

1.- a) (1 pto) Demuestra la propiedad de los logaritmos que dice que:

$$\log_a(M^n) = n \cdot \log_a M$$

b) (1 pto) Calcula "x" en: B1) $\log_{\frac{1}{a}} a^2 = x$ B2) $\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} x = -2$

2.- a) (1 pto) Resolver la ecuación: $2 \left(\frac{2x}{x} \right) = 7 \left(\frac{2x-2}{x-1} \right)$

b) (2 ptos) Hallar el término independiente del desarrollo: $\left(2y^3 - \frac{3}{y^4} \right)^{14}$

3.- a) (1 pto) Simplifica la expresión: $\left(\frac{2x-8x^2}{16x^2-1} \cdot \frac{16x^2+8x+1}{6x} \right) : \left(\frac{16x^2-4x-2}{48x^2+12x} \right) =$

b) (1 pto) Resuelve la siguiente ecuación: $3^{x^2+5x-4} \cdot 9^{2x+3} = 27^{x-1}$

4.- a) (1 pto) Sabiendo que $\log_2 V = p$ calcular dejando el resultado en función de

$$"p": \log_2 \frac{V}{8} - \log_2 \frac{16}{\sqrt[4]{V^3}} + \log_2 (32V)$$

b) (2 ptos) Resuelve por el método de Gauss y clasifica el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 2x + y + 4z = 1 \\ -x + 3y + z = -3 \\ x - 2y + z = 0 \end{cases}$$

① a) $\log_a(M^n) = n \cdot \log_a M$ (ver apuntes de teoría)

b) $\log_{\frac{1}{a}} a^2 = x \Rightarrow \left(\frac{1}{a}\right)^x = a^2 = \left(\frac{1}{a}\right)^{-2} \Rightarrow \boxed{x = -2}$

b2) $\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} x = -2 \Rightarrow \boxed{x = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-2} = (\sqrt{2})^2 = 2}$

② a) $2 \cdot \binom{2x}{x} = 7 \cdot \binom{2x-2}{x-1} \Rightarrow 2 \cdot \frac{(2x)!}{x! \cdot x!} = 7 \cdot \frac{(2x-2)!}{(x-1)! \cdot (x-1)!}$

Multiplicamos en cruz: $2 \cdot (2x)! \cdot (x-1)! \cdot (x-1)! = 7 \cdot (2x-2)! \cdot x! \cdot x!$

$2 \cdot (2x) \cdot (2x-1) \cdot \cancel{(2x-2)!} \cdot \cancel{(x-1)!} \cdot \cancel{(x-1)!} = 7 \cdot \cancel{(2x-2)!} \cdot x \cdot \cancel{(x-1)!} \cdot x \cdot \cancel{(x-1)!}$
Como $x > 1$ por como están definidos los n° combinatorios de partida
($2x-2 \neq 0$) entonces podemos dividir los 2 miembros por $(x-1)!$ y $(2x-2)!$

$2 \cdot 2x(2x-1) = 7 \cdot x \cdot x \Rightarrow 8x^2 - 4x = 7x^2 \Rightarrow x^2 - 4x = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow \text{NO VALE!! } (\cancel{x} \binom{-2}{-1}) \\ x-4=0 \Rightarrow \boxed{x=4} \end{cases}$

b) $T_{\text{ind}}? \quad T_k = (-1)^{k-1} \binom{n}{k-1} a^{n-k+1} \cdot b^{k-1}$ pues $\left(2y^3 - \frac{3}{y^4}\right)^{14}$

$T_k = (-1)^{k-1} \binom{14}{k-1} (2y^3)^{15-k} \cdot \left(\frac{3}{y^4}\right)^{k-1}$

Como T_{ind} tiene y^0 , solo trabajamos con y :

$(y^3)^{15-k} \cdot \left(\frac{1}{y^4}\right)^{k-1} = y^{45-3k} \cdot (y^{-4})^{k-1} = y^{45-3k} \cdot y^{-4k+4} = y^{49-7k}$

$y^0 = y^{49-7k} \Rightarrow 0 = 49-7k \Rightarrow 7k = 49 \Rightarrow \underline{k=7}$

$T_{\text{ind}} = T_7 = \underbrace{(-1)^6}_{+} \cdot \binom{14}{6} 2^8 \cdot 3^6 \cdot \underbrace{y^0}_{\text{se sabe}} = 3003 \cdot 256 \cdot 729 = \boxed{560.431.872}$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{3} \text{ a) } & \left(\frac{2x-8x^2}{16x^2-1} \cdot \frac{16x^2+8x+1}{6x} \right) : \left(\frac{16x^2-4x-2}{48x^2+12x} \right) = \\
 & = \left(\frac{2x \cdot \overset{(-1)}{\cancel{1-4x}}}{(4x+1)\cancel{(4x-1)}} \cdot \frac{16 \cdot (x+\frac{1}{4})^2}{6x} \right) : \left(\frac{16 \cdot (x-\frac{1}{2})(x+\frac{1}{4})}{12x(4x+1)} \right) = \\
 & = \left(\frac{-2x}{4x+1} \cdot \frac{4^2 \cdot (x+\frac{1}{4})^2}{6x} \right) : \left(\frac{4(x-\frac{1}{2}) \cdot 4(x+\frac{1}{4})}{12x(4x+1)} \right) = \\
 & = \left(\frac{\cancel{-2x}}{\cancel{4x+1}} \cdot \frac{(4x+1)^2}{\cancel{6x}_3} \right) : \left(\frac{(4x-2)(4x+1)}{12x(4x+1)} \right) = \boxed{\frac{-2x(4x+1)}{(2x-1)}} \\
 & = \frac{(-1)(4x+1)}{3} : \frac{4x-2}{12x} = \frac{-4x(4x+1)}{3(4x-2)} = \frac{-2x(4x+1)}{(2x-1)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } & 3^{x^2+5x-4} \cdot 9^{2x+3} = 27^{x-1} \Rightarrow 3^{x^2+5x-4} \cdot (3^2)^{2x+3} = (3^3)^{x-1} \Rightarrow \\
 & \Rightarrow 3^{x^2+5x-4} \cdot 3^{4x+6} = 3^{3x-3} \Rightarrow 3^{x^2+9x+2} = 3^{3x-3} \Rightarrow \\
 & \Rightarrow x^2+9x+2 = 3x-3 \Rightarrow x^2+6x+5=0 \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 = -5 \\ x_2 = -1 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{No hace falta} \\ \text{comprobar por} \\ \text{ser exponencial} \\ \text{sin logaritmos.} \end{array}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{4} \text{ a) } & \log_2 V = P \\
 & \log_2 \frac{V}{8} - \log_2 \frac{16}{\sqrt[4]{V^3}} + \log_2 (32V) = \log_2 V - \log_2 8 - (\log_2 16 - \log_2 \sqrt[4]{V^3}) + \\
 & + \log_2 32 + \log_2 V = P - 3 - (4 - \frac{3}{4} \cdot \log_2 V) + 5 + P = \\
 & = P - 3 - 4 + \frac{3}{4} P + 5 + P = 2P + \frac{3}{4} P - 2 = \boxed{\frac{11}{4} P - 2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } & \begin{cases} 2x+y+4z=1 \\ -x+3y+z=-3 \\ x-2y+z=0 \end{cases} \xrightarrow{E_1 \leftrightarrow E_3} \begin{cases} x-2y+z=0 \\ -x+3y+z=-3 \\ 2x+y+4z=1 \end{cases} \xrightarrow{\begin{array}{l} E_2+E_1 \\ E_3-2E_1 \end{array}} \begin{cases} x-2y+z=0 \\ y+2z=-3 \\ 5y+2z=1 \end{cases} \xrightarrow{E_3-5E_2} \\
 \rightarrow & \begin{cases} x-2y+z=0 \\ y+2z=-3 \\ -8z=16 \end{cases} \Rightarrow \underline{z = -2} \\
 & x-2 \cdot 1-2=0 \Rightarrow x-4=0 \Rightarrow \underline{x=4}
 \end{aligned}$$

$$\boxed{S_0(4, 1, -2)}$$

Sist. Compatible Determinado