspondiente.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 2013)

SOLUCIÓN.-

La lente ha de ser convergente, y el objeto ha de estar entre el foco objeto y el centro óptico.

Utilizando las ecuaciones de las distancias (Gauss) y del aumento lateral en lentes delgadas, y respetando el criterio de signos, planteamos este sistema:

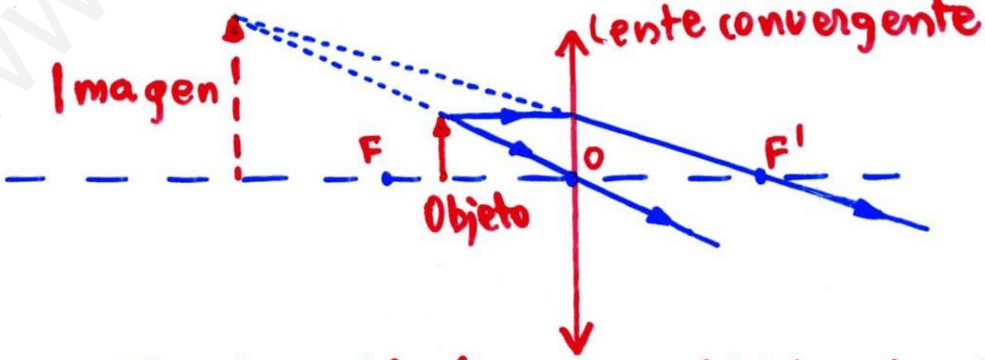
$$\begin{cases} P = \dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{s} \\ A = \dfrac{y'}{y} = \dfrac{s'}{s} \end{cases} ; \quad \begin{cases} P = \dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{-1} \\ A = \dfrac{0,25}{0,10} = \dfrac{s'}{-1} \end{cases}$$

La solución es:

- Potencia de la lente: $P = 0,6$ dioptrías ($P > 0$: lente convergente)
- Distancia imagen: $s' = -2,5$ m
- Aumento lateral: $A = +2,5$

RESULTADO

- Construcción geométrica



La imagen obtenida es virtual, mayor que el objeto y derecha.
($s' < 0$) ($|A| > 1$) ($A > 0$)

FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

Utilizando una lente delgada de 10 dioptrías de potencia se obtiene una imagen virtual y derecha de doble tamaño que un objeto.

a) Determine las posiciones del objeto y de la imagen respecto de la lente.

b) Realice la construcción gráfica de la imagen.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, modelo 2015)

SOLUCIÓN:-

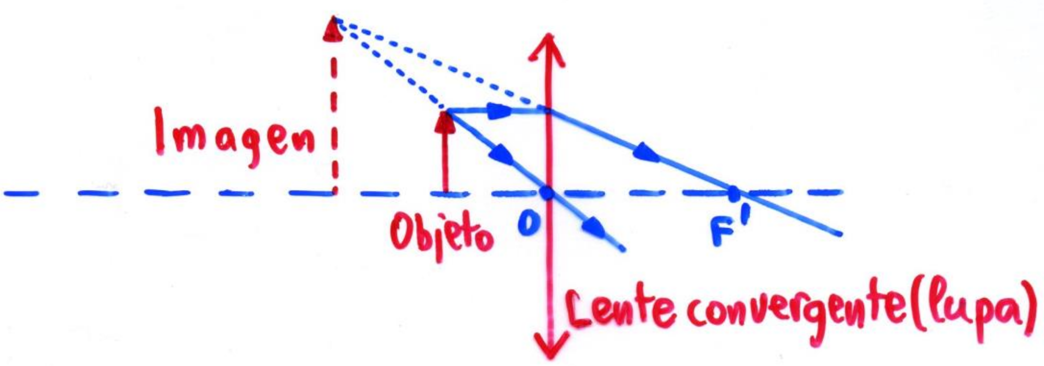
Al obtenerse una imagen virtual, mayor y derecha estamos empleando una lente convergente. El objeto está más cerca de la lente que su foco objeto, y la lente convergente funciona como una lupa.

Con las ecuaciones de las distancias (Gauss) y del aumento lateral, y respetando el criterio de signos, planteamos el sistema:

$$\begin{cases} \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} = P \\ A = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \end{cases} ; \begin{cases} \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = 10 \\ 2 = \frac{s'}{s} \end{cases} ; \text{ la solución es:}$$

$$\boxed{s = -0{,}05\,m \; ; \; s' = -0{,}10\,m \; : \; \text{RESULTADO}}$$

La construcción geométrica de la imagen es:



FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

Utilizando una lente convergente delgada que posee una distancia focal de 15 cm, se quiere obtener una imagen de tamaño doble que el objeto. Calcule a qué distancia ha de colocarse el objeto respecto de la lente para que la imagen sea:

a) Real e invertida.

b) Virtual y derecha.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, modelo 2014)

SOLUCIÓN:-

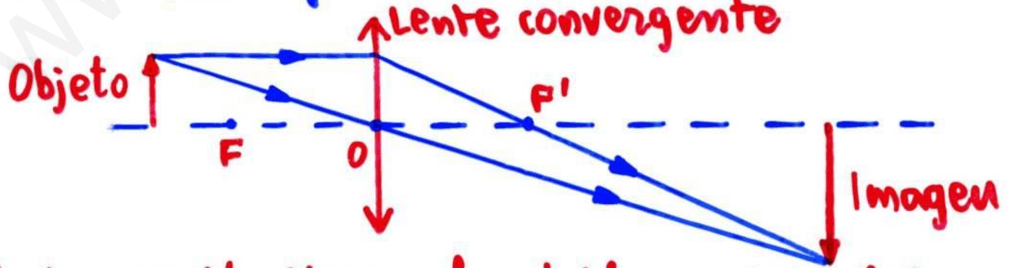
a) Para obtener con la lente convergente una imagen real, doble e invertida el objeto ha de estar entre 2f y f, siendo f la distancia focal objeto.

Utilizando las ecuaciones de las distancias (Gauss) y del aumento lateral en lentes delgadas, y respetando el criterio de signos, planteamos este sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{s_1'} - \dfrac{1}{s_1} \\ A_1 = \dfrac{y_1'}{y} = \dfrac{s_1'}{s_1} \end{cases} ; \quad \begin{cases} \dfrac{1}{0{,}15} = \dfrac{1}{s_1'} - \dfrac{1}{s_1} \\ -2 = \dfrac{s_1'}{s_1} \end{cases} \left(\begin{array}{c}\text{Imagen invertida} \\ A<0\end{array}\right)$$

La solución es:

- Distancia objeto: $s_1 = -0{,}225\,m$
- Distancia imagen: $s_1' = 0{,}45\,m$ **RESULTADO**
- Construcción geométrica:



La imagen obtenida es real, doble e invertida.
$(s_1' > 0)$ $(|A| = 2)$ $(A < 0)$

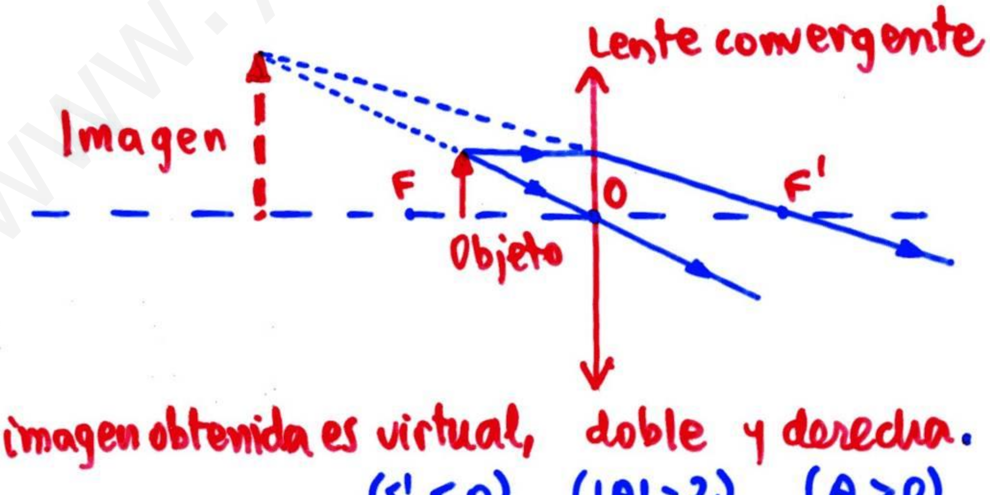
b) Para obtener con la lente convergente una imagen virtual, doble y derecha el objeto ha de encontrarse ahora entre el foco objeto y el centro óptico.

Utilizando de nuevo las ecuaciones de las distancias (Gauss) y del aumento lateral en lentes delgadas, y respetando el criterio de signos, planteamos ahora este otro sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{0{,}15} = \dfrac{1}{s_2'} - \dfrac{1}{s_2} \\ +2 = \dfrac{s_2'}{s_2} \end{cases}$$

La solución es:

- Distancia objeto: $s_2 = -0{,}075\,m$
- Distancia imagen: $s_2' = -0{,}15\,m$ RESULTADO
- Construcción geométrica:



La imagen obtenida es virtual, doble y derecha.
($s_2' < 0$) ($|A| = 2$) ($A > 0$)

Una lente delgada convergente de 10 cm de distancia focal se utiliza para obtener una imagen de tamaño doble que el objeto. Determine a qué distancia se encuentran el objeto y su imagen de la lente si:

a) la imagen es derecha;

b) la imagen es invertida.

Realice en cada caso el diagrama de rayos.

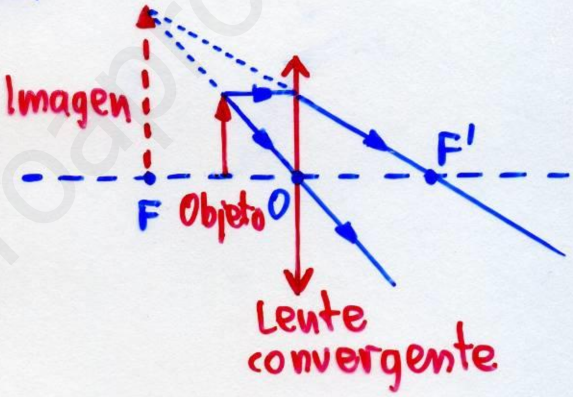
(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 2012)

SOLUCIÓN:-

a) Imagen doble, derecha ($A_1 = 2$) y virtual:

Con las ecuaciones de Gauss y del aumento lateral, queda:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{s_1'} - \dfrac{1}{s_1} = \dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{0{,}10} \\ A_1 = \dfrac{s_1'}{s_1} = 2 \end{cases}$$



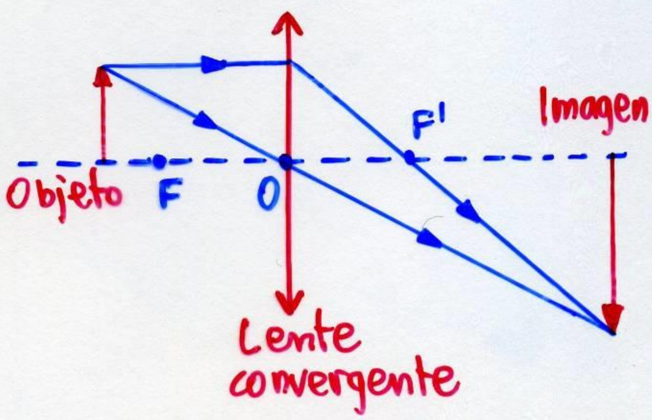
$s_1 = -0{,}05\,m$; $s_1' = -0{,}10\,m$

RESULTADO

b) Imagen doble, invertida ($A_2 = -2$) y real:

Ahora el sistema es:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{s_2'} - \dfrac{1}{s_2} = \dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{0{,}10} \\ A_2 = \dfrac{s_2'}{s_2} = -2 \end{cases}$$



$s_2 = -0{,}15\,m$; $s_2' = 0{,}30\,m$

RESULTADO

FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

Una lente divergente forma una imagen virtual y derecha de un objeto situado 10 cm delante de ella. Si el aumento lateral es 0,4:

a) Efectúe el diagrama de rayos correspondiente.

b) Determine la distancia focal de la lente.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 2014 -Materias coincidentes-)

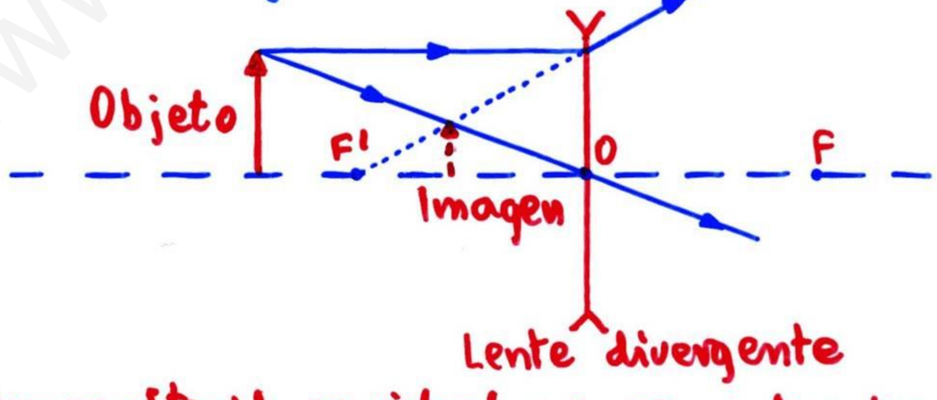
SOLUCIÓN.-

Utilizando las ecuaciones de las distancias (Gauss) y del aumento lateral en lentes delgadas, y respetando el criterio de signos, planteamos este sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{s} \\ A = \dfrac{y'}{y} = \dfrac{s'}{s} \end{cases} \; ; \; \begin{cases} \dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{-0{,}10} \\ 0{,}4 = \dfrac{s'}{-0{,}10} \end{cases}$$

La solución es:

- Distancia focal imagen de la lente:
  $f' = -6{,}67 \times 10^{-2}$ m ($f' < 0$: lente divergente)
- Distancia imagen: $s' = -0{,}04$ m
- Construcción geométrica:



La imagen obtenida es virtual, menor y derecha.
($s'<0$) ($|A|<1$) ($A>0$)

RESULTADO

Cierta lente delgada, de distancia focal: 6 cm, genera, de un objeto real, una imagen derecha y menor, de 1 cm de altura y situada 4 cm a la izquierda del centro óptico. Determine:

a) La posición y el tamaño del objeto.

b) El tipo de lente (convergente / divergente) y realice su diagrama de rayos.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 2015)

SOLUCIÓN.-

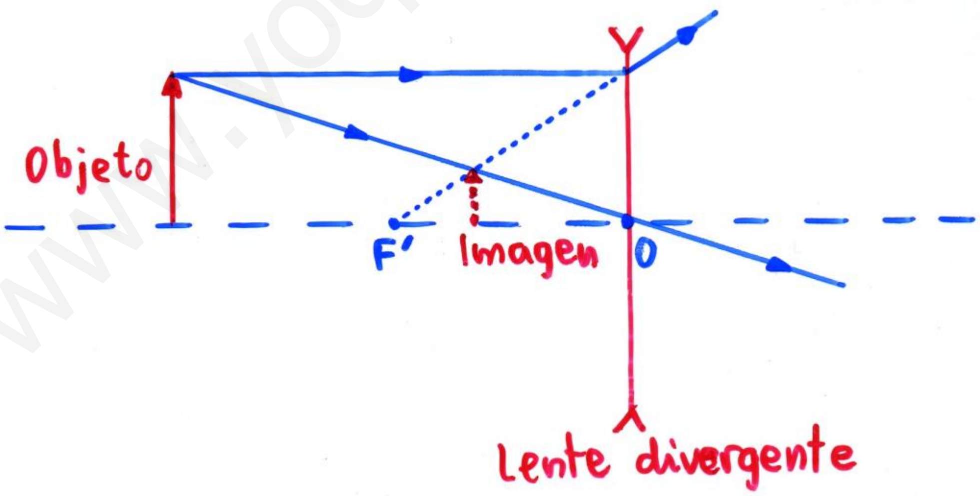
Para que la imagen obtenida sea derecha y menor con relación al objeto la lente ha de ser divergente.

RESULTADO

Una lente convergente produciría:

- una imagen invertida y real ; o
- una imagen derecha y virtual, pero mayor que el objeto (cuando actúa como lupa).

La construcción geométrica de la imagen es:



La imagen es virtual, derecha y menor.

Con las ecuaciones de las distancias (Gauss) y del aumento lateral, y respetando el criterio de signos (las lentes divergentes tienen distancia focal imagen negativa) planteamos el sistema:

$$\begin{cases} \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \\ A = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \end{cases} ; \quad \begin{cases} \frac{1}{-0{,}04} - \frac{1}{s} = \frac{1}{-0{,}06} \\ A = \frac{0{,}01}{y} = \frac{-0{,}04}{s} \end{cases} \quad (S1)$$

La solución es:

$$\boxed{s = -0{,}12\ m \ ; \ y = 0{,}03\ m \ ; \ A = 0{,}33 \ : \ \text{RESULTADO}}$$

Un espejo esférico, cóncavo, ha de formar una imagen invertida de un objeto en forma de flecha, sobre una pantalla situada a una distancia de 420 cm delante del espejo. El objeto mide 5 mm y la imagen ha de tener una altura de 30 cm. Determinar:

a) A qué distancia del espejo debe colocarse el objeto.

b) El radio de curvatura del espejo.

Efectuar la construcción geométrica de la citada imagen.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 1996)

SOLUCIÓN:

Con la expresión del aumento de los espejos esféricos obtenemos la distancia objeto:

$$\frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}; \text{ con el criterio de signos: } \frac{-0{,}300}{0{,}005} = -\frac{-4{,}200}{s}$$

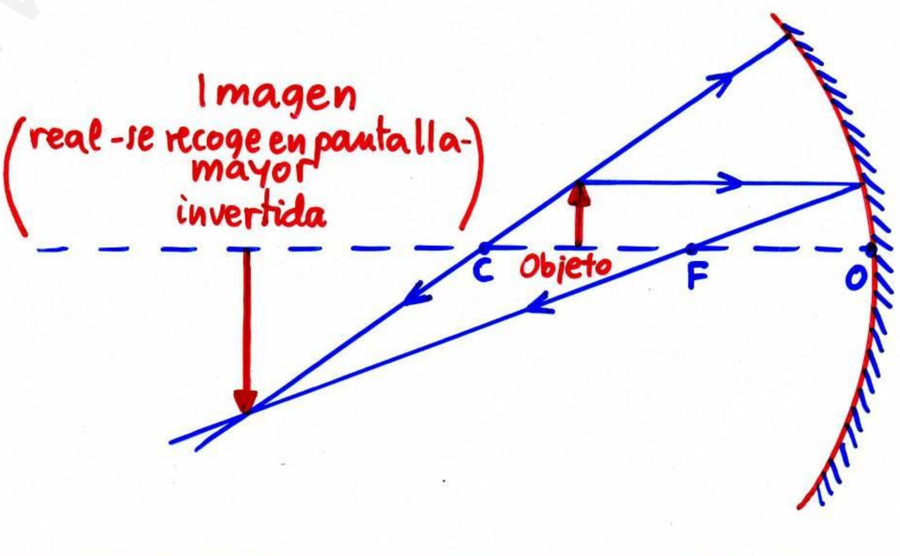
$$\boxed{s = -0{,}070 \text{ m} : \text{RESULTADO}}$$

El radio de curvatura lo encontramos aplicando la fórmula de Descartes:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{r}; \quad \frac{1}{-0{,}070} + \frac{1}{-4{,}200} = \frac{2}{r}; \text{ de donde:}$$

$$\boxed{r = -0{,}138 \text{ m} : \text{RESULTADO}}$$

Construcción de la imagen:



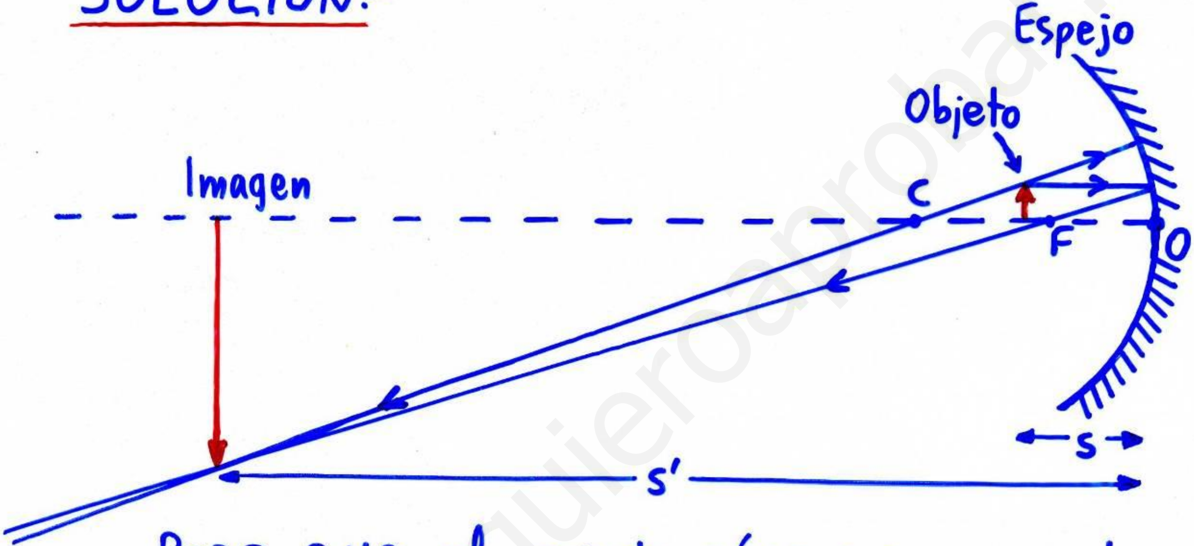
Por medio de un espejo cóncavo se quiere proyectar la imagen de un objeto de tamaño 1 cm sobre una pantalla plana, de modo que la imagen sea invertida y de tamaño 3 cm. Sabiendo que la pantalla ha de estar colocada a 2 m del objeto, calcule:

a) las distancias del objeto y de la imagen al espejo, efectuando su construcción geométrica;

b) el radio del espejo y la distancia focal.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 2003)

SOLUCIÓN.-



Para que el espejo cóncavo proyecte una imagen real -se recoge en una pantalla-, mayor e invertida el objeto ha de situarse entre el centro de curvatura y el foco del espejo como muestra la construcción geométrica indicada arriba.

La ecuación del aumento del espejo nos dice:

$$A = \frac{y'}{y} = -3 = -\frac{s'}{s}$$

Por otra parte, de la figura vemos:

$$s' = s + (-2)$$

El sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} -3 = -\dfrac{s'}{s} \\ s' = s - 2 \end{cases}$$

nos da las soluciones:

$$\boxed{s = -1\,m \; ; \; s' = -3\,m \quad : \text{RESULTADO}}$$

Por otro lado, recordando la ecuación de Descartes de los espejos esféricos encontramos su distancia focal y su radio de curvatura:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} = \frac{2}{r}$$

$$\frac{1}{-1} + \frac{1}{-3} = \frac{1}{f} = \frac{2}{r} \quad ;$$

de donde:

distancia focal: $f = -0{,}75$ m
radio de curvatura: $r = -1{,}50$ m

RESULTADOS

Un espejo cóncavo produce una imagen real de un objeto situado a 15 cm del mismo, siendo la imagen dos veces mayor que el objeto.

a) ¿A qué distancia del espejo se formará la imagen si la distancia del objeto al espejo se reduce a la mitad?.

b) Obtenga la imagen mediante trazado de rayos en ambas situaciones.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 2010 -Materias coincidentes-)

SOLUCIÓN.-

• **Primer caso.-** $s_1 = -0{,}15\,m$; imagen real, doble e invertida.

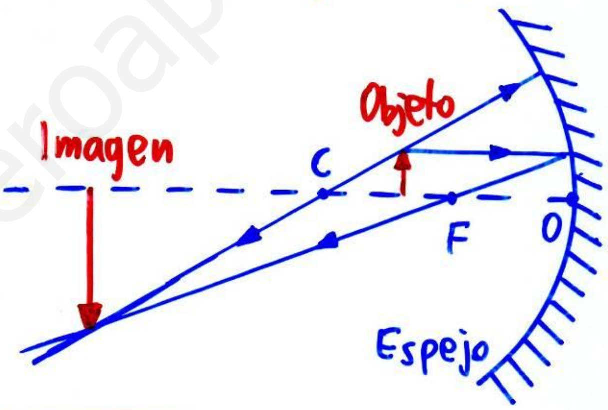
Con las fórmulas de Descartes -distancias- y del aumento lateral tenemos:

$$\begin{cases} A_1 = -2 = -\dfrac{s_1'}{s_1} = -\dfrac{s_1'}{-0{,}15} \\ \dfrac{1}{s_1} + \dfrac{1}{s_1'} = \dfrac{1}{-0{,}15} + \dfrac{1}{s_1'} = \dfrac{1}{f} \end{cases}$$

Solución de este sistema:

$s_1' = -0{,}30\,m$; $f = -0{,}10\,m$

Construcción geométrica:



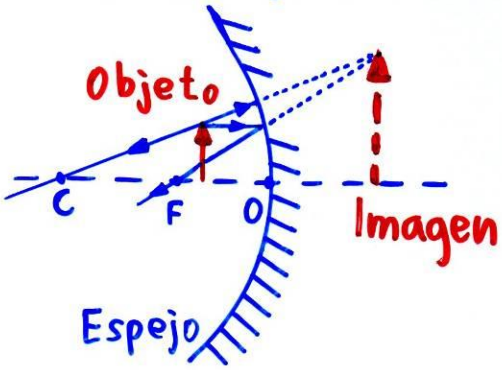
• **Segundo caso.-** $s_2 = -0{,}075\,m$

Ahora el sistema es:

$$\begin{cases} A_2 = -\dfrac{s_2'}{s_2} = -\dfrac{s_2'}{-0{,}075} \\ \dfrac{1}{s_2} + \dfrac{1}{s_2'} = \dfrac{1}{-0{,}075} + \dfrac{1}{s_2'} = \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{-0{,}10} \end{cases}$$

La solución es:

Construcción geométrica:



$s_2' = 0{,}30\,m$; $A_2 = 4$

Imagen virtual, cuádruple y derecha : RESULTADO

$(s_2' > 0)$ $(|A_2| = 4)$ $(A_2 > 0)$

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

Se tiene un espejo cóncavo de 20 cm de distancia focal.

a) ¿Dónde se debe situar un objeto para que su imagen sea real y doble que el objeto?.

b) ¿Dónde se debe situar el objeto para que la imagen sea doble que el objeto pero tenga carácter virtual?.

Efectúe la construcción geométrica en ambos casos.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 2006)

Solución.-

a) Imagen real y doble.-

Las imágenes reales proporcionadas por los espejos cóncavos son invertidas.

Con las fórmulas de los espejos esféricos (de Descartes -para las distancias- y del aumento lateral) y el criterio de signos, tenemos:

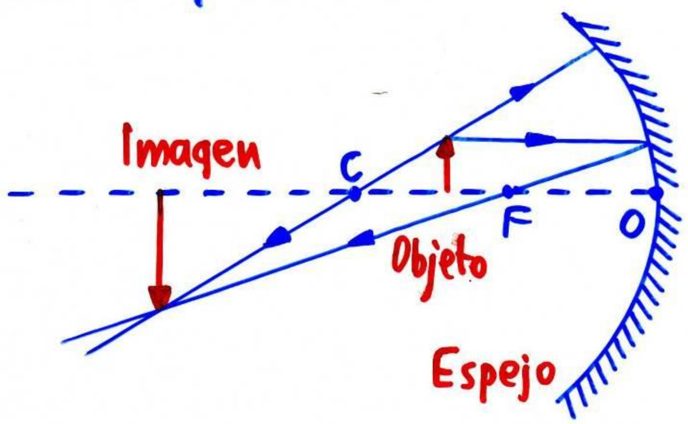
$$\begin{cases} \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} = \frac{1}{-0,2} \\ A = -\frac{s'}{s} = -2 \end{cases}$$

La solución a este sistema es:

$\boxed{s = -0,3\,m \text{ : RESULTADO}}$

$s' = -0,6\,m$

Construcción geométrica.-



b) Imagen virtual y doble:

Cuando los espejos cóncavos proporcionan imágenes virtuales éstas son derechas.

Planteando de nuevo el sistema con las ecuaciones de Descartes y del aumento lateral, tenemos ahora:

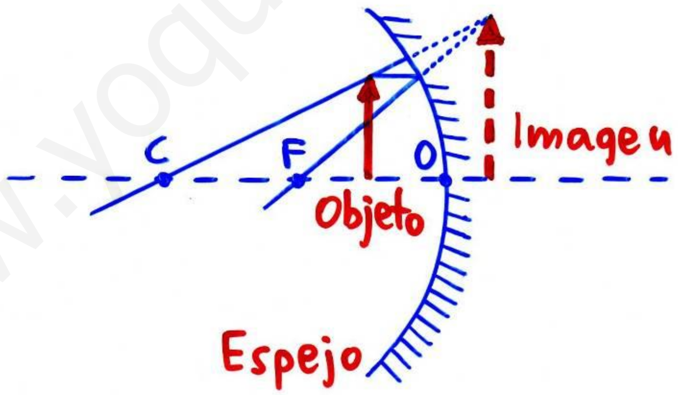
$$\begin{cases} \dfrac{1}{s} + \dfrac{1}{s'} = \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{-0,2} \\ A = -\dfrac{s'}{s} = 2 \end{cases}$$

La solución es:

$\boxed{s = -0,1\,m : \text{RESULTADO}}$

$s' = 0,2\,m$.

Construcción geométrica:



Un espejo esférico cóncavo tiene un radio de 10 cm.

a) Determine la posición y el tamaño de la imagen de un objeto de 5 cm de altura que se encuentra frente al mismo, a la distancia de 15 cm. ¿Cómo es la imagen obtenida?. Efectúe la construcción geométrica de dicha imagen.

b) Un segundo objeto de 1 cm de altura se sitúa delante del espejo, de manera que su imagen es del mismo tipo y tiene el mismo tamaño que la imagen del objeto anterior. Determine la posición que tiene el segundo objeto respecto al espejo.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 2007)

Solución.-

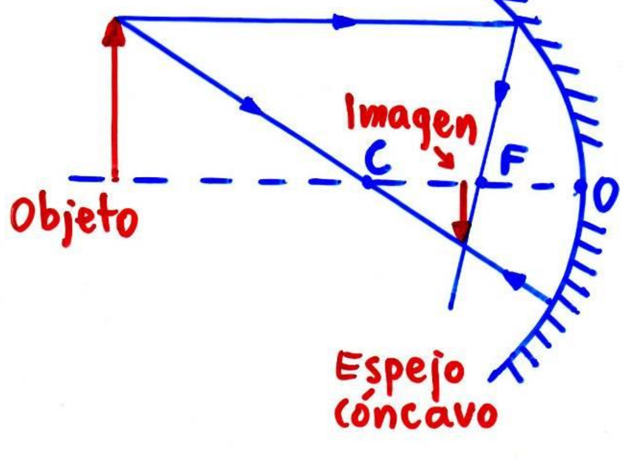
a) Tenemos: $y = 5\,cm$; $s = -15\,cm$; $r = -10\,cm$.

Aplicando las ecuaciones de Descartes y del aumento, tenemos este sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{2}{r} = \dfrac{1}{s} + \dfrac{1}{s'} \\ A = \dfrac{y'}{y} = -\dfrac{s'}{s} \end{cases} ; \begin{cases} \dfrac{2}{-10} = \dfrac{1}{-15} + \dfrac{1}{s'} \\ A = \dfrac{y'}{5} = -\dfrac{s'}{-15} \end{cases}$$

RESULTADO: $s' = -7{,}5\,cm = -7{,}5 \times 10^{-2}\,m$; $y' = -2{,}5\,cm = -2{,}5 \times 10^{-2}\,m$
Imagen real, menor (mitad, $A = -0{,}5$), invertida

Construcción geométrica:



b) Ahora tenemos: $y = 1\,cm$; $y' = -2{,}5\,cm$; $r = -10\,cm$.

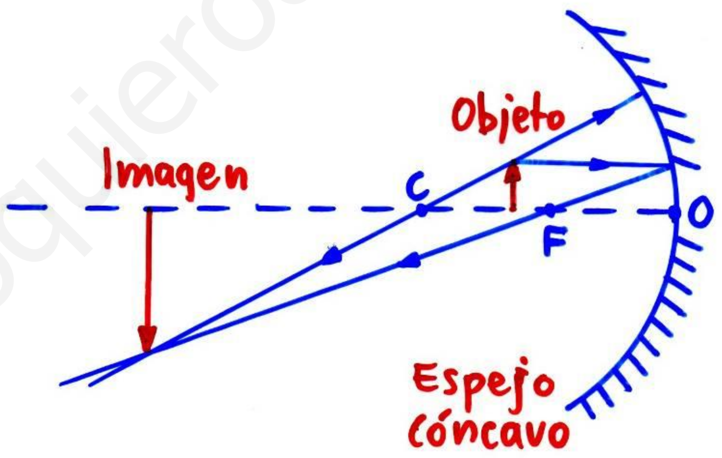
Planteando un sistema de ecuaciones análogo al anterior, queda:

$$\begin{cases} \dfrac{2}{-10} = \dfrac{1}{s} + \dfrac{1}{s'} \\ A = \dfrac{-2{,}5}{1} = -2{,}5 = -\dfrac{s'}{s} \end{cases}$$

RESULTADO: $s = -7\,cm = -7 \times 10^{-2}\,m$; $s' = -17{,}5\,cm = -1{,}75 \times 10^{-1}\,m$

Imagen real, mayor e invertida

Construcción geométrica:



FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO ÓPTICA -GEOMÉTRICA-

Delante de un espejo cóncavo de 1 m de radio y a una distancia de 0,75 m se coloca un objeto luminoso de tamaño 10 cm.

a) Determine la posición, la naturaleza y el tamaño de la imagen formada por el espejo.

b) Si desde la posición anterior el objeto se acerca 0,5 m hacia el espejo, calcule la posición, la naturaleza y el tamaño de la imagen formada por el espejo en este caso.

Efectúe la construcción geométrica en ambos casos.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, modelo 2006)

SOLUCIÓN.-

a) Espejo cóncavo

Tamaño del objeto: $y = 10\,cm = 0{,}10\,m$

Radio de curvatura: $r = -1\,m$

Distancia objeto: $s = -0{,}75\,m$

Tamaño de la imagen: y'

Distancia imagen: s'

Aplicando las ecuaciones de Descartes y del aumento para espejos esféricos, con el criterio de signos planteamos el siguiente sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{s} + \dfrac{1}{s'} = \dfrac{2}{r} \\[2ex] A = \dfrac{y'}{y} = -\dfrac{s'}{s} \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} \dfrac{1}{-0{,}75} + \dfrac{1}{s'} = \dfrac{2}{-1} = -2 \\[2ex] \dfrac{y'}{0{,}10} = -\dfrac{s'}{-0{,}75} \end{cases}$$

cuya solución es:

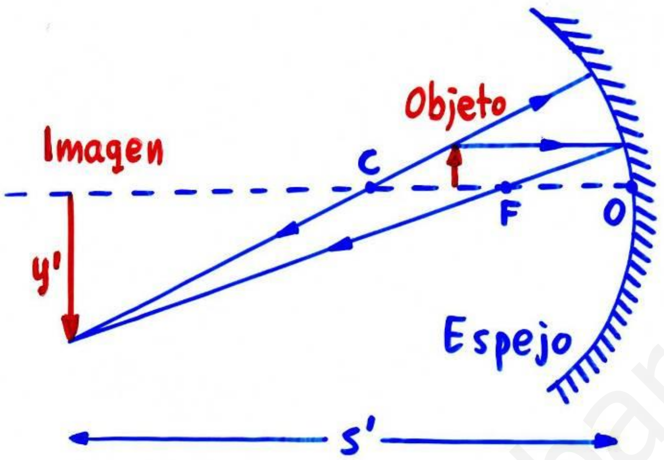
posición de la imagen: $s' = -1{,}50\,m$

tamaño de la imagen: $y' = -0{,}20\,m$

imagen real ($s' < 0$, delante del espejo), mayor ($|y'| > y$) e invertida ($y' < 0$)

RESULTADO

La construcción geométrica de la imagen correspondiente a este caso es:



b) Espejo cóncavo

Tamaño del objeto: $y = 0{,}10\ m$
Radio de curvatura: $r = -1\ m$
Distancia objeto: $s = -0{,}25\ m\ (= -[0{,}75 - 0{,}50])$
Tamaño de la imagen: y'
Distancia imagen: s'

El sistema de ecuaciones es ahora:

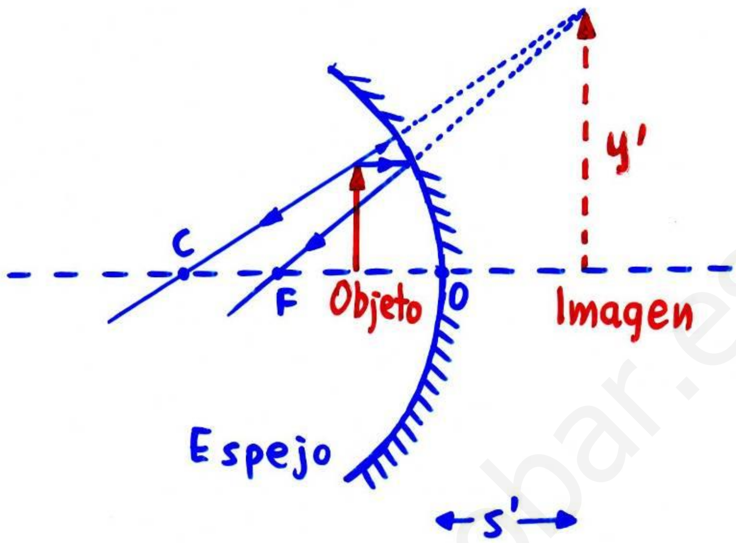
$$\begin{cases} \dfrac{1}{s} + \dfrac{1}{s'} = \dfrac{2}{r} \\ A = \dfrac{y'}{y} = -\dfrac{s'}{s} \end{cases} ; \quad \begin{cases} \dfrac{1}{-0{,}25} + \dfrac{1}{s'} = \dfrac{2}{-1} = -2 \\ \dfrac{y'}{0{,}10} = -\dfrac{s'}{-0{,}25} \end{cases}$$

cuya solución es:

posición de la imagen: $s' = 0{,}50\ m$
tamaño de la imagen: $y' = 0{,}20\ m$
imagen virtual ($s' > 0$, detrás del espejo), mayor ($y' > y$) y derecha ($y' > 0$)

RESULTADO

Ahora la construcción geométrica de la imagen es la siguiente:



Un objeto de tamaño: 15 cm se encuentra situado a 20 cm de un espejo cóncavo de distancia focal: 30 cm.

a) Calcule la posición y el tamaño de la imagen formada.

b) Efectúe la construcción gráfica correspondiente e indique cuál es la naturaleza de esta imagen.

Si el espejo considerado fuese convexo en lugar de cóncavo y del mismo radio:

c) ¿Cuál sería la posición y el tamaño de la imagen formada?.

d) Efectúe la resolución gráfica en este último caso, indicando la naturaleza de la imagen formada.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 2010 -Fase General-)

SOLUCIÓN.-

En los dos casos planteamos el sistema integrado por las ecuaciones de las distancias (Descartes) y del aumento lateral, sin olvidar el criterio de signos:

1) Espejo cóncavo $(f = -30\,cm = -0{,}30\,m)$.-

$$\begin{cases} \dfrac{1}{s} + \dfrac{1}{s'} = \dfrac{1}{f} \\ A = \dfrac{y'}{y} = -\dfrac{s'}{s} \end{cases} ; \quad \begin{cases} \dfrac{1}{-0{,}20} + \dfrac{1}{s'} = \dfrac{1}{-0{,}30} \\ \dfrac{y'}{0{,}15} = -\dfrac{s'}{-0{,}20} \end{cases}$$

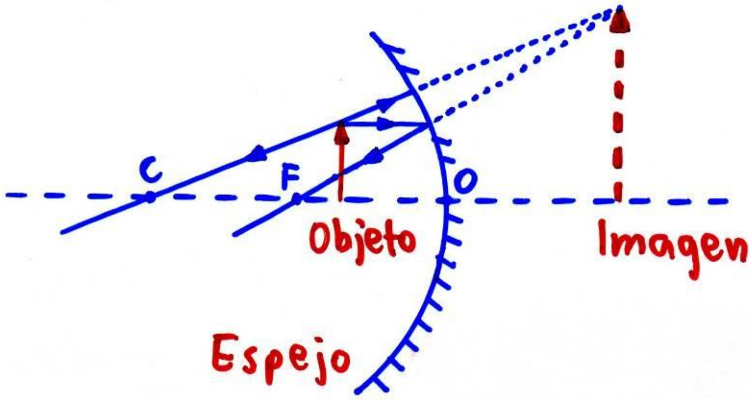
cuya solución es:

$s' = 0{,}60\,m$; $y' = 0{,}45\,m$; $A = +3$

Imagen virtual $(s' > 0)$, mayor (triple) y derecha $(y' > 0 ; A > 0)$.

RESULTADO

Construcción geométrica:



2) Espejo convexo ($f = +30\,cm = +0{,}30\,m$).-

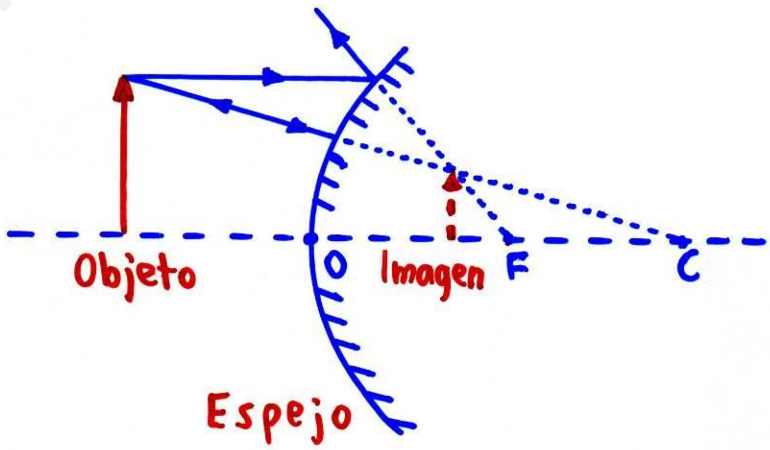
$$\begin{cases} \dfrac{1}{-0{,}20} + \dfrac{1}{s'} = \dfrac{1}{0{,}30} \\ \dfrac{y'}{0{,}15} = -\dfrac{s'}{-0{,}20} \end{cases}$$

cuya solución es:

$s' = 0{,}12\,m$; $y' = 0{,}09\,m$; $A = 0{,}6$
Imagen virtual ($s' > 0$), menor ($|A| < 1$) y derecha ($y' > 0$; $A > 0$).

RESULTADO

Construcción geométrica:



FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

Un espejo esférico convexo proporciona una imagen virtual de un objeto que se aproxima a él con velocidad constante. El tamaño de dicha imagen es 1/10 del tamaño del objeto cuando éste se encuentra a 8 cm del espejo.

a) ¿A qué distancia del espejo se forma la correspondiente imagen virtual?;

b) ¿cuál es el radio de curvatura del espejo?.

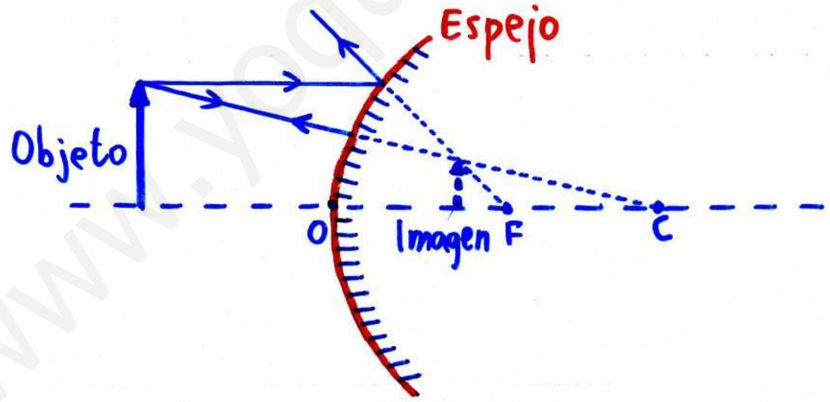
c) Un segundo después, el tamaño de la imagen formada por el espejo es 1/5 del tamaño del objeto. ¿A qué distancia del espejo se encuentra ahora el objeto?;

d) ¿cuál es la velocidad del objeto?.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, modelo 2004)

SOLUCIÓN.-

Los espejos convexos dan imágenes virtuales, menores y derechas, según esta construcción geométrica de los rayos luminosos:



Primera parte.- Objeto situado en: $s_1 = -8\,cm = -0{,}08\,m$

Con la expresión del aumento producido por el espejo, encontramos:

$$A_1 = -\frac{s_1'}{s_1}\,;\quad \boxed{s_1' = -A_1 s_1 = -\frac{1}{10}(-8\times10^{-2}) = 8\times10^{-3}\,m : \text{RESULTADO}}$$

La fórmula de Descartes permite hallar el radio de curvatura del espejo:

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s'_1} = \frac{2}{r} \; ; \; \frac{1}{-8\times10^{-2}} + \frac{1}{8\times10^{-3}} = \frac{2}{r} \; ;$$

despejando tenemos:

$$\boxed{r = 1{,}78\times10^{-2}\,\text{m} \; : \text{RESULTADO}}$$

Segunda parte.- Un segundo después:

Con las fórmulas del aumento y de Descartes planteamos ahora este sistema:

$$\begin{cases} A_2 = \dfrac{1}{5} = -\dfrac{s'_2}{s_2} \\[2ex] \dfrac{1}{s_2} + \dfrac{1}{s'_2} = \dfrac{2}{r} = \dfrac{2}{1{,}78\times10^{-2}} \end{cases}$$

cuyas soluciones son:

$$\boxed{s_2 = -3{,}56\times10^{-2}\,\text{m} \; : \text{RESULTADO}} \; ; \; s'_2 = 7{,}11\times10^{-3}\,\text{m} \; .$$

Por último, a partir de s_1 y s_2 comprobamos que la velocidad con que se desplaza el objeto es:

$$\boxed{v = \frac{|\Delta s|}{t} = \frac{|s_1| - |s_2|}{t} = \frac{(8\times10^{-2}) - (3{,}56\times10^{-2})}{1} = 4{,}44\times10^{-2}\,\text{ms}^{-1} \quad \text{RESULTADO}}$$

En tres experimentos independientes un haz de luz de frecuencia: $\nu = 10^{15}$ Hz incide desde cada uno de los materiales de la tabla sobre la superficie de separación de éstos con el aire, con un ángulo de incidencia de 20º, produciéndose reflexión y refracción.

Material	Diamante	Cuarzo	Agua
Índice de refracción	2,42	1,46	1,33

a) ¿Depende el ángulo de reflexión del material?. Justifique la respuesta.
b) ¿En qué material la velocidad de propagación de la luz es menor?. Determine en este caso el ángulo de refracción.
c) ¿En qué material la longitud de onda del haz de luz es mayor?. Determine en este caso el ángulo de refracción.
d) Si el ángulo de incidencia es de 30º, ¿se producirá el fenómeno de reflexión total en alguno(s) de los materiales?.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 2010 -Fase General-)

SOLUCIÓN.-

De acuerdo a la Segunda Ley de la Reflexión, los ángulos de incidencia y de reflexión son siempre iguales, por lo que al ser el mismo el ángulo de incidencia en los tres casos: 20º:

El ángulo de reflexión no depende del material.
RESULTADO

El índice de refracción -absoluto- de un medio es inversamente proporcional a la velocidad de propagación de la luz en el mismo:

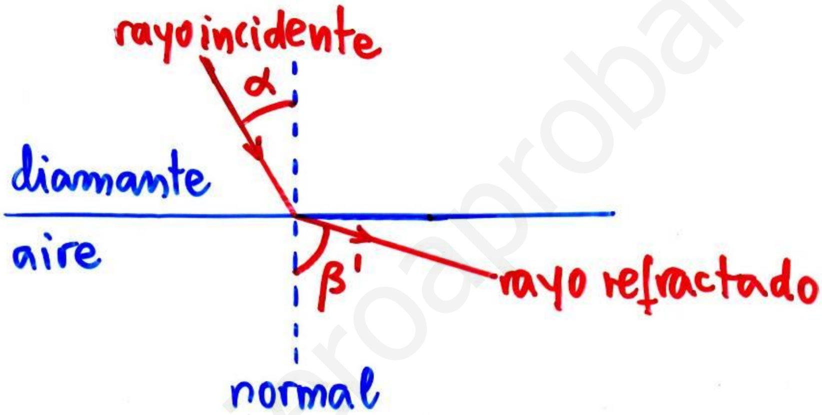
$$n = \frac{c}{v}$$; en consecuencia:

La velocidad de propagación de la luz es menor en el diamante (índice de refracción mayor):

$$v(\text{diamante}) = \frac{c}{n(\text{diamante})} = \frac{3\times10^8}{2{,}42} = 1{,}24\times10^8\ m\cdot s^{-1}.$$

RESULTADO

El esquema gráfico de la refracción diamante-aire es:



Aplicando la Segunda Ley de la Refracción (Snell) obtenemos el ángulo de refracción: β':

$$n_{\text{diamante}}\cdot \text{sen}\,\alpha = n_{\text{aire}}\cdot \text{sen}\,\beta' \quad ; \quad n_{\text{aire}} \simeq 1$$

$\beta' \simeq \text{arc sen}(2{,}42\cdot \text{sen}\,20^\circ) = 55^\circ 51' 43''$: RESULTADO

La longitud de onda es directamente proporcional a la velocidad de propagación de la luz, e inversamente proporcional al índice de refracción del medio:

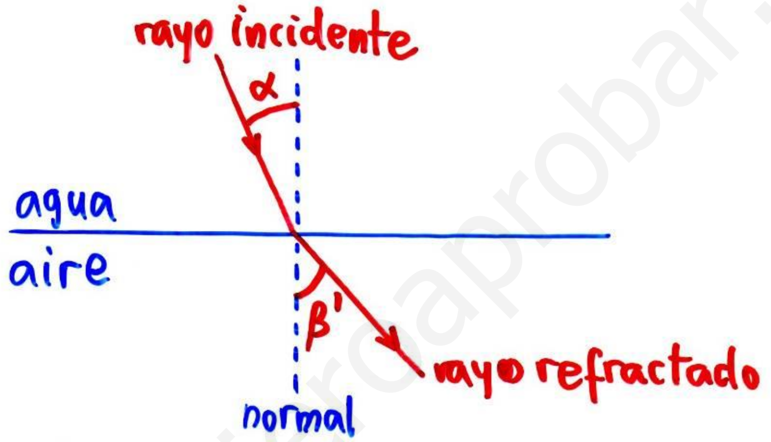
$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{c}{\nu\cdot n} \quad ; \quad \text{por tanto:}$$

La longitud de onda es mayor en el agua (índice de refracción menor):

$$\lambda(\text{agua}) = \frac{c}{\nu \cdot n(\text{agua})} = \frac{3 \times 10^8}{10^{15} \cdot 1{,}33} = 2{,}25 \times 10^{-7}\ \text{m}.$$

RESULTADO

La refracción agua-aire está representada por:



Aplicando de nuevo la Ley de Snell tenemos:

$$n_{agua} \cdot \operatorname{sen}\alpha = n_{aire} \cdot \operatorname{sen}\beta' \quad ; \quad n_{aire} \simeq 1$$

$$\beta' \simeq \operatorname{arc\,sen}(1{,}33 \cdot \operatorname{sen} 20^\circ) = 27^\circ 3' 28'' \ : \text{RESULTADO}$$

Con un nuevo ángulo de incidencia, de 30°, los ángulos de refracción medio-aire serán:

• Diamante:

$$\beta' \simeq \operatorname{arc\,sen}(2{,}42 \cdot \operatorname{sen} 30^\circ) = \operatorname{arc\,sen} 1{,}21.$$

Al ser: $\operatorname{sen}\beta' > 1$ - situación imposible - se produce reflexión total en la superficie de separación diamante-aire.

RESULTADO

• Cuarzo:

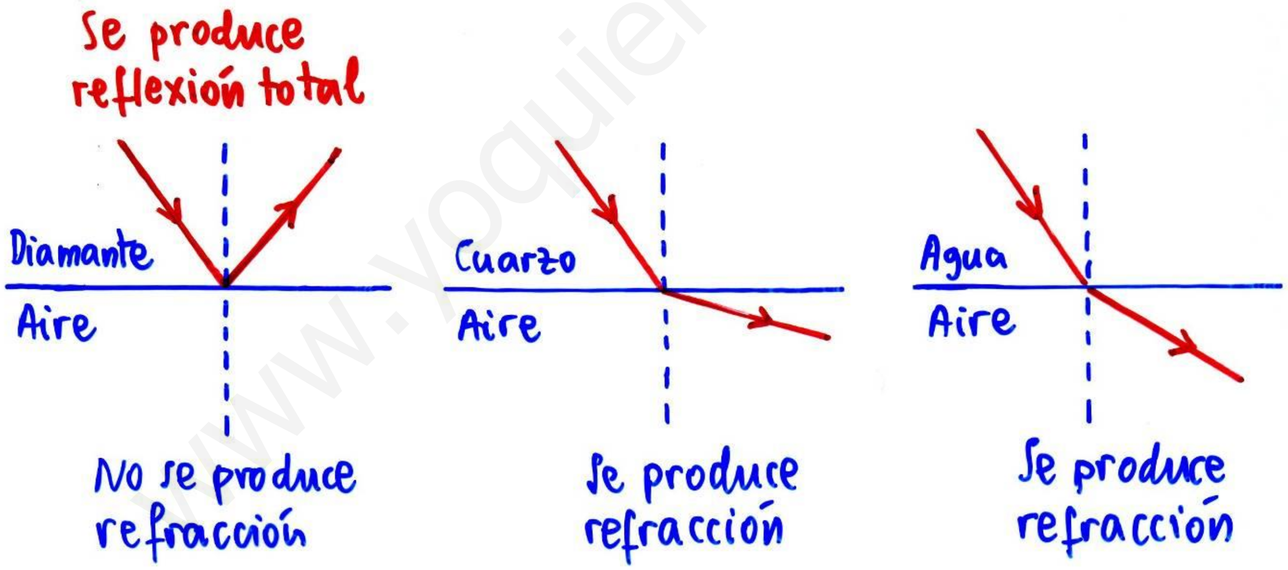
$\beta' \approx \text{arc sen}(1{,}46 \cdot \text{sen}\,30°) = 46°53'11''$

• Agua:

$\beta' \approx \text{arc sen}(1{,}33 \cdot \text{sen}\,30°) = 41°40'56''$

Tanto en el cuarzo como en el agua $\beta' < 90°$, por lo que sí se produce refracción al pasar la luz del medio al aire, y no se produce reflexión total.

RESULTADO



Un rayo de luz roja que se propaga en el aire tiene una longitud de onda de 650 nm. Al incidir sobre la superficie de separación de un medio transparente y penetrar en él la longitud de onda del rayo pasa a ser de 500 nm.

a) Calcule la frecuencia de la luz roja.
b) Calcule el índice de refracción del medio transparente para la luz roja.
c) Si el rayo incide desde el aire con un ángulo de 30º respecto a la normal, ¿cuál será el ángulo de refracción en el medio transparente?.
d) Si el rayo se propagara por el medio transparente en dirección hacia el aire, ¿cuál sería el ángulo de incidencia a partir del cual no se produce refracción?.

Dato: Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^8$ m·s^{-1}.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, septiembre 2009)

SOLUCIÓN:-

La frecuencia de la luz es independiente del medio por el que esta se propaga, no así la velocidad y tampoco la longitud de onda. Admitiendo que la velocidad de la luz en el aire es prácticamente igual que en el vacío, tenemos:

$$\boxed{\nu = \nu_{aire} = \frac{v_{aire}}{\lambda_{aire}} \approx \frac{3\times10^8}{650\times10^{-9}} = 4{,}62\times10^{14}\,s^{-1} : \text{RESULTADO}}$$

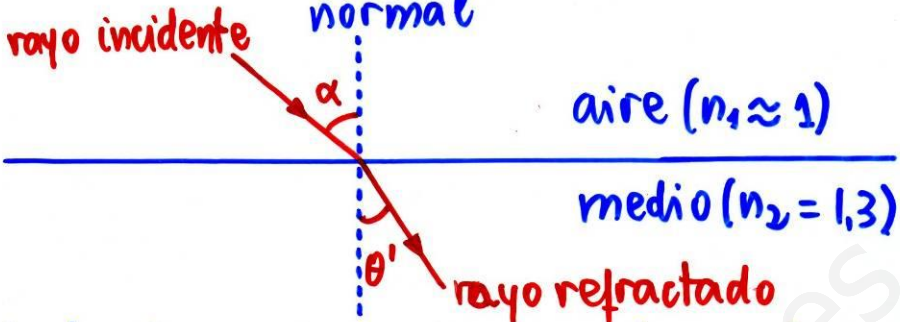
La velocidad de esa luz roja en el medio transparente es:

$$v_{medio} = \lambda_{medio} \cdot \nu = 500\times10^{-9} \times 4{,}62\times10^{14} = 2{,}31\times10^8\ ms^{-1}$$

Por tanto, el índice de refracción del medio transparente para esa luz roja vale:

$$\boxed{n = \frac{c}{v} = \frac{3\times10^8}{2{,}31\times10^8} = 1{,}3 \approx \frac{\lambda_{aire}}{\lambda_{medio}} : \text{RESULTADO}}$$

Cuando la luz roja pasa del aire al medio transparente tenemos:



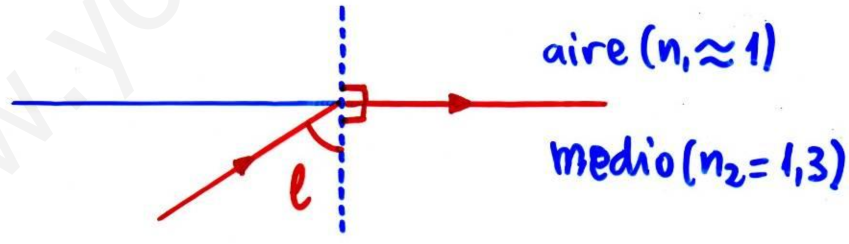
Aplicando la segunda Ley de la refracción (Snell) encontramos:

$n_1 \operatorname{sen} \alpha = n_2 \operatorname{sen} \theta'$; $\operatorname{sen} 30° = 1,3 \cdot \operatorname{sen} \theta'$; de donde:

ángulo de refracción: $\theta' = \operatorname{arc\,sen} \dfrac{\operatorname{sen} 30°}{1,3} = 22° 37' 12''$

RESULTADO

Si ahora la luz roja pasa del medio transparente al aire habrá un ángulo de incidencia límite, superado el cual no se producirá refracción:



Aplicando de nuevo la ley de Snell tenemos ahora:

$n_2 \operatorname{sen} \ell = n_1 \operatorname{sen} \frac{\pi}{2} = 1 \cdot 1 = 1$; de donde:

ángulo límite: $\ell = \operatorname{arc\,sen} \dfrac{1}{n_2} = \operatorname{arc\,sen} \dfrac{1}{1,3} = 50° 17' 6''$

RESULTADO

FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

Un rayo de luz amarilla, emitido por una lámpara de sodio, tiene una longitud de onda en el vacío de 589×10^{-9} m. Determinar:

a) Su frecuencia.

b) Su velocidad de propagación y su longitud de onda en el interior de una fibra de cuarzo, cuyo índice de refracción es: n = 1,458.

c) El ángulo de incidencia mínimo para el rayo de luz que, propagándose por el interior de la fibra de cuarzo, encuentra la superficie de discontinuidad entre el cuarzo y el aire y experimenta reflexión total.

Dato: Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^8$ m·s^{-1}.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 1996)

SOLUCIÓN.-

La frecuencia de la luz amarilla emitida por la lámpara de sodio, que es la misma en el vacío que en el cuarzo de la fibra óptica, vale:

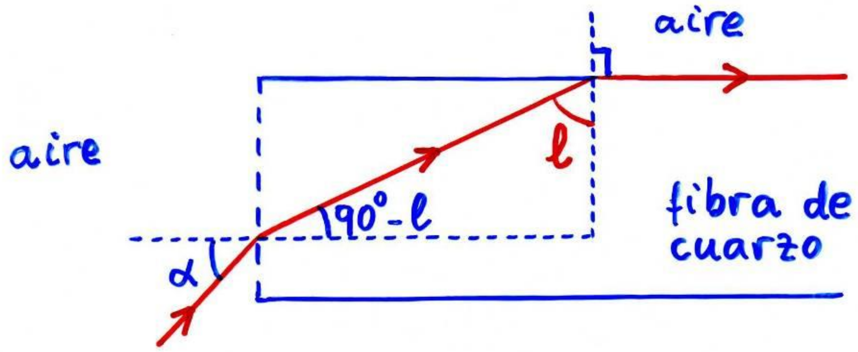
$$\boxed{\nu = \frac{c}{\lambda_{vacío}} = \frac{3\times 10^8}{589\times 10^{-9}} = 5{,}09\times 10^{14}\ s^{-1} : \text{RESULTADO}}$$

Con el índice de refracción del cuarzo calculamos la velocidad de propagación de la luz en este medio:

$$n = \frac{c}{v}; \quad \boxed{v_{cuarzo} = \frac{c}{n_{cuarzo}} = \frac{3\times 10^8}{1{,}458} = 2{,}058\times 10^8\ m\,s^{-1} \quad \text{RESULTADO}}$$

Recordando otra vez que: $\nu_{vacío} = \nu_{cuarzo}$, la longitud de onda de la luz amarilla en la fibra de cuarzo vale:

$$\boxed{\lambda_{cuarzo} = \frac{v_{cuarzo}}{\nu} = \frac{2{,}058\times 10^8}{5{,}09\times 10^{14}} = 4{,}04\times 10^{-7}\ m : \text{RESULTADO}}$$



Para que a la salida del cuarzo al aire la luz sufra **reflexión total** el ángulo que forma el rayo que viaja dentro de la fibra óptica con la normal ha de ser igual o mayor que el **ángulo límite**; lo calculamos con la **ley de Snell**:

$$n_{cuarzo} \operatorname{sen} \ell = n_{aire} \operatorname{sen} 90° = 1$$

$$\boxed{\ell = \operatorname{arc\,sen} \frac{n_{aire}}{n_{cuarzo}} = \operatorname{arc\,sen} \frac{1}{1{,}458} = 43° \, 18' \, 15''}$$

RESULTADO

Si ahora aplicamos la ley de Snell a la refracción experimentada por la luz cuando penetra en la fibra de cuarzo, observamos:

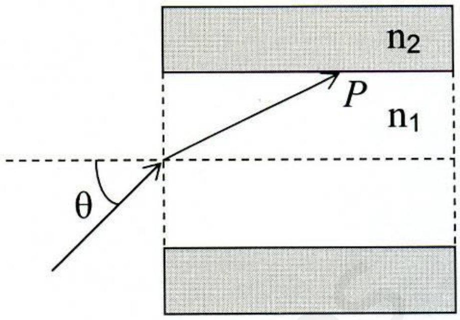
$$n_{aire} \operatorname{sen} \alpha = n_{cuarzo} \operatorname{sen} (90° - \ell)$$

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{n_{cuarzo} \operatorname{sen} (90° - \ell)}{n_{aire}} \simeq \frac{1{,}458 \operatorname{sen} (46° 41' 45'')}{1} = 1{,}061.$$

Evidentemente no existe tal ángulo α (máximo), por lo que **cualquier rayo que penetre en la fibra de cuarzo sufrirá reflexión total al intentar salir del cuarzo al aire.**

FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

Un rayo de luz, de longitud de onda en el vacío: λ_0 = 650 nm, incide desde el aire sobre el extremo de una fibra óptica formando un ángulo θ con el eje de la fibra (ver figura), siendo el índice de refracción n_1 dentro de la fibra: 1,48.

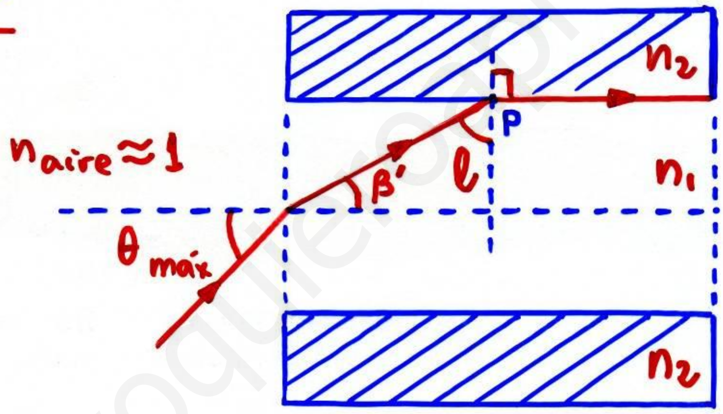


a) ¿Cuál es la longitud de onda de la luz dentro de la fibra?.

b) La fibra está revestida de un material de índice de refracción: n_2 = 1,44. ¿Cuál es el valor máximo del ángulo θ para que se produzca reflexión total interna en *P*?.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, junio 2010 -Fase Específica-)

SOLUCIÓN.-



La frecuencia de la luz es una característica inherente a la onda, y no depende del medio en que ésta se propague, al contrario de lo que sucede con la velocidad de propagación y también con la longitud de onda. Recordando la relación entre esas tres magnitudes, y considerando que la velocidad de la luz en el aire es prácticamente igual a la velocidad de la luz en el vacío:

$v_{aire} \approx c$; $n_{aire} \approx 1$ tenemos:

$\nu_{aire} = \nu_{fibra}$; $\frac{v_{aire}}{\lambda_{aire}} \approx \frac{c}{\lambda_0} \approx \frac{v_{fibra}}{\lambda_{fibra}}$;

de donde:

$$\lambda_{fibra} \approx \lambda_0 \frac{v_{fibra}}{c} = \lambda_0 \frac{1}{n_1} = \frac{650\times10^{-9}}{1{,}48} \text{ m}$$

$$\boxed{\lambda_{fibra} \approx 4{,}39\times10^{-7}\text{ m} = 439 \text{ nm} : \text{RESULTADO}}$$

Para que se produzca reflexión total interna en el punto P de la fibra, y el rayo luminoso no salga fuera, perdiéndose, el rayo que llega por el interior de la fibra óptica al punto P ha de incidir con un ángulo igual o mayor que el ángulo límite: ℓ, que calculamos con la ley de Snell:

$$n_1 \operatorname{sen} \ell = n_2 \operatorname{sen} 90^\circ = n_2$$

$$\ell = \operatorname{arc\,sen} \frac{n_2}{n_1} = \operatorname{arc\,sen} \frac{1{,}44}{1{,}48} = 76^\circ 38' 56''.$$

En la figura anterior vemos que:

$$\beta' = 90^\circ - \ell = 90^\circ - 76^\circ 38' 56'' = 13^\circ 21' 4''.$$

Aplicando otra vez la ley de Snell, a la entrada a la fibra óptica, obtenemos el valor máximo del ángulo de entrada para que la luz no se salga de la fibra:

$$n_{aire} \operatorname{sen} \theta_{máx} = n_1 \operatorname{sen} \beta' \qquad (n_{aire} \approx 1)$$

$$\boxed{\theta_{máx} = \operatorname{arc\,sen}(n_1 \operatorname{sen} \beta') = \operatorname{arc\,sen}(1{,}48 \cdot \operatorname{sen} 13^\circ 21' 4'') = 19^\circ 59' 3'' \quad \text{RESULTADO}}$$

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

Una lámina de vidrio de caras planas y paralelas, situada en el aire, tiene un espesor de 8 cm y un índice de refracción n = 1,6. Calcular para un rayo de luz monocromática que incide en la cara superior de la lámina con un ángulo de 45°:

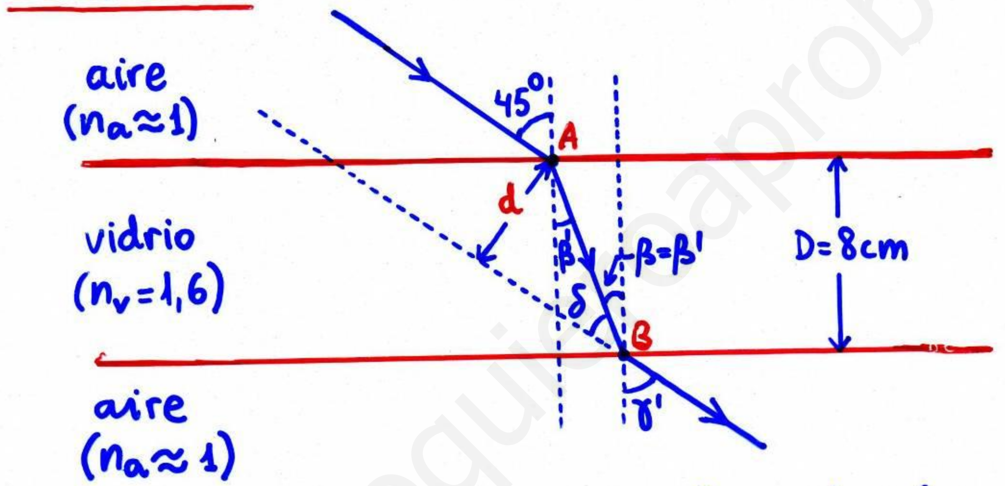
a) Los valores del ángulo de refracción en el interior de la lámina y del ángulo de emergencia correspondientes.

b) El desplazamiento lateral experimentado por el citado rayo al atravesar la lámina.

c) Dibujar la marcha geométrica del rayo.

(*Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 1997*)

SOLUCIÓN:



Aplicando la ley de Snell a la entrada a la lámina tenemos:

$$n_a \cdot sen\,45° = n_v \cdot sen\,\beta' ; \quad \beta' = arc\,sen\,\frac{n_a \cdot sen\,45°}{n_v} = arc\,sen\,\frac{1 \cdot 0{,}71}{1{,}6}$$

$$\boxed{\beta' = arc\,sen\,0{,}44 = 26°13'40'' : \text{RESULTADO}}$$

En la figura vemos que: $\boxed{\gamma'(\text{salida}) = 45°(\text{entrada}) : \text{RESULTADO}}$

También de la figura:

$$AB = \frac{D}{\cos\beta'} = \frac{8\text{ cm}}{\cos(26°13'40'')} = 8{,}92\text{cm} ; \quad \delta = 45° - \beta = 45° - 26°13'40''$$
$$\delta = 18°46'20''$$

$$\boxed{\text{Desviación: } d = AB \cdot sen\,\delta = 8{,}92 \cdot sen(18°46'20'') = 2{,}87\text{cm} : \text{RESULTADO}}$$

FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

Sobre una lámina de vidrio de caras planas y paralelas de 3 cm de espesor y situada en el aire incide un rayo de luz monocromática con un ángulo de incidencia de 35º. La velocidad de propagación del rayo en la lámina es $\frac{2}{3}c$, siendo c la velocidad de la luz en el vacío.

a) Determine el índice de refracción de la lámina.
b) Compruebe que el rayo emergerá de la lámina y determine el ángulo de emergencia.
c) Dibuje la marcha del rayo a través de la lámina.
d) Calcule la distancia recorrida por el rayo dentro de la lámina.

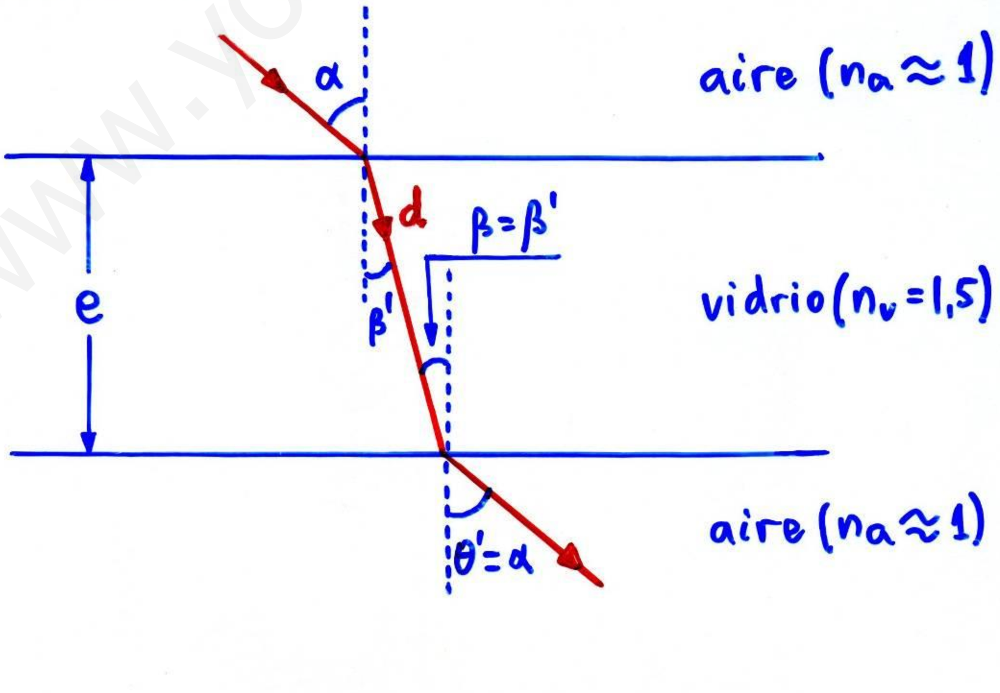
(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, modelo 2009)

SOLUCIÓN:-

El índice de refracción del vidrio de la lámina es:

$$\boxed{n = \frac{c}{v} = \frac{c}{\frac{2}{3}c} = \frac{3}{2} = 1{,}5 \quad : \quad \text{RESULTADO}}$$

El rayo luminoso atraviesa la lámina del siguiente modo:



Aplicando la ley de Snell calculamos el ángulo de refracción: β' a la entrada en la lámina:

$$n_a \operatorname{sen} \alpha = n_v \operatorname{sen} \beta' ; \quad \operatorname{sen} 35° = 1{,}5 \cdot \operatorname{sen} \beta'$$

$$\beta' = \operatorname{arc\,sen} \frac{\operatorname{sen} 35°}{1{,}5} = \operatorname{arc\,sen} 0{,}3824 = 22°28'53''$$

Al salir de la lámina la luz pasa de un medio -el vidrio- más refringente a otro -el aire- menos refringente. Para la refracción que se produce a la salida el ángulo de incidencia **límite** sería:

$$n_v \operatorname{sen} l = n_a \operatorname{sen} 90° = 1; \quad l = \operatorname{arc\,sen} \frac{1}{1{,}5} = 41°48'37''$$

Dado que realmente para la refracción de salida el ángulo de incidencia es:

$$\beta = \beta' = 22°28'53'' < l$$

se produce refracción a la salida, y el ángulo de refracción a la salida - de emergencia- vale:

$$n_a \operatorname{sen} \alpha = n_v \operatorname{sen} \beta' = n_v \operatorname{sen} \beta = n_a \operatorname{sen} \theta' \rightarrow \quad \theta' = \alpha = 35°$$

RESULTADO

En la figura anterior podemos determinar la **distancia recorrida por el rayo luminoso dentro de la lámina:**

$$d = \frac{e}{\cos \beta'} = \frac{0{,}03}{\cos(22°28'53'')} = 3{,}25 \times 10^{-2}\,\text{m} : \text{RESULTADO}$$

Un rayo de luz monocromática incide sobre una cara lateral de un prisma de vidrio, de índice de refracción $n = \sqrt{2}$. El ángulo del prisma es $\alpha = 60°$. Determine:

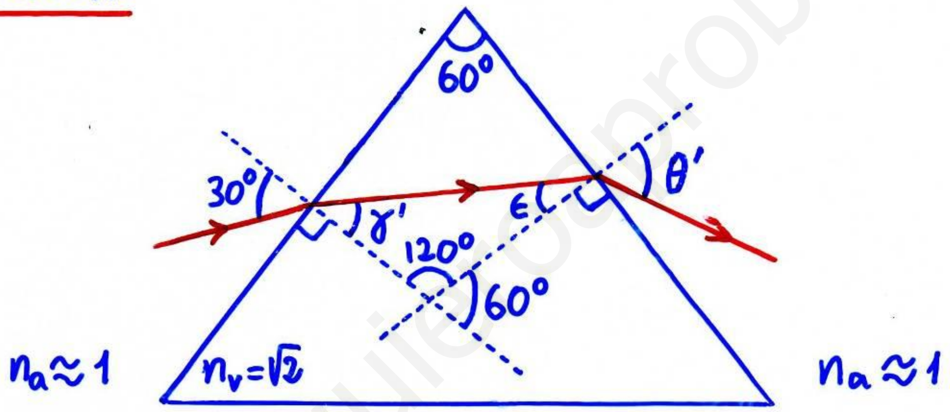
a) El ángulo de emergencia a través de la segunda cara lateral si el ángulo de incidencia es de 30°. Efectúe un esquema gráfico de la marcha del rayo.

b) El ángulo de incidencia para que el ángulo de emergencia del rayo sea 90°.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 2004)

SOLUCIÓN.-

a)



Aplicando la **ley de Snell** a la refracción que se produce a la entrada al prisma, tenemos:

$\text{sen}\, 30° = \sqrt{2}\, \text{sen}\, \gamma'$; $\gamma' = 20° 42' 17''$.

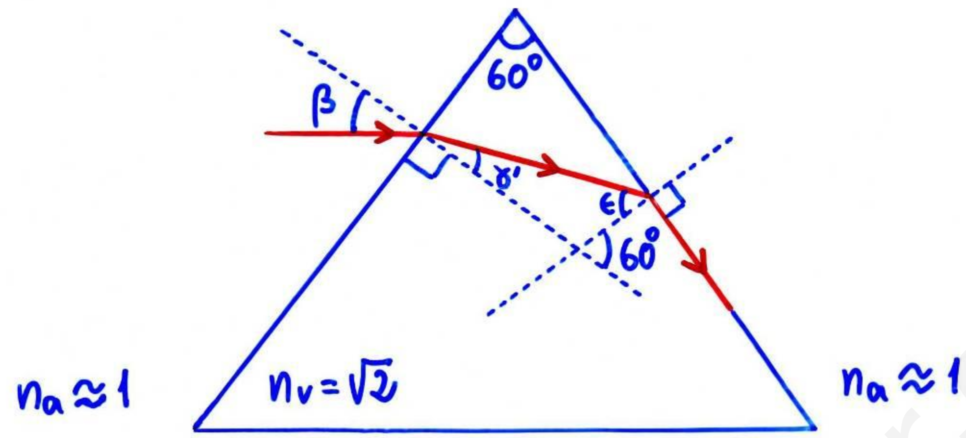
En el triángulo dibujado en el interior del prisma deducimos:

$\gamma' + \epsilon + 120° = 180°$; $\epsilon = 39° 17'' 43''$.

La ley de Snell aplicada a la refracción que se produce a la salida del prisma da:

$\sqrt{2}\, \text{sen}\, \epsilon = \text{sen}\, \theta'$; $\boxed{\theta' = 63° 35' 29'' : \text{RESULTADO}}$

b)



Procedamos ahora en sentido inverso respecto al caso anterior.

Aplicando la ley de Snell a la refracción que tiene lugar a la salida del prisma, tenemos:

$\sqrt{2}$ sen ϵ = sen 90 ; $\epsilon = l = 45°$ - ángulo **límite** -.

En el triángulo que forman las dos normales y el rayo transmitido por el interior del prisma vemos que:

$\gamma' + \epsilon + 120° = 180°$; $\gamma' = 15°$.

Aplicando, por último, la ley de Snell a la refracción que se produce a la entrada al prisma encontramos:

sen $\beta = \sqrt{2}$ sen 15° ; $\boxed{\beta = 21°28'15'' \text{: RESULTADO}}$

NOTA.- Dado que se trata de luz **monocromática**, **no se produce dispersión** al viajar a través del prisma.

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

Se construye un prisma óptico de ángulo A con un vidrio de índice de refracción $n = \sqrt{2}$. Sabiendo que el rayo que incide perpendicularmente en la primera cara lateral del prisma tiene un ángulo de emergencia de 90° a través de la segunda cara lateral y que el prisma está inmerso en el aire, determine:

a) el ángulo A del prisma;

b) el valor del ángulo de desviación mínima.

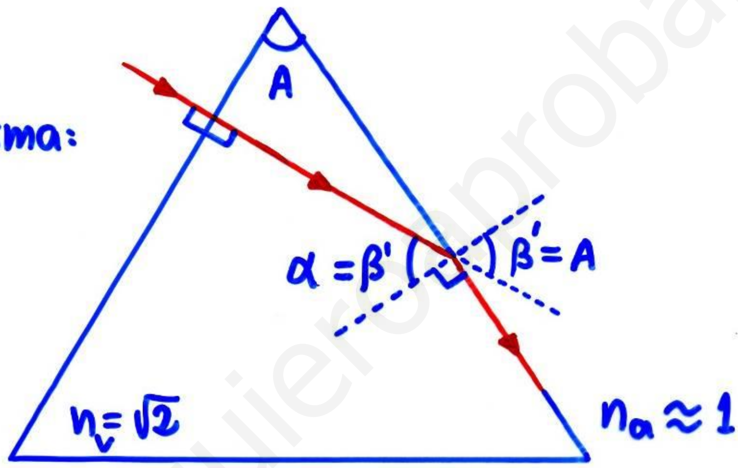
Dibuje la marcha del rayo en ambos casos.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, modelo 2008)

Solución.-

a)

Ángulo del prisma:



Al entrar el rayo en el prisma en incidencia normal no se refracta.

Aplicando la ley de Snell a la salida, y teniendo en cuenta que los ángulos β' y A son iguales al tener sus lados perpendiculares:

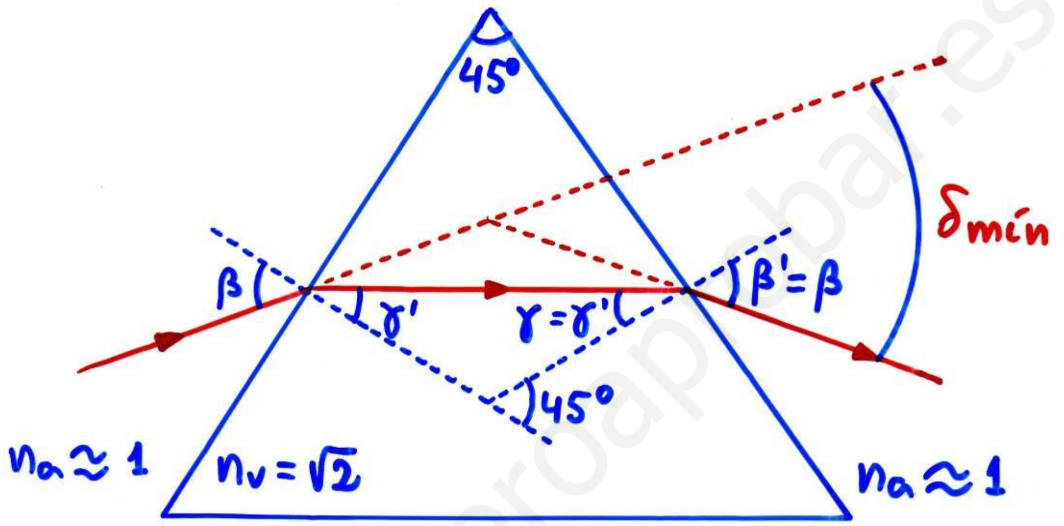
$n_v \operatorname{sen} \alpha = n_a \operatorname{sen} \beta'$; $\sqrt{2} \operatorname{sen} A = 1 \cdot \operatorname{sen} 90° = 1$;

de donde el ángulo del prisma vale:

$$\boxed{A = \operatorname{arc\,sen} \frac{1}{\sqrt{2}} = 45° \quad \text{RESULTADO}}$$

b) Ángulo de desviación mínima.-

El ángulo de desviación del rayo saliente respecto al incidente es mínimo cuando en el interior del prisma el rayo viaja paralelo a su base, siendo iguales los ángulos de incidencia y de emergencia:



En la figura vemos:

$$\gamma+\gamma'=2\gamma'=45°;\quad \gamma'=22°\,30'$$

Aplicando la ley de Snell a la entrada (o a la salida):

$$n_a \operatorname{sen}\beta = n_v \operatorname{sen}\gamma';\quad 1\cdot\operatorname{sen}\beta=\sqrt{2}\operatorname{sen}(22°\,30')$$

$$\beta=\operatorname{arc\,sen}\left[\sqrt{2}\operatorname{sen}(22°\,30')\right]=32°\,45'\,54''.$$

Finalmente, de la figura:

$$\delta_{mín}=(\beta-\gamma')+(\beta'-\gamma)=2\beta-(\gamma+\gamma')=2\beta-45°$$

$$\boxed{\delta_{mín}=2(32°\,45'\,54'')-45°=20°\,31'\,49''}$$

RESULTADO

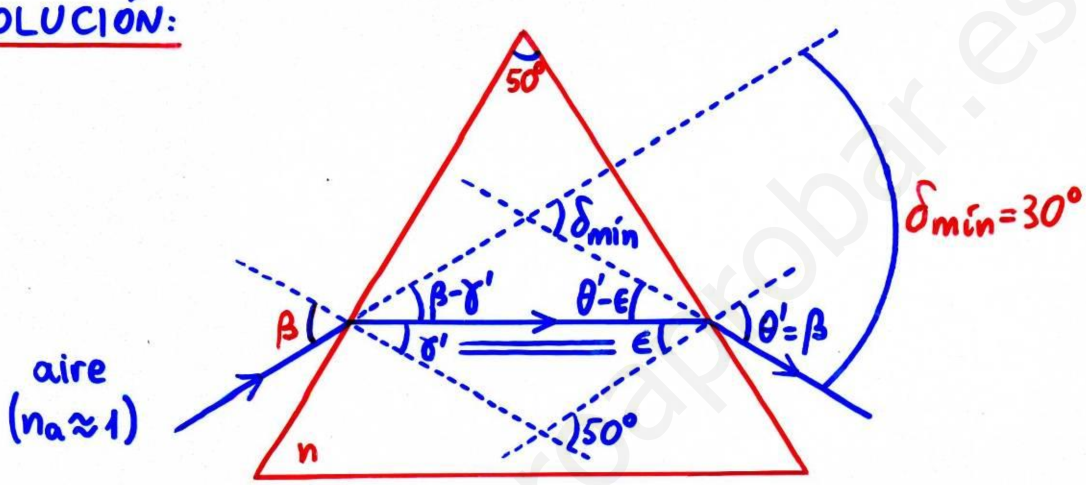
El ángulo de desviación mínima en un prisma óptico es de 30º. Si el ángulo del prisma es de 50º y éste está situado en el aire, determine:

a) El ángulo de incidencia para que se produzca la desviación mínima del rayo.

b) El índice de refracción del prisma.

(*Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 1998*)

SOLUCIÓN:



El ángulo de desviación es mínimo ($\delta_{mín}$) cuando los ángulos de incidencia (β) y emergencia (θ') son iguales -el rayo viaja dentro del prisma paralelo a la base de éste-.

En la figura vemos:

$\gamma' + \epsilon = 50°$; $\delta_{mín} = (\beta-\gamma') + (\theta'-\epsilon) = \beta + \theta' - 50°$; $\gamma' = \epsilon$

Como: $\beta = \theta'$, queda: $\delta_{mín} = 2\beta - 50°$

$$\boxed{\beta = \frac{\delta_{mín}+50°}{2} = \frac{30°+50°}{2} = 40° \text{: RESULTADO}}$$

Por otra parte: $\gamma' + \epsilon = 2\gamma' = 50°$; $\gamma' = 25°$

Aplicando la ley de Snell a la entrada del prisma:

$n_a \cdot sen\,\beta = n \cdot sen\,\gamma'$; $n = \frac{n_a \cdot sen\,\beta}{sen\,\gamma'} = \frac{1 \cdot sen\,40°}{sen\,25°} = 1,52$

$$\boxed{n_{prisma} = 1,52 \text{: RESULTADO}}$$

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

Sobre la cara lateral de un prisma de vidrio, de índice de refracción 1,4 y ángulo en el vértice 50º, incide un rayo de luz con un ángulo de 20º. Determine:

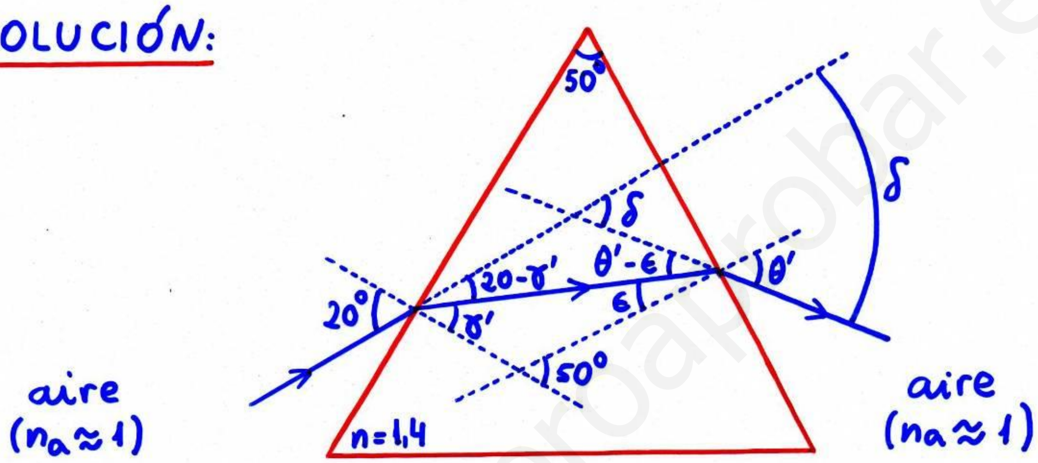
a) El ángulo de desviación sufrido por el rayo.

b) El ángulo de desviación mínima que corresponde a este prisma.

El prisma se encuentra situado en el aire.

(*Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, septiembre 1999*)

SOLUCIÓN:



Aplicando la ley de Snell a la entrada del prisma:

$n_a \cdot sen\,20^\circ = n \cdot sen\,\gamma'$; $\gamma' = arc\,sen\,\dfrac{1 \cdot sen\,20^\circ}{1,4} = 14^\circ 8' 26''$

De la figura obtenemos:

$\gamma' + \epsilon = 50^\circ$; $\epsilon = 50^\circ - \gamma' = 35^\circ 51' 34''$

Aplicando la ley de Snell a la salida del prisma:

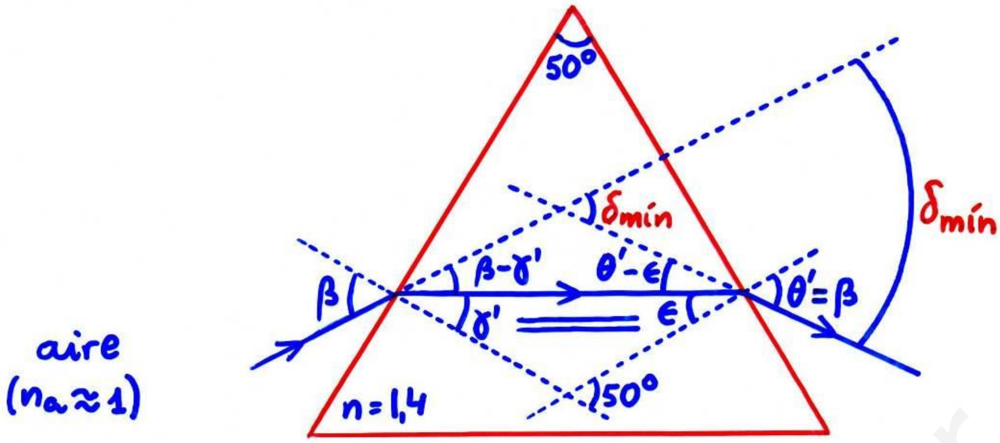
$n \cdot sen\,\epsilon = n_a \cdot sen\,\theta'$; $\theta' = arc\,sen\,\dfrac{1,4 \cdot sen(35^\circ 51' 34'')}{1} = 55^\circ 5' 48''$

En la figura vemos también que:

$\delta = (20^\circ - \gamma') + (\theta' - \epsilon) = 20^\circ + \theta' - (\gamma' + \epsilon) = 20^\circ + \theta' - 50^\circ$

$$\boxed{\text{Desviación: } \delta = 20^\circ + (55^\circ 5' 48'') - 50^\circ = 25^\circ 5' 48'' \text{ : RESULTADO}}$$

Desviación mínima:



El ángulo de desviación es mínimo ($\delta_{mín}$) cuando los ángulos de incidencia (β) y emergencia (θ') son iguales, por lo que también los ángulos γ' y ϵ son iguales y el rayo viaja dentro del prisma paralelo a la base de éste.

En la figura vemos:

$\gamma' = \epsilon$; $\gamma' + \epsilon = 50°$; luego: $\gamma' = 25°$

Aplicando la ley de Snell a la entrada al prisma:

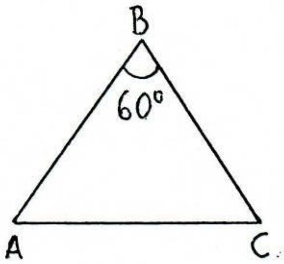
$n_a \cdot \text{sen}\,\beta = n \cdot \text{sen}\,\gamma'$; $\beta = \text{arc sen}\,\dfrac{1{,}4 \cdot \text{sen}\,25°}{1} = 36°16'31''$

También en la figura observamos:

$$\delta_{mín} = (\beta-\gamma') + (\theta'-\epsilon) = (\beta+\theta') - (\gamma'+\epsilon) = 2\beta - 50°$$
$$(\beta = \theta')$$

Finalmente:

$$\boxed{\delta_{mín} = 2(36°16'31'') - 50° = 22°33'2'' : \text{RESULTADO}}$$



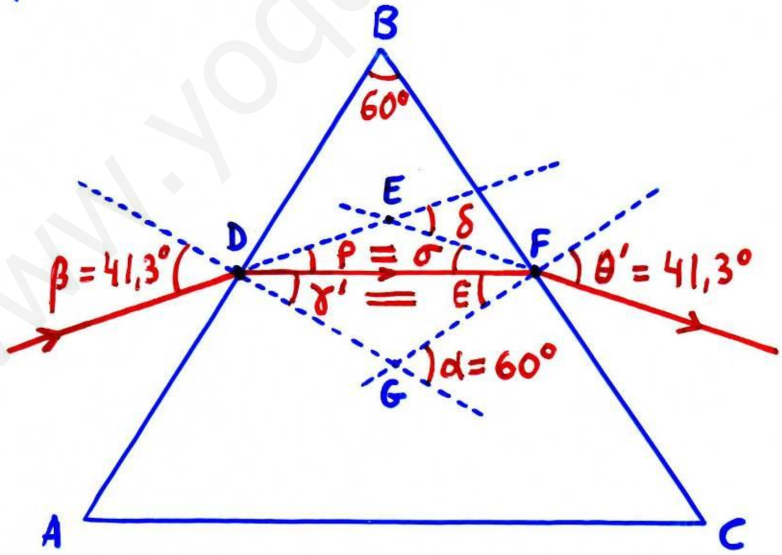
Sobre un prisma de ángulo 60° como el de la figura, situado en el vacío, incide un rayo luminoso monocromático que forma un ángulo de 41,3° con la normal a la cara AB. Sabiendo que en el interior del prisma el rayo es paralelo a la base AC:

a) Calcule el índice de refracción del prisma.
b) Realice el esquema gráfico de la trayectoria seguida por el rayo a través del prisma.
c) Determine el ángulo de desviación del rayo al atravesar el prisma.
d) Explique si la frecuencia y la longitud de onda correspondientes al rayo luminoso son distintas, o no, dentro y fuera del prisma.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 2006)

SOLUCIÓN.-

La trayectoria del rayo dentro y fuera del prisma es:



En esa figura anterior vemos:

- El ángulo α es igual al ángulo del prisma, al tener sus respectivos lados perpendiculares: $\alpha = \widehat{ABC} = 60°$.
- Al marchar el rayo dentro del prisma paralelo a su base se da una situación de simetría, en la que:

$$\widehat{DGF} = 180° - \alpha = 120°$$

$$\gamma' = \epsilon = \frac{180° - 120°}{2} = 30°.$$

- Los ángulos de incidencia y de emergencia son iguales: $\beta = \theta' = 41{,}3°$.
- En el triángulo $\widehat{DEF}$ los ángulos ρ y σ son iguales:

$$\sigma = \rho = \beta - \gamma' = 41{,}3° - 30° = 11{,}3°.$$

- Aplicando la ley de Snell a la entrada del rayo en el prisma, tenemos:

$$n_{aire} \operatorname{sen} \beta = n_{prisma} \operatorname{sen} \gamma'$$

$$\boxed{n_{prisma} = \frac{n_{aire} \operatorname{sen} \beta'}{\operatorname{sen} \gamma'} = \frac{1 \cdot \operatorname{sen} 41{,}3°}{\operatorname{sen} 30°} = 1{,}32 : \text{RESULTADO}}$$

- $\widehat{DEF} = 180° - \rho - \sigma = 180° - 11{,}3° - 11{,}3° = 157{,}4°$

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{Ángulo de desviación: } \delta = 180° - \widehat{DEF} = 180° - 157{,}4° \\ \delta = 22{,}6° = 22°36' \text{ (es la desviación mínima)} \\ \text{RESULTADO} \end{array}}$$

Dentro y fuera del prisma la frecuencia es la misma, ya que se trata de una característica inherente a la onda e independiente del medio de propagación.

Sin embargo, la longitud de onda sí cambia al pasar la luz del aire al prisma, y más tarde al salir. Ello es debido a que la velocidad de la luz cambia al pasar la onda de un medio a otro distinto. Concretamente:

$$\nu_{aire} = \nu_{prisma}$$

$$n_{aire} = \frac{c}{v_{aire}} < n_{prisma} = \frac{c}{v_{prisma}}$$

$$v_{aire} = \lambda_{aire}\nu > v_{prisma} = \lambda_{prisma}\nu$$

$$\lambda_{aire} > \lambda_{prisma} \quad .$$

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

Un objeto luminoso de 2 cm de altura está situado a 4 m de distancia de una pantalla. Entre el objeto y la pantalla se coloca una lente esférica delgada, de distancia focal desconocida, que produce sobre la pantalla una imagen tres veces mayor que el objeto. Determine:

a) la posición del objeto respecto a la lente y la clase de lente necesaria;

b) la distancia focal de la lente, y efectúe la construcción geométrica de la imagen.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 2004)

SOLUCIÓN.-

La lente ha de ser **convergente**, pues en caso contrario -lente divergente- la imagen sería virtual -no real: no se recogería en la pantalla-.

Las lentes convergentes siempre forman imágenes reales e invertidas -aumento negativo-.

Aplicando las fórmulas de Gauss y del aumento para una lente delgada, con los datos del enunciado y sin olvidar el criterio de signos, tenemos este sistema de tres ecuaciones:

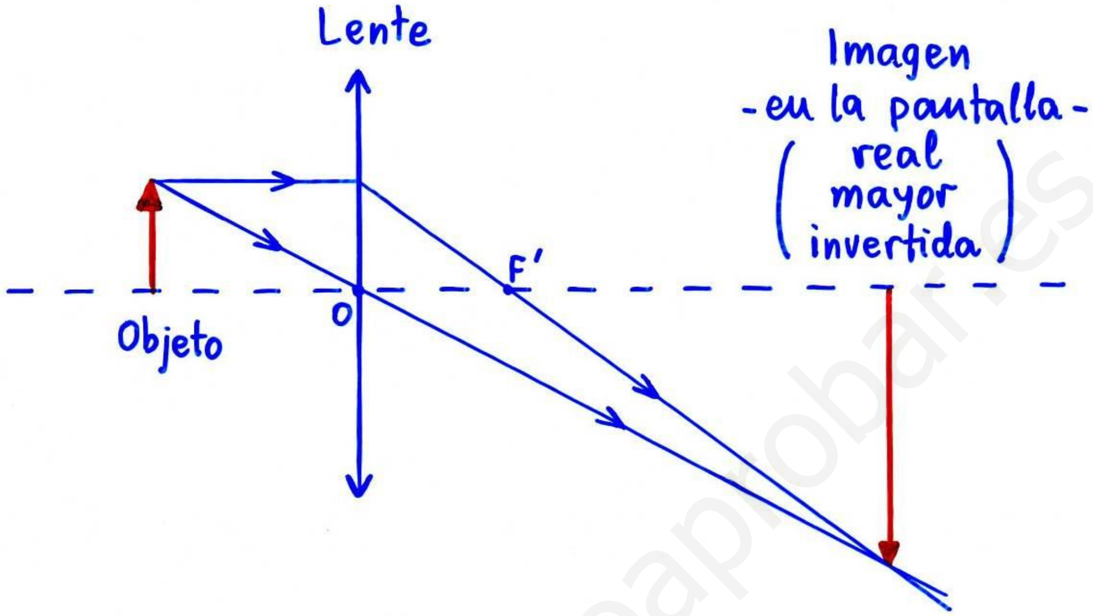
$$\begin{cases} P = \dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{s} \\[2ex] A = -3 = \dfrac{-0{,}06}{0{,}02} = \dfrac{s'}{s} \\[2ex] -s + s' = 4 \end{cases}$$

La solución al sistema es:

Distancia objeto: $s = -1$ m
Distancia imagen: $s' = 3$ m
Distancia focal: $f' = 0{,}75$ m
Potencia : $P = +1{,}33$ dioptrías
Lente convergente

RESULTADOS

Construcción geométrica de la imagen:



FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

Un objeto luminoso de 2 mm de altura está situado a 4 m de distancia de una pantalla. Entre el objeto y la pantalla se coloca una lente esférica delgada L, de distancia focal desconocida, que produce sobre la pantalla una imagen tres veces mayor que el objeto.

a) Determine la naturaleza de la lente L, así como su posición respecto del objeto y de la pantalla.

b) Calcule la distancia focal, la potencia de la lente L y efectúe la construcción geométrica de la imagen.

(*Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 1998*)

SOLUCIÓN:

Dado que las lentes divergentes siempre forman imágenes virtuales, si la imagen aquí obtenida es real -se recoge en una pantalla-, la lente ha de ser convergente (potencia positiva).

Las lentes convergentes siempre forman imágenes reales invertidas (aumento negativo).

Aplicando las fórmulas de Gauss y del aumento para una lente delgada, con los datos del enunciado y sin olvidar el criterio de signos, tenemos este sistema:

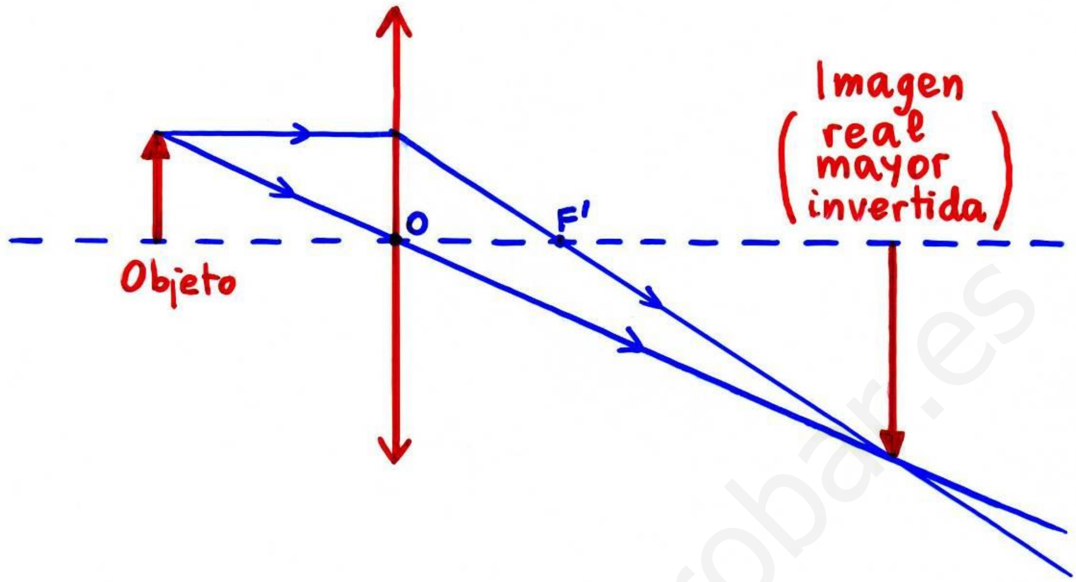
$$\begin{cases} P = \dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{s} \\ -3 = \dfrac{-0{,}006}{0{,}002} = \dfrac{s'}{s} \\ -s + s' = 4 \end{cases}$$

La solución al sistema es:

Distancia objeto: $s = -1$ m
Distancia imagen: $s' = 3$ m
Distancia focal: $f' = 0{,}750$ m
Potencia: $P = +1{,}33$ dioptrías
Lente: convergente

RESULTADOS

Construcción geométrica de la imagen:



FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

Un objeto luminoso está situado a 6 m de una pantalla. Una lente, cuya distancia focal es desconocida, forma sobre la pantalla una imagen real, invertida y cuatro veces mayor que el objeto.

a) ¿Cuál es la naturaleza y la posición de la lente?. ¿Cuál es el valor de la distancia focal de la lente?.

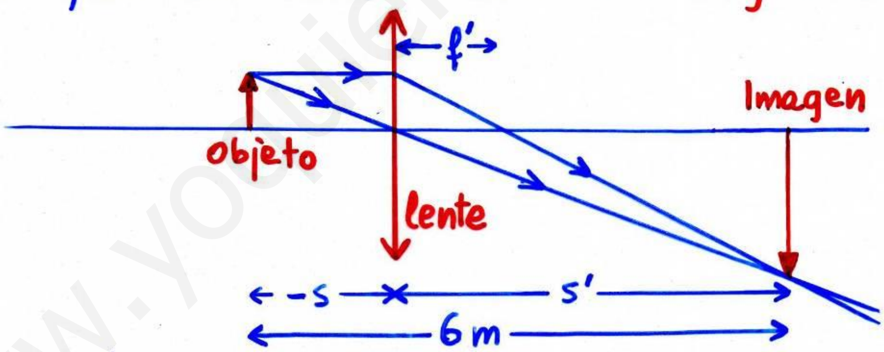
b) Se desplaza la lente de manera que se obtenga sobre la misma pantalla una imagen nítida, pero de tamaño diferente al obtenido anteriormente. ¿Cuál es la nueva posición de la lente y el nuevo valor del aumento?.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 2000)

SOLUCIÓN:

Dado que las lentes divergentes siempre forman imágenes virtuales, derechas y menores, las características de la imagen que nos indica el enunciado obliga a que la lente sea convergente.

a)



Con las distancias de la figura, las ecuaciones de Gauss y del aumento, y sin olvidar el criterio de signos, planteamos este sistema de tres ecuaciones:

$$\begin{cases} -s+s'=6 \\ \dfrac{1}{f'}=\dfrac{1}{s'}-\dfrac{1}{s} \\ -4=\dfrac{s'}{s} \end{cases}$$

la solución del sistema es:

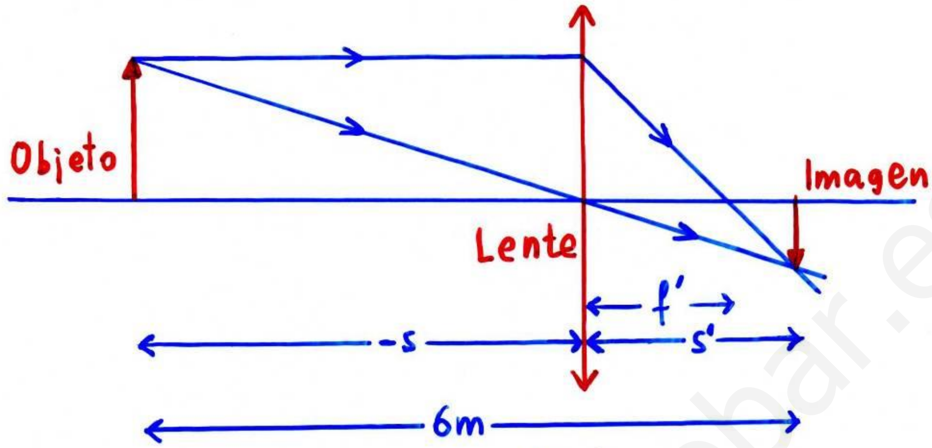
$s=-1{,}20\ m$

$s'=4{,}80\ m$

$f'=0{,}96\ m$

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{lente convergente} \\ s=-1{,}20\ m \\ s'=4{,}80\ m \\ f'=+0{,}96\ m \\ \text{RESULTADO a)} \end{array}}$$

b) Ahora desplazamos la lente y se vuelve a formar otra imagen nítida en la pantalla. La situación es ésta:



Planteando el sistema de tres ecuaciones que utilizamos en el apartado anterior (distancias de la figura, ecuaciones de Gauss y del aumento, distancia focal imagen ya conocida, y el criterio de signos), tenemos:

$$\begin{cases} -s+s'=6 \\ \dfrac{1}{0{,}96}=\dfrac{1}{s'}-\dfrac{1}{s} \\ A=\dfrac{s'}{s} \end{cases}$$

este sistema tiene dos soluciones:

Caso a) (anterior)

$s=-1{,}20\,m$
$s'=4{,}80\,m$
$A=-4$

Caso b) (actual)

$s=-4{,}80\,m$
$s'=1{,}20\,m$
$A=-0{,}25$

$s=-4{,}80\,m$; $s'=1{,}20\,m$; $A=-0{,}25$
imagen real, invertida y cuatro veces menor que el objeto.

RESULTADO b)

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

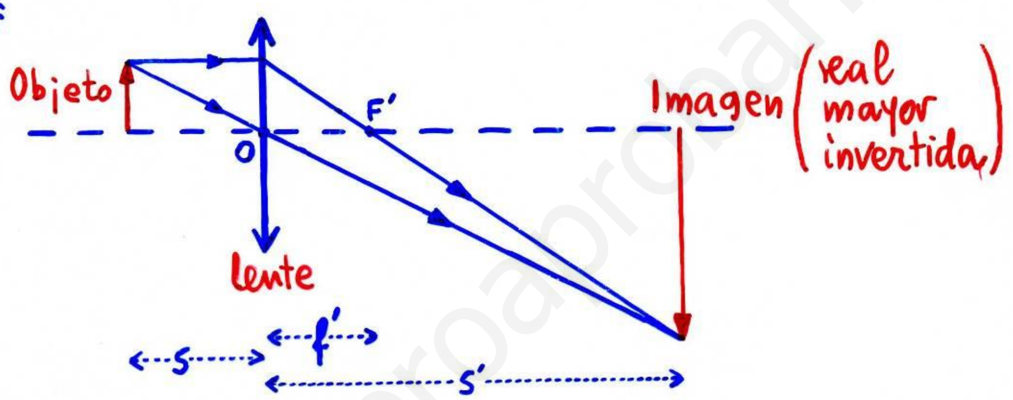
Una lente convergente con radios de curvatura de sus caras iguales, y que suponemos delgada, tiene una distancia focal de 50 cm. Proyecta sobre una pantalla la imagen de un objeto de tamaño: 5 cm.

a) Calcule la distancia de la pantalla a la lente para que la imagen sea de tamaño: 40 cm.

b) Si el índice de refracción de la lente es igual a 1,5, ¿qué valor tienen los radios de la lente y cuál es la potencia de la misma?.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 2000)

SOLUCIÓN:



Si la lente proyecta la imagen sobre una pantalla es que dicha imagen es real. Por otra parte, cuando las lentes convergentes producen imágenes reales, éstas siempre son invertidas (aumento negativo).

Con las fórmulas de Gauss y del aumento para las lentes planteamos este sistema:

$$\left\{\begin{array}{l} \dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{s} \\ \text{Aumento} = \dfrac{y'}{y} = \dfrac{s'}{s} \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} \dfrac{1}{0{,}50} = \dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{s} \\ \dfrac{-0{,}40}{0{,}05} = \dfrac{s'}{s} = -8 \end{array}\right. ;$$

la solución al sistema es:

$s = -0{,}56\ \text{m}$; $\boxed{s' = 4{,}50\ \text{m}\ : \text{RESULTADO}}$

Con la fórmula del constructor de lentes, el criterio de signos, y recordando que la potencia de la lente es el inverso de la distancia focal imagen, nos queda:

$r_{izda} = r$; $r_{dcha} = -r$

$$\frac{1}{f'} = (n-1)\left(\frac{1}{r_{izda}} - \frac{1}{r_{dcha}}\right)$$

$$\frac{1}{0{,}50} = (1{,}5-1)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{-r}\right) = 0{,}5\,\frac{2}{r} = \frac{1}{r}$$; entonces:

$r_{izda} = 0{,}50\ m$

$r_{dcha} = -0{,}50\ m$

$$P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{0{,}50} = +2 \text{ dioptrías}$$

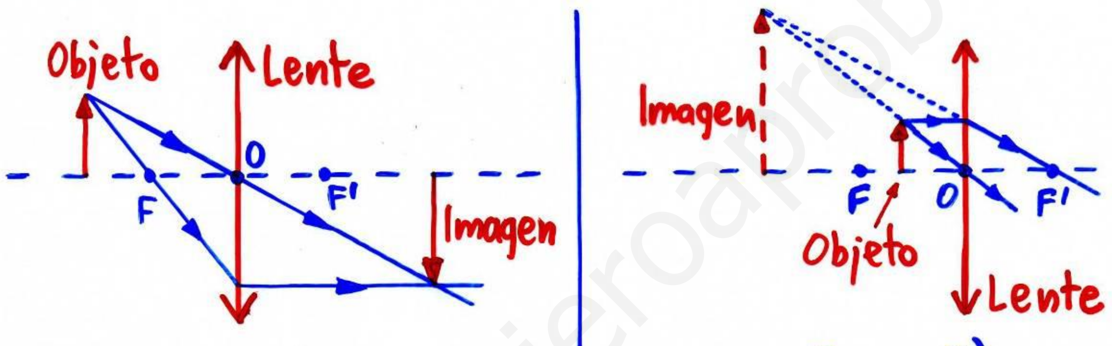
RESULTADOS

Una lente convergente forma, de un objeto real, una imagen también real, invertida y aumentada 4 veces. Al desplazar el objeto 3 cm hacia la lente, la imagen que se obtiene es virtual, derecha y con el mismo aumento en valor absoluto. Determine:

a) la distancia focal imagen y la potencia de la lente;
b) las distancias del objeto a la lente en los dos casos citados;
c) las respectivas distancias imagen.
d) Las construcciones geométricas correspondientes.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 2007)

Solución:-



Caso 1) Caso 2)

Aplicando en los dos casos las ecuaciones de las distancias (Gauss) y del aumento lateral, sin olvidar el criterio de signos, tenemos:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{s_1'} - \dfrac{1}{s_1} = \dfrac{1}{f'} = P \\ \dfrac{1}{s_2'} - \dfrac{1}{s_2} = \dfrac{1}{f'} = P \\ A_1 = \dfrac{s_1'}{s_1} = -4 \\ A_2 = \dfrac{s_2'}{s_2} = 4 \\ s_2 = s_1 + 0{,}03 = s_1 - (-0{,}03) \end{cases}$$

La solución a este sistema es:

- Distancia focal imagen: $f' = +0{,}06\ m$
- Potencia de la lente: $P = +16{,}67$ dioptrías
- Distancias objeto:
  - xx Caso 1).- $s_1 = -0{,}075\ m$
  - xx Caso 2).- $s_2 = -0{,}045\ m$
- Distancias imagen:
  - xx Caso 1).- $s'_1 = +0{,}30\ m$
  - xx Caso 2).- $s'_2 = -0{,}18\ m$

RESULTADOS

Una lente delgada convergente proporciona de un objeto situado delante de ella una imagen real, invertida y de doble tamaño que el objeto. Sabiendo que dicha imagen se forma a 30 cm de la lente, calcule:

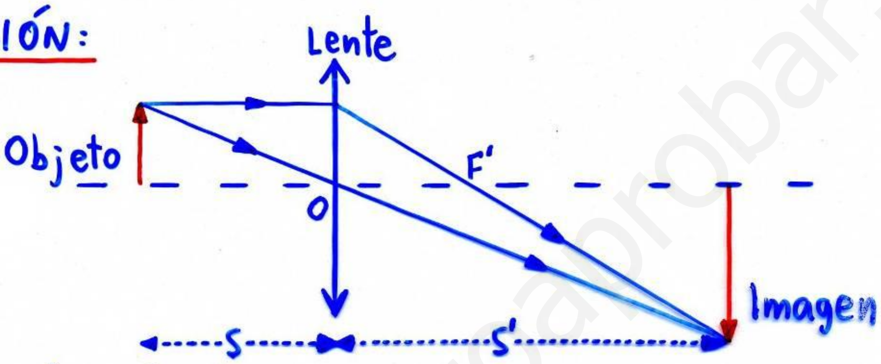
a) la distancia focal de la lente;

b) la posición y naturaleza de la imagen que dicha lente formará de un objeto situado 5 cm delante de ella, efectuando su construcción geométrica.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 2002)

SOLUCIÓN:

a)



Recordando las fórmulas de Gauss y del aumento para una lente delgada tenemos este sistema:

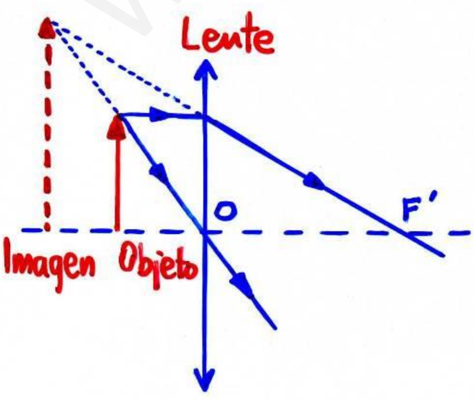
$$\begin{cases} \dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{s} \\ A = \dfrac{y'}{y} = \dfrac{s'}{s} \end{cases} ; \quad \begin{cases} \dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{0{,}30} - \dfrac{1}{s} \\ -2 = \dfrac{0{,}30}{s} \end{cases} ;$$

Soluciones:

$s = -0{,}15$ m

$\boxed{f' = +0{,}10 \text{ m} \quad \text{RESULTADO}}$

b) Ahora, tenemos:



$$\begin{cases} \dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{s} \\ A = \dfrac{s'}{s} \end{cases} ; \quad \begin{cases} \dfrac{1}{0{,}10} = \dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{-0{,}05} \\ A = \dfrac{s'}{-0{,}05} \end{cases}$$

Soluciones:

$s' = -0{,}10$ m → imagen virtual

$A = 2$ → imagen doble y derecha

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

Una lente convergente de 10 cm de distancia focal se utiliza para formar la imagen de un objeto luminoso lineal colocado perpendicularmente a su eje óptico y de tamaño y = 1 cm.

a) ¿Dónde hay que colocar el objeto para que su imagen se forme 14 cm por detrás de la lente?. ¿Cuál es la naturaleza y el tamaño de esta imagen?.

b) ¿Dónde hay que colocar el objeto para que su imagen se forme 8 cm por delante de la lente?. ¿Cuál es la naturaleza y el tamaño de esta imagen?.

Efectúe la construcción geométrica en ambos casos.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, modelo 2003)

SOLUCIÓN:

a) Imagen en: $s' = +0,14\ m$.-

Con las ecuaciones de Gauss y del aumento para lentes delgadas planteamos un sistema, cuya solución nos da la posición del objeto así como las características de la imagen:

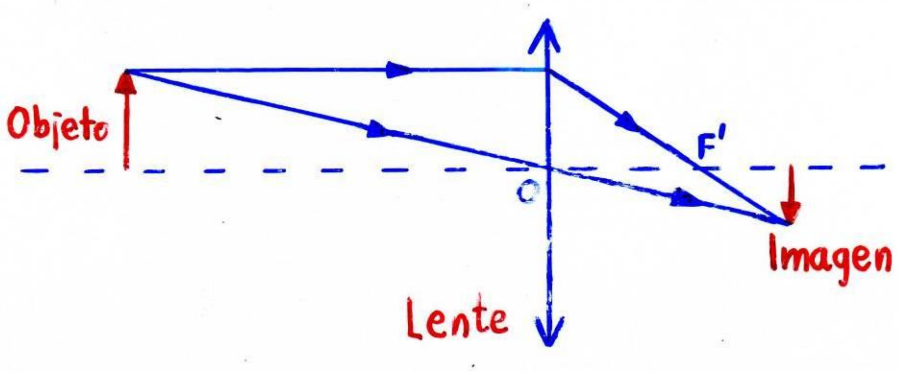
$$\begin{cases} \dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{s} \\ \dfrac{y'}{y} = \dfrac{s'}{s} \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{1}{0{,}10} = \dfrac{1}{0{,}14} - \dfrac{1}{s} \\ \dfrac{y'}{0{,}01} = \dfrac{0{,}14}{s} \end{cases}$$

SOLUCIÓN:

$s = -0,35\ m$

$y' = -0,004\ m$

$\boxed{s = -0,35\,m \text{ ; imagen real, menor e invertida : RESULTADO}}$



b) Imagen en: $s' = -0{,}08\,m$.-

Volviendo a plantear ese sistema de dos ecuaciones, tenemos ahora:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{s} \\[2ex] \dfrac{y'}{y} = \dfrac{s'}{s} \end{cases} \quad \Bigg| \quad \begin{cases} \dfrac{1}{0{,}10} = \dfrac{1}{-0{,}08} - \dfrac{1}{s} \\[2ex] \dfrac{y'}{0{,}01} = \dfrac{-0{,}08}{s} \end{cases}$$

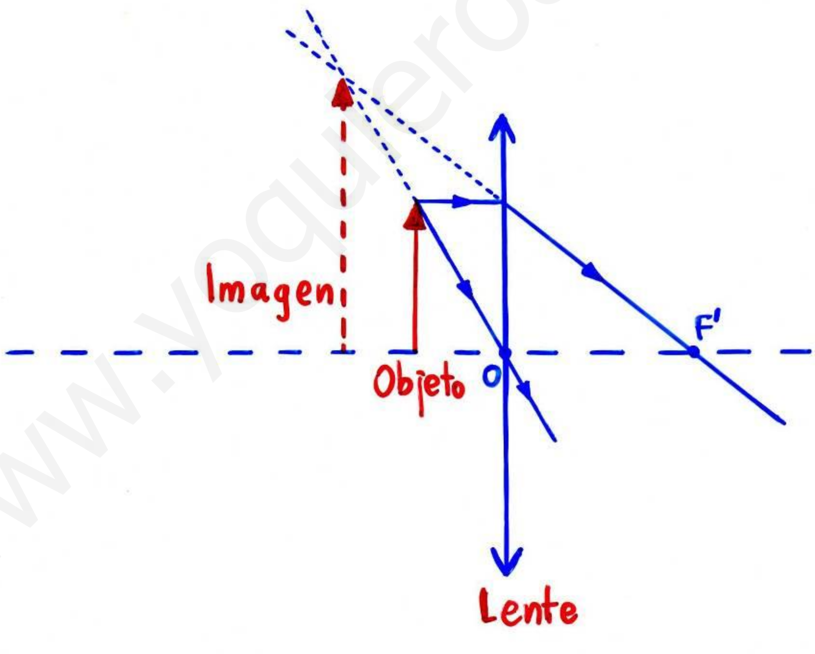
SOLUCIÓN:

$s = -4{,}44 \times 10^{-2}\,m$

$y' = +0{,}018\,m$

$\boxed{s = -4{,}44 \times 10^{-2}\,m \text{ ; imagen virtual, mayor y derecha}}$

RESULTADO



FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

Una lente esférica delgada biconvexa, cuyas caras tienen radios iguales a 5 cm y el índice de refracción es n = 1,5, forma de un objeto real una imagen también real reducida a la mitad. Determinar:

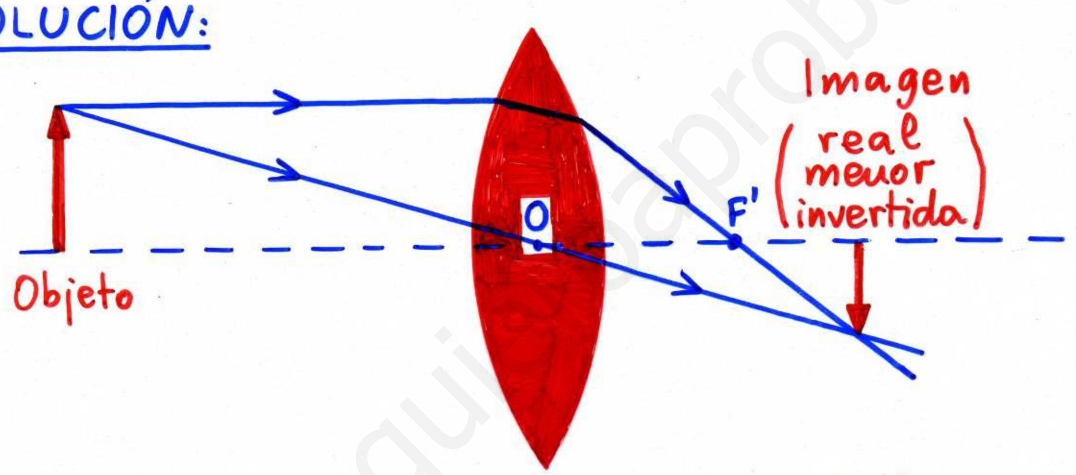
a) La potencia y la distancia focal de la lente.
b) Las posiciones del objeto y de la imagen.
c) Si esta lente se utiliza como lupa, el aumento de la lupa cuando observa un ojo normal sin acomodación.

Efectuar las construcciones geométricas del problema.

Datos: Distancia mínima de visión neta para el ojo: d = 25 cm.
El medio exterior es el aire.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 1997)

SOLUCIÓN:



Una lente biconvexa es convergente (potencia y distancia focal positivas).

Aplicando la fórmula del constructor de lentes -para una lente delgada-, con el criterio de signos queda:

$$P = \frac{1}{f'} = (n-1)\left(\frac{1}{r_{izda.}} - \frac{1}{r_{dcha.}}\right) = (1,5-1)\left(\frac{1}{0,050} - \frac{1}{-0,050}\right)$$

Potencia: $P = +20$ dioptrías

Distancia focal: $f' = \frac{1}{P} = \frac{1}{20} = 0,050\,m$

RESULTADOS

Las lentes convergentes forman imágenes reales e invertidas - sólo cuando la imagen es virtual, sale derecha, como al utilizarla de lupa -.

Si la imagen es de tamaño mitad que el objeto, el aumento valdrá $-0{,}5$.

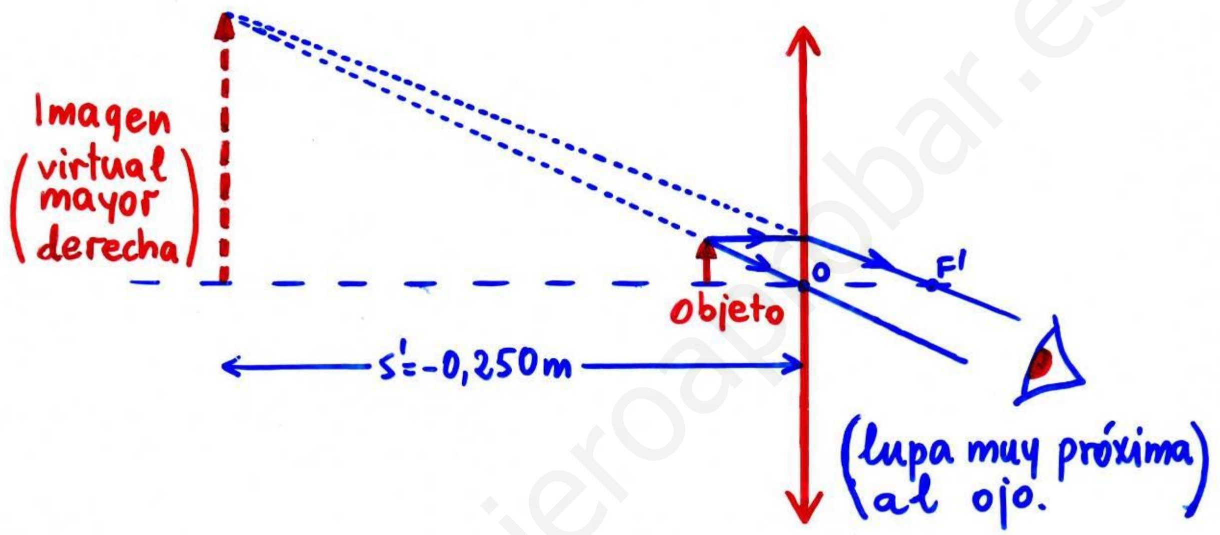
Con las fórmulas de Gauss y del aumento para lentes delgadas, planteamos el siguiente sistema:

$$\left\{ \begin{array}{l} P = \dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{s} \\ \text{Aumento} = \dfrac{s'}{s} \end{array} \right. \; ; \; \left\{ \begin{array}{l} 20 = \dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{s} \\ -0{,}5 = \dfrac{s'}{s} \end{array} \right.$$

La solución al sistema es:

$$\boxed{\begin{array}{c} \text{Distancia objeto: } s = -0{,}150\,\text{m} \;;\; \text{Distancia imagen: } s' = 0{,}075\,\text{m} \\ \text{RESULTADOS} \end{array}}$$

Cuando esta lente convergente se emplea como lupa forma una imagen virtual y derecha del objeto, encontrándose la imagen en el punto próximo del ojo.



Combinando las fórmulas de Gauss y del aumento, obtenemos:

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s}$$

$$\text{Aumento} = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = s'\left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{f'}\right) = 1 - \frac{s'}{f'} \text{ ; luego:}$$

$$\boxed{\text{Aumento} = 1 - \frac{-0,250}{0,050} = 6 \text{ : RESULTADO}}$$

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

Un objeto luminoso de 3 cm de altura está situado a 20 cm de una lente divergente de potencia −10 dioptrías. Determine:

a) la distancia focal de la lente;
b) la posición de la imagen;
c) la naturaleza y el tamaño de la imagen;
d) la construcción geométrica de la imagen.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 2001)

SOLUCIÓN:

La distancia focal -imagen- es, por definición, inversa de la potencia:

$$\boxed{f' = \frac{1}{P} = \frac{1}{-10} = -0{,}10 \text{ m} \quad : \quad \text{RESULTADO}}$$

La fórmula de Gauss de las lentes delgadas nos permite calcular la posición de la imagen: s':

$$P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} \; ; \; -10 = \frac{1}{s'} - \frac{1}{-0{,}20} \; ;$$ despejando queda:

$$\boxed{s' = -6{,}67 \times 10^{-2} \text{ m} \quad : \text{RESULTADO}}$$

El aumento de la lente vale:

$$A = \frac{s'}{s} = \frac{-6{,}67 \times 10^{-2}}{-20 \times 10^{-2}} = \frac{1}{3}$$: objeto triple que la imagen

RESULTADO

Construcción geométrica:

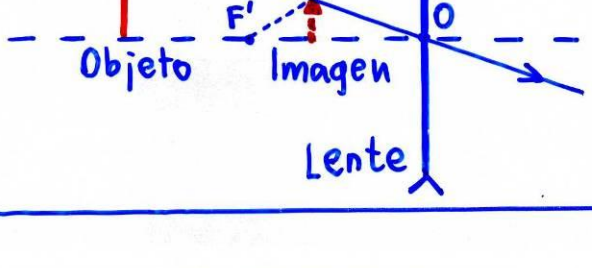


Imagen: virtual
menor ($\frac{1}{3}$)
derecha

RESULTADOS

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

Un objeto de 1 cm de altura se sitúa a 15 cm delante de una lente convergente de 10 cm de distancia focal.

a) Determine la posición, tamaño y naturaleza de la imagen formada, efectuando su construcción geométrica.

b) ¿A qué distancia de la lente anterior habría que colocar una segunda lente convergente de 20 cm de distancia focal para que la imagen final se formara en el infinito?.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 2003)

SOLUCIÓN.-

Las fórmulas de Gauss y del aumento para lentes delgadas nos dan el siguiente sistema de ecuaciones para la lente 1:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{f_1'} = \dfrac{1}{s_1'} - \dfrac{1}{s_1} \\ A_1 = \dfrac{y_1'}{y} = \dfrac{s_1'}{s_1} \end{cases} ; \quad \begin{cases} \dfrac{1}{0{,}10} = \dfrac{1}{s_1'} - \dfrac{1}{-0{,}15} \\ \dfrac{y_1'}{0{,}01} = \dfrac{s_1'}{-0{,}15} \end{cases}$$

cuyas soluciones son:

$s_1' = 0{,}30\,m$; $s_1' > 0 \rightarrow$ imagen real

$y_1' = -0{,}02\,m$; $A = -2 \rightarrow$ imagen doble e invertida

RESULTADO

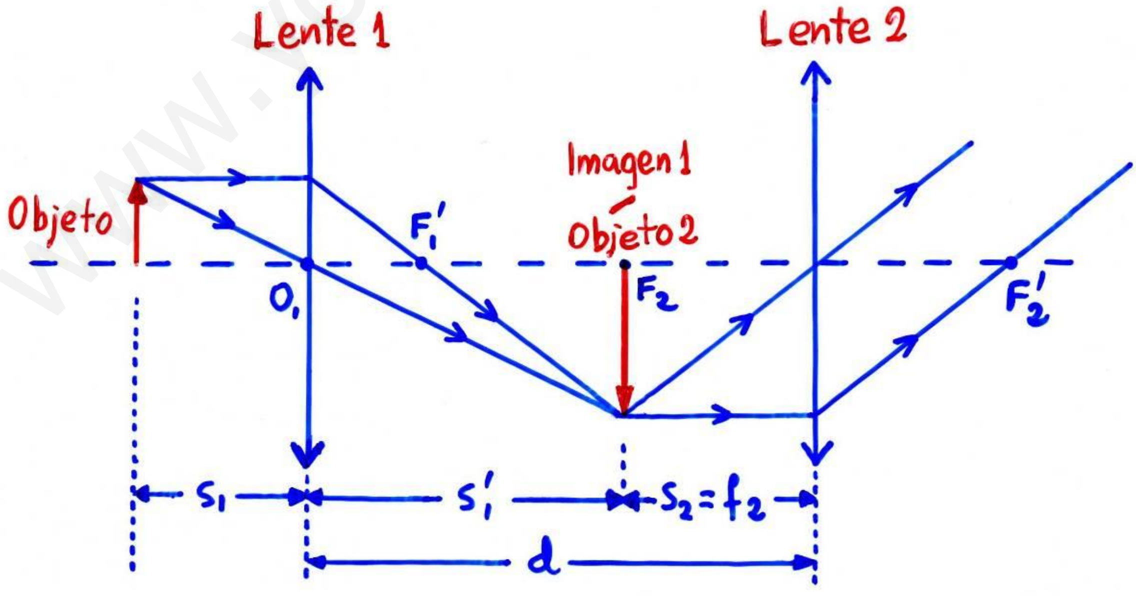
Si a continuación de la primera lente colocamos otra, para que no se forme imagen final -dicha imagen se forme en el infinito- la imagen dada por la primera lente, que sirve de objeto para la segunda, ha de estar en el foco objeto de dicha segunda lente; dado que para ésta su distancia focal imagen vale: $f'_2 = 0{,}20\ m$, su distancia focal objeto es:

$f_2 = -0{,}20\ m$, es decir: la imagen dada por la primera lente / objeto para la segunda está 0,30 m delante de la primera lente y 0,20 m detrás de la segunda, luego:

la separación entre las dos lentes es:

$$|d| = s'_1 + |f_2| = 0{,}30 + 0{,}20 = 0{,}50\ m \quad : \text{RESULTADO}$$

La construcción geométrica que ilustra todo lo anterior es:



FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

Un sistema óptico está formado por dos lentes delgadas convergentes, de distancias focales 10 cm la primera y 20 cm la segunda, separadas por una distancia de 60 cm. Un objeto luminoso de 2 mm de altura está situado 15 cm delante de la primera lente.

a) Calcule la posición y el tamaño de la imagen final del sistema.

b) Efectúe la construcción geométrica de la imagen mediante el trazado de rayos correspondiente.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 2005)

SOLUCIÓN:-

Aplicando las ecuaciones de Gauss y del aumento para lentes delgadas a la primera lente, con el criterio de signos, tenemos:

Datos:

Tamaño del objeto: $y = 2\,mm = 2\times10^{-3}\,m$

Distancia objeto: $s_1 = -15\,cm = -0{,}15\,m$

Distancia focal imagen: $f_1' = 10\,cm = 0{,}10\,m$
(positiva, ya que la lente es convergente)

Tamaño de la imagen: y_1'

Distancia imagen: s_1'

Aumento: A_1

$$\begin{cases} \dfrac{1}{s_1'} - \dfrac{1}{s_1} = \dfrac{1}{f_1'} \\ A_1 = \dfrac{y_1'}{y} = \dfrac{s_1'}{s_1} \end{cases} ; \quad \begin{cases} \dfrac{1}{s_1'} - \dfrac{1}{-0{,}15} = \dfrac{1}{0{,}10} \\ \dfrac{y_1'}{2\times10^{-3}} = \dfrac{s_1'}{-0{,}15} \end{cases}$$

La solución a este sistema es:

$s_1' = 0{,}30\,m$; $y_1' = -4\times10^{-3}\,m$

Por lo que hace referencia a la segunda lente, tenemos ahora:

Datos:

Tamaño del "objeto": $y_2 = y'_1 = -4 \times 10^{-3}$ m

Distancia objeto: $s_2 = -(0{,}60 - 0{,}30) = -0{,}30$ m

Distancia focal imagen: $f'_2 = 20$ cm $= 0{,}20$ m

Tamaño de la imagen: y'_2

Distancia imagen: s'_2

Aumento: A_2

El sistema de ecuaciones es ahora:

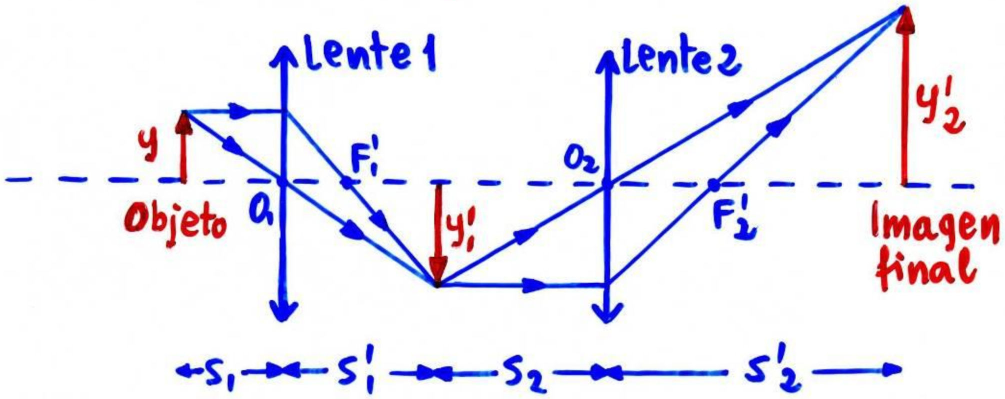
$$\left\{ \begin{array}{l} \dfrac{1}{s'_2} - \dfrac{1}{s_2} = \dfrac{1}{f'_2} \\ A_2 = \dfrac{y'_2}{y_2} = \dfrac{s'_2}{s_2} \end{array} \right. \; ; \; \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{1}{s'_2} - \dfrac{1}{-0{,}30} = \dfrac{1}{0{,}20} \\ \dfrac{y'_2}{-4 \times 10^{-3}} = \dfrac{s'_2}{-0{,}30} \end{array} \right.$$

cuya solución es:

posición de la imagen final: $s'_2 = 0{,}60$ m
(a la derecha, a partir de la segunda lente)

tamaño de la imagen final: $y'_2 = 8 \times 10^{-3}$ m

Construcción geométrica:



RESULTADO

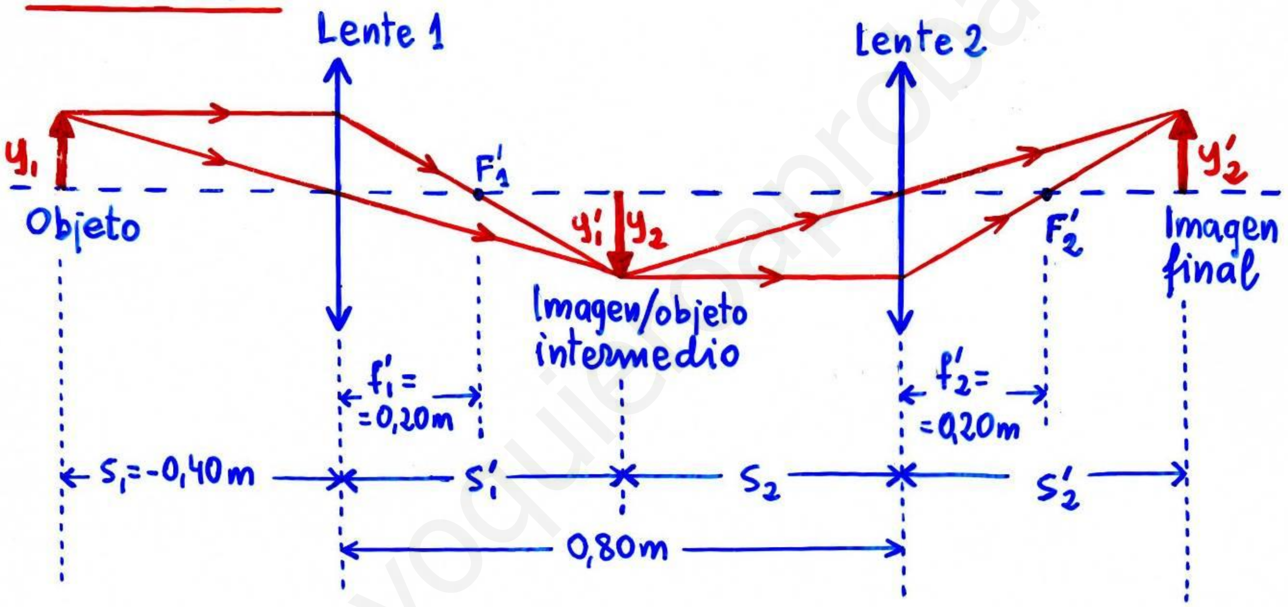
Sea un sistema óptico formado por dos lentes delgadas convergentes de la misma distancia focal (f' = 20 cm), situadas con el eje óptico común a una distancia entre sí de 80 cm. Un objeto luminoso lineal perpendicular al eje óptico, de tamaño y = 2 cm, está situado a la izquierda de la primera lente y dista de ella 40 cm.

a) Determine la posición de la imagen final que forma el sistema óptico y efectúe su construcción geométrica.

b) ¿Cuál es la naturaleza y el tamaño de esta imagen?.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 2001)

SOLUCIÓN:



Aplicando las fórmulas de Gauss y del aumento a la primera lente, encontramos:

$$\frac{1}{f'_1} = \frac{1}{s'_1} - \frac{1}{s_1} \; ; \; \frac{1}{0,20} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{-0,40} \; ; \; s'_1 = 0,40 \text{ m}$$

$$\text{Aumento} = \frac{y'_1}{y_1} = \frac{s'_1}{s_1} = \frac{0,40}{-0,40} = -1 \; ; \; y'_1 = -0,02 \text{ m}$$

La imagen obtenida en la primera lente es **real, igual e invertida**.

Esta primera imagen sirve de objeto para la segunda lente. Aplicando el mismo razonamiento que antes, obtenemos:

$$\frac{1}{f'_2} = \frac{1}{s'_2} - \frac{1}{s_2}; \quad \frac{1}{0{,}20} = \frac{1}{s'_2} - \frac{1}{-0{,}40}; \quad s'_2 = 0{,}40\,m$$

$$\text{Aumento} = \frac{y'_2}{y_2} = \frac{s'_2}{s_2} = \frac{0{,}40}{-0{,}40} = -1; \quad y'_2 = -(-0{,}02) = 0{,}02\,m$$

En definitiva:

Se obtiene una imagen real, igual y derecha, situada 40 cm a la derecha de la segunda lente.

RESULTADO

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

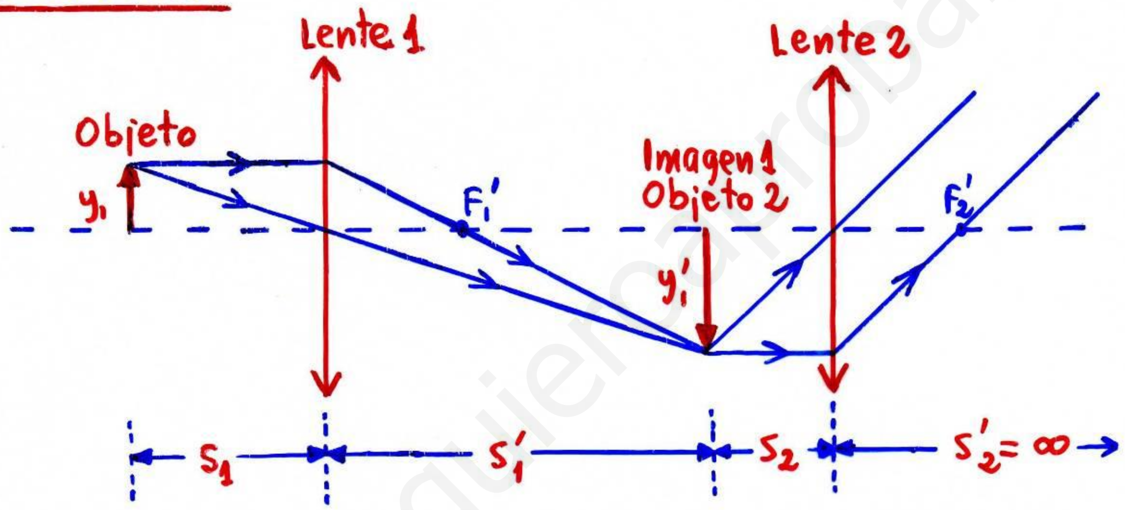
Un sistema óptico centrado está formado por dos lentes delgadas convergentes de igual distancia focal (f' = 10 cm) separadas 40 cm. Un objeto lineal de altura 1 cm se coloca delante de la primera lente a una distancia de 15 cm. Determine:

a) la posición, el tamaño y la naturaleza de la imagen formada por la primera lente;

b) la posición de la imagen final del sistema, efectuando su construcción geométrica.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 2002)

SOLUCIÓN:



Con las fórmulas de Gauss y del aumento para una lente delgada planteamos el siguiente sistema de ecuaciones, en la lente 1:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{f_1'} = \dfrac{1}{s_1'} - \dfrac{1}{s_1} \\ \dfrac{y_1'}{y_1} = \dfrac{s_1'}{s_1} \end{cases} ; \quad \begin{cases} \dfrac{1}{0{,}10} = \dfrac{1}{s_1'} - \dfrac{1}{-0{,}15} \\ \dfrac{y_1'}{0{,}01} = \dfrac{s_1'}{-0{,}15} \end{cases} ; \text{ la solución es:}$$

$s_1' = +0{,}30\,m \rightarrow$ imagen real $(s_1' > 0)$

$y_1' = -0{,}02\,m \rightarrow \begin{cases} \text{imagen mayor } (|y_1'| > y_1) \\ \text{imagen invertida } (y_1' < 0) \end{cases}$

RESULTADO

En la figura vemos que:

$|s'_1| + |s_2| = 0{,}30 + |s_2| = 0{,}40$; $|s_2| = 0{,}10\ m$; $s_2 = -0{,}10\ m$.

Al estar la imagen 1 - formada por la primera lente -, - objeto 2, para la segunda lente - en el foco objeto de esta segunda lente:

$\boxed{\text{en dicha segunda lente no se forma imagen final, ya que: } s'_2 = +\infty \text{. RESULTADO}}$

Podemos comprobarlo numéricamente, con la ecuación de Gauss aplicada en la lente 2:

$$\frac{1}{f'_2} = \frac{1}{s'_2} - \frac{1}{s_2}\ ;\ \frac{1}{0{,}10} = \frac{1}{s'_2} - \frac{1}{-0{,}10}\ ;\ s'_2 = +\infty .$$

Un sistema óptico está formado por dos lentes convergentes, la primera de potencia: 5 dioptrías y la segunda de 4 dioptrías; ambas están separadas 85 cm y tienen el mismo eje óptico. Se sitúa un objeto de tamaño: 2 cm delante de la primera lente, perpendicular al eje óptico, de manera que la imagen formada por ella es real, invertida y de doble tamaño que el objeto.

a) Determine las distancias focales de cada una de las lentes.
b) Determine la distancia del objeto a la primera de las lentes.
c) ¿Dónde se formará la imagen final?.
d) Efectúe un esquema gráfico, indicando el trazado de los rayos.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 2010 -Fase Específica-)

SOLUCIÓN.-

La distancia focal imagen: f' es el inverso de la potencia, es decir:

$$\boxed{f'_1 = \frac{1}{P_1} = \frac{1}{5} = 0{,}20\,m \quad ; \quad f'_2 = \frac{1}{P_2} = \frac{1}{4} = 0{,}25\,m \quad \text{RESULTADO}}$$

Con las fórmulas de Gauss -distancias- y del aumento lateral, planteamos este sistema, para la primera lente:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{s'_1} - \dfrac{1}{s_1} = P_1 = 5 \\ A = -2 = \dfrac{s'_1}{s_1} \end{cases}$$

La solución a este sistema es:

$$\boxed{s_1 = -0{,}30\,m \ : \ \text{RESULTADO}}$$

$$s'_1 = 0{,}60\,m$$

La imagen formada por esta primera lente se halla 0,60m detrás de ella y, en consecuencia, a $0{,}85\,m - 0{,}60\,m = 0{,}25\,m$ delante de la segunda lente, es decir, en el foco objeto de la segunda lente.

Derivado de esto último,

la segunda lente no forma imagen

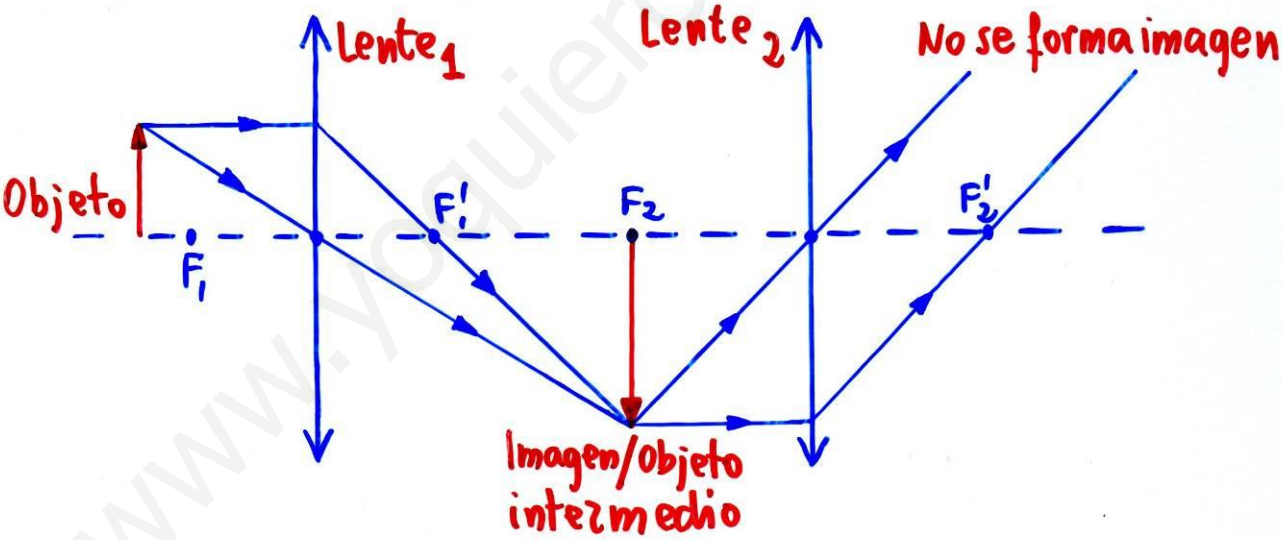
RESULTADO

o, dicho en otras palabras, la imagen final se forma en el infinito, como puede comprobarse aplicando la fórmula de Gauss a la segunda lente:

$s_2 = -0{,}25\,m$

$$\frac{1}{s'_2} - \frac{1}{s_2} = \frac{1}{s'_2} - \frac{1}{-0{,}25} = P_2 = 4 \; ; \quad s'_2 = +\infty$$

La construcción geométrica que muestra el trazado de los rayos es la siguiente:



Al final, los rayos salientes van paralelos.

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

Un sistema óptico está formado por dos lentes: la primera es convergente y con distancia focal de 10 cm; la segunda, situada a 50 cm de distancia de la primera, es divergente y con 15 cm de distancia focal. Un objeto de tamaño 5 cm se coloca a una distancia de 20 cm delante de la lente convergente.

a) Obtenga gráficamente mediante el trazado de rayos la imagen que produce el sistema óptico.
b) Calcule la posición de la imagen producida por la primera lente.
c) Calcule la posición de la imagen producida por el sistema óptico.
d) ¿Cuál es el tamaño y la naturaleza de la imagen final formada por el sistema óptico?.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 2008)

SOLUCIÓN.-

Mediante las fórmulas de las lentes delgadas:

- Distancias -Gauss-: $\dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{s}$

- Aumento lateral: $A = \dfrac{y'}{y} = \dfrac{s'}{s}$

obtenemos las características de las imágenes que forma cada lente:

- **Imagen formada por la primera lente.-**

$$\begin{cases} \dfrac{1}{0{,}10} = \dfrac{1}{s'_1} - \dfrac{1}{-0{,}20} \\[2ex] A_1 = \dfrac{y'_1}{0{,}05} = \dfrac{s'_1}{-0{,}20} \end{cases}$$

Solución al sistema.-

$\boxed{s'_1 = 0{,}20\ m\ :\ \text{RESULTADO}}$

$A_1 = -1$

$y'_1 = -0{,}05\ m$

• Imagen formada por la segunda lente -Imagen final dada por el sistema óptico- :

$$s_2 = -0{,}50 - (-0{,}20) = -0{,}30 \text{ m}.$$

$$\begin{cases} \dfrac{1}{-0{,}15} = \dfrac{1}{s'_2} - \dfrac{1}{-0{,}30} \\[2ex] A_2 = \dfrac{y'_2}{-0{,}05} = \dfrac{s'_2}{-0{,}30} \end{cases}$$

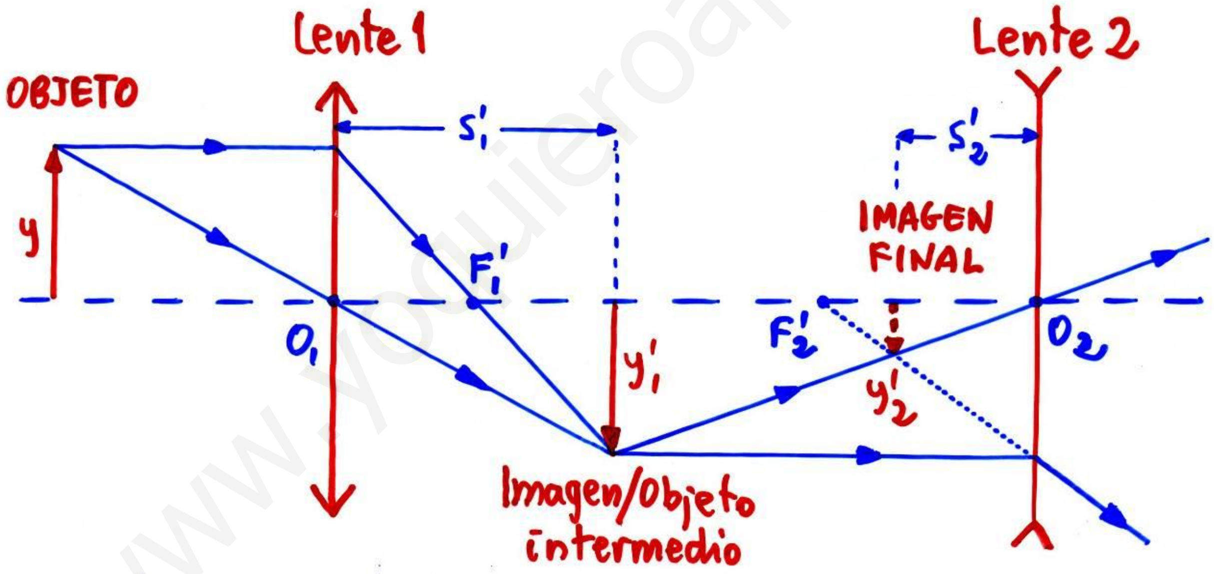
Solución al sistema.-

$$\boxed{s'_2 = -0{,}10 \text{ m} : \text{RESULTADO}}$$

$$A_2 = \frac{1}{3}$$

$$\boxed{y'_2 = -1{,}67 \times 10^{-2} \text{ m} : \text{RESULTADO}}$$

La marcha de los rayos es:



De los resultados numéricos y de la construcción geométrica mostrada observamos que:

La imagen final formada por el sistema de las dos lentes es virtual, menor -la tercera parte- e invertida con respecto al objeto inicial : RESULTADO