EXAMEN MATEMÁTICAS: TRIGONOMETRÍA Y COMPLEJOS

EJERCICIO 1 Cuando Juan está situado a 87 m de un pino, ve a éste bajo un ángulo de elevación de 25° y retrocediendo un poco, este ángulo se reduce en 3°. ¿Qué distancia hay entre el pino y Juan desde la nueva posición?

(1,5 puntos)

EJERCICIO 2 Demuestra, sin utilizar decimales, que $\frac{sen75°-sen15°}{cos75°+cos15°}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

(1,5 puntos)

EJERCICIO 3 Encuentra las soluciones de $z^3 + 8i = 0$.

(1 punto)

EJERCICIO 4 Dado el complejo $z = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$,

a) Halla z^6 en forma binómica.

b) Halla un complejo w tal que $\frac{w}{z} = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i$

(1 +1 puntos)

EJERCICIO 5 Demuestra la identidad :

$$\text{sen}3\alpha = 3\text{sen}\alpha - 4\text{sen}^3\alpha$$

(1,5 puntos)

EJERCICIO 6 Resuelve la ecuación **4cos2x +3cosx=1**

(1,25 puntos)

EJERCICIO 7 Determina dos números reales x e y para que se verifique : $\frac{-4+xi}{2-3i} = y - 2i$

(1,25 puntos)

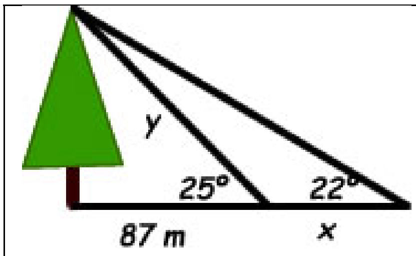
==

CALIFICACIÓN EJERCICIO : ……………………………………

CALIFICACIÓN ACTUAL DEL CURSO : ……………………….

SOLUCIONES

EJERCICIO 1 *Cuando Juan está situado a 87 m de un pino, ve a éste bajo un ángulo de elevación de 25° y retrocediendo un poco, este ángulo se reduce en 3°. ¿A qué distancia está el pino de Juan desde la nueva posición?*



Calculamos y: $\cos 25° = \frac{87}{y} \rightarrow y = \frac{87}{\cos 25°} = 95{,}99\text{m}$

Aplicamos el teorema del seno:

$$\frac{sen3°}{x} = \frac{sen22°}{95{,}99}$$

$$x = \frac{95{,}99\ .sen3°}{sen22°} = 13{,}41\text{ m}$$

Juan se encuentra a 100,41 m del pino

EJERCICIO 2 *Demuestra, sin utilizar decimales, que* $\frac{sen75°-sen15°}{cos75°+cos15°} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

sen (x + y) = senxcosy + cosxseny

sen (x – y) = senxcosy –cosxseny

sen(x + y) - sen(x – y) = 2cosxseny

x + y = 75

x – y = 15

2x = 90 x = 45 y = 30

sen75° - sen15° = 2cos45°sen30°= cos45°

cos(x + y) = cosxcosy - senxseny

cos(x – y) = cosxcosy + senxseny

cos(x + y) + cos(x – y) = 2cosxcosy

EL sistema es el mismo luego:

cos75° + cos15° = 2cos45°cos30°

$$\frac{sen75°-sen15°}{cos75°+cos15°} = \frac{cos45°}{2cos45°cos30°} = \frac{1}{2cos30°} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

EJERCICIO 3 *Encuentra las soluciones de* $z^3 + 8i = 0$.

$Z^3 = -8i \rightarrow z = \sqrt[3]{-8i}$; $-8i = 8_{270°}$; el módulo de todas las raices cúbicas sería 2;

$\beta = \frac{270+360k}{3}$; k = 0, β= 90° ; k = 1, β = 210° ; k = 2, β= 330°

Las raices son: $2_{90°}, 2_{210°}, 2_{330°}$

EJERCICIO 4 *Dado el complejo* $z = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$,

a) Halla z^6 *en forma binómica.*

b) *Halla un complejo* w *tal que* $\frac{w}{z} = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{i}$

Pasamos z a polares : z = $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)_{315^\circ}$

a) $z^6 = \left(\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)_{315^\circ}\right)^6 = \left(\frac{1}{8}\right)_{1890^\circ} = \left(\frac{1}{8}\right)_{90^\circ} = \frac{1}{8}(\cos 90^\circ + i\,\mathrm{sen}90^\circ) = \frac{i}{8}$

b) $w = r_{\alpha}$; $z = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)_{315^\circ}$; $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{i} = 1_{45^\circ}$

$w = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)_{315^\circ} \cdot 1_{45^\circ} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)_{0^\circ}$

EJERCICIO 5 *Demuestra la identidad :*

$$\mathrm{sen}3\alpha = 3\mathrm{sen}\alpha - 4\mathrm{sen}^3\alpha$$

$\mathrm{Sen}3\alpha = \mathrm{sen}(2\alpha + \alpha) = \mathrm{sen}2\alpha\cos\alpha + \cos2\alpha\,\mathrm{sen}\alpha = 2\mathrm{sen}\alpha\cos^2\alpha + (\cos^2\alpha - \mathrm{sen}^2\alpha)\mathrm{sen}\alpha = 2\mathrm{sen}\alpha\cos^2\alpha + \cos^2\alpha\,\mathrm{sen}\alpha - \mathrm{sen}^3\alpha = 3\cos^2\alpha\,\mathrm{sen}\alpha - \mathrm{sen}^3\alpha = 3\mathrm{sen}\alpha(1-\mathrm{sen}^2\alpha) - \mathrm{sen}^3\alpha = 3\mathrm{sen}\alpha - 4\mathrm{sen}^3\alpha$

EJERCICIO 6 *Resuelve la ecuación* **4cos2x +3cosx=1**

$4(\cos^2x - \mathrm{sen}^2x) + 3\cos x - 1 = 0$; $4\cos^2x - 4(1 - \cos^2x) + 3\cos x - 1 = 0$;

$4\cos^2x - 4 + 4\cos^2x + 3\cos x - 1 = 0$; $8\cos^2 x + 3\cos x - 5 = 0$

$\mathrm{Cos}x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+160}}{16} = 5/8$ y -1

$\mathrm{Cos}x = -1 \rightarrow x = 180^\circ$

$\mathrm{Cos}x = 5/8 \rightarrow x = 51^\circ$ y $x = 309^\circ$

EJERCICIO 7 *Determina dos números reales* x *e* y *para que se verifique :* $\frac{-4+xi}{2-3i} = y - 2i$

$-4 + xi = (y - 2i)(2 - 3i)$; $-4 + xi = 2y - 3yi - 4i - 6$; $-4 + xi = (2y - 6) + i(-3y - 4)$;

$2y - 6 = -4 \quad 2y = 2$; $y = 1$

$-3y - 4 = x \quad -3 - 4 = -7$