EXAMEN: GEOMETRÍA ANALÍTICA PLANA

EJERCICIO 1 **Halla la ecuación continua de la recta que es paralela a $3x - 4y + 1 = 0$ y pasa por el punto de intersección de las rectas:**

$$r: \begin{cases} x = 4 - 2t \\ y = 3 + 5t \end{cases} \qquad s: x - 2y + 2 = 0$$

EJERCICIO 2 **Halla el área del triángulo ABC siendo A = (-1, -3), B (1,2) y C (4 , -1)**

EJERCICIO 3 **Dadas las rectas r, de ecuación $-mx + 4y - 1 = 0$ y s, de ecuación**

$(m - 1)x - my + 2 = 0$, determina m para que r y s sean a) paralelas b) perpendiculares

EJERCICIO 4 **Los puntos A(3, -2) y C(7,4) son vértices opuestos de un rectángulo ABCD que tiene un lado paralelo a la recta $6x - y + 2 = 0$. Halla los otros vértices.**

EJERCICIO 5 **Halla las coordenadas del punto simétrico del punto P (0 , 2) con respecto a la recta $y = 2x - 1$**

EJERCICIO 6 **Halla la ecuación de la recta que pasa por P (1, 0) y forma un ángulo de 30º con la recta $x - 3y - 1 = 0$**

EJERCICIO 7 **El lado desigual de un triángulo isósceles tiene por extremos los puntos A(0 , 2) y B (4, 3) . Determina el vértice C sabiendo que está en la recta $y = x + 5$**

Recomendación : En Geometría es recomendable hacer una gráfica para entender bien la situación.

Ejercicio	1	2	3	4	5	6	7
Valor	*1,25*	*1,5*	*1,25*	*1,5*	*1,5*	*1,5*	*1,5*
Calificación							

SOLUCIONES

EJERCICIO 1 Calculamos el punto de intersección de r y s escribiendo previamente r en su forma general :

r : $5x + 2y - 26 = 0$

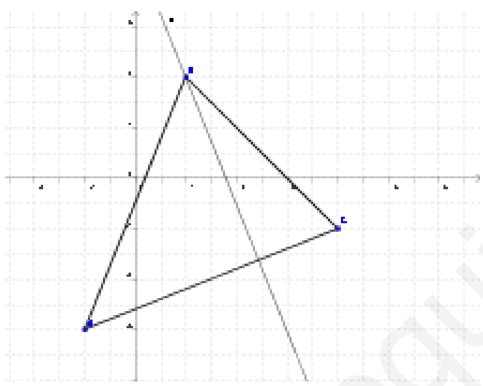
s : $x - 2y + 2 = 0$

$6x - 24 = 0 \quad x = 24/6 = 4 \quad x + 2 = 2y \quad 6 = 2y \quad 3 = y \quad P(4, 3)$

El vector director de la recta pedida es el vector director de $3x - 4y + 1 = 0$ $\vec{u} = (4, 3)$

La ecuación pedida es : $\frac{x-4}{4} = \frac{y-3}{3}$

EJERCICIO 2 Base = $|\overrightarrow{AC}| = |(5, 2)| = \sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{29}$



Calculamos la ecuación de la recta que pasa por A y C : $\frac{x+1}{5} = \frac{y+3}{2} \rightarrow$ r : $2x - 5y - 13 = 0$

La altura del triángulo es d (B , r)

$d = \frac{|2.1-5.2-13|}{\sqrt{25+4}} = \frac{21}{\sqrt{29}}$

El área del triángulo es $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{29} \cdot \frac{21}{\sqrt{29}} = \mathbf{\frac{21}{2}}$

EJERCICIO 3

a) Para que sean paralelas : $\frac{-m}{m-1} = \frac{4}{-m} \rightarrow m^2 = 4m - 4 \rightarrow m^2 - 4m + 4 = 0 \rightarrow \mathbf{m = 2}$

b) Para que sean perpendiculares : $-m(m - 1) + 4(-m) = 0 \quad -m^2 - 3m = 0 \rightarrow$ **m = 0, -3**

EJERCICIO 4 Ecuación de la paralela a $6x - y + 2 = 0$ por A :

r : $6x - y - 20 = 0$

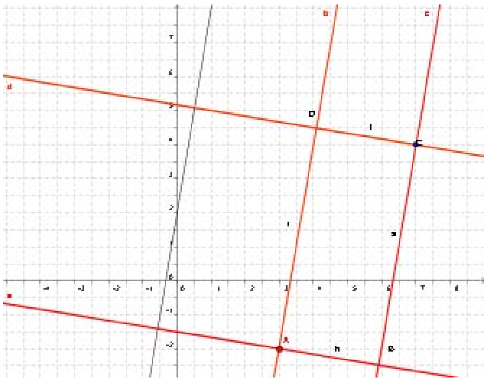
Perpendicular a r por C :

t : $x + 6y - 31 = 0$

Resolviendo el sistema formado por las rectas r y t tenemos el punto **D** $\left(\mathbf{\frac{151}{37}}, \mathbf{\frac{166}{37}}\right)$

Ecuación de la paralela a $6x - y + 2= 0$ por C :

S : 6x – y – 38 = 0



Perpendicular a s por A :

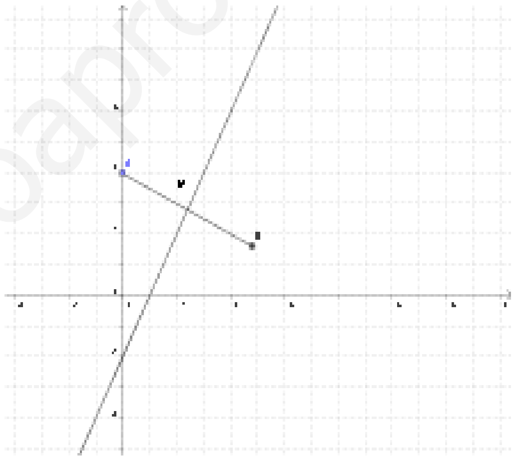
H : x + 6y + 9 = 0

Resolviendo el sistema formado por h y por s tenemos **B =** $\left(\frac{\mathbf{219}}{\mathbf{37}}, -\frac{\mathbf{92}}{\mathbf{37}}\right)$

EJERCICIO 5

Llamamos B (m , n) al punto simétrico. La recta y = 2x – 1 es la mediatriz del segmento AB luego si $\overrightarrow{AB}$ = (m,n-2) ,

a. $\overrightarrow{AB}$ es perpendicular a $\vec{u}(1,2)$
b. El punto medio M de A y B está en y = 2x-1



De las dos condiciones obtenemos las ecuaciones :

m + 2n – 4 = 0

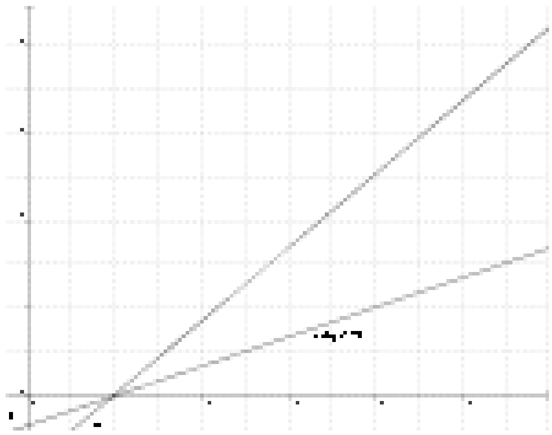
$\frac{n+2}{2} = 2\,\frac{m}{2} - 1$

Resolviendo el sistema, obtenemos

B $\left(\frac{\mathbf{12}}{\mathbf{5}}, \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{5}}\right)$

EJERCICIO 6 La recta x – 3y – 1 = 0 pasa por el punto (1, 0). Calculamos el ángulo que forma con el eje de abscisas : $\vec{u}$ (3 , 1) , $\vec{\imath}$ (1, 0)

Cos $(\vec{u}, \vec{\imath}) = \frac{3\cdot 1+1\cdot 0}{\sqrt{10}\sqrt{1}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$ = 0,9487

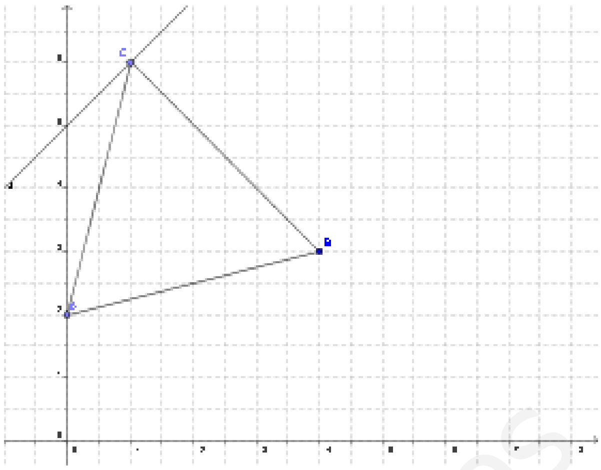


El ángulo mide 18º, luego la recta pedida forma un ángulo de 30º + 18º = 48º con el eje X y su ecuación sería :

Y – 0 = tg48º(x – 1)

y = 0,84 (x – 1)

EJERCICIO 7



Para que el triángulo sea isósceles

$|\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{AC}|$

C es un punto de la recta y = x + 5

luego C = (a , a + 5)ç

$\overrightarrow{AC}$ = (a , a + 3)

$\overrightarrow{BC} = (a-4, a+2)$

$a^2 + (a+3)^2 = (a-4)^2 + (a+2)^2$

9 + 6a = - 4a + 20   10a = 11   a = 11/10 = 1,1   **C = (1.1 , 6,1)**