EXAMEN ARITMÉTICA Y ÁLGEBRA

1.- Efectúa las siguientes operaciones expresando el resultado en forma radical :

a) $\frac{\sqrt{27}\cdot\sqrt[5]{9}}{9\cdot\sqrt[3]{81}}$ *0,75 puntos*

b) $\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \frac{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ *1 punto*

2.- PLANTEA el siguiente problema mediante un SISTEMA de ecuaciones y halla la solución mediante el MÉTODO DE GAUSS: 1,5 puntos

En un cajero hay billetes de 10, 20 y 50 euros. En total hay 160 billetes, 3600 euros y además hay tantos billetes de 20 como de 10 y de 50 juntos. ¿Cuántos billetes hay de cada clase?

3.- a) Opera y simplifica el resultado: $\frac{x^2-1}{x^2-2x} \div \frac{x+1}{x}$ *1 punto*

b) **Simplifica :** $\frac{(2x+1)(x-1)^3-4x(x-1)^4}{(x-1)^4}$ *1 punto*

4.- Resuelve las siguientes ecuaciones :

a) $\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-2} = \frac{1}{x^2-4}$ *0,75 puntos*

b) $2^{x+2} + 6\cdot 2^{x-1} - 7=0$ *0,75 puntos*

c) $\sqrt{x-1} + \sqrt{x+4} = 5$ *0,75 puntos*

5. -**Si loga = 0,2 y logb = 1,8 , calcula el valor de log**$\frac{a\sqrt{10b}}{b^3}$ *1 punto*

6.- Resuelve la inecuación $\frac{x^2-9}{x} \leq 0$ *0,5 puntos*

7.- Resuelve el sistema :

$$\begin{array}{c} x^2 - y^2 = 11 \\ logx - logy = 1 \end{array}$$

1 punto

SOLUCIONES

EJERCICIO 1

a) $\frac{\sqrt{27}\bullet\sqrt[5]{9}}{9\bullet\sqrt[3]{81}} = \frac{3^{3/2}\bullet 3^{2/5}}{3^2\bullet 3^{4/3}} = \frac{3^{19/10}}{3^{10/3\bullet}} = 3^{-43/30} = \sqrt[30]{3^{-43}}$

b) $\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \frac{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{6}}{2} + \frac{(2\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{(2\sqrt{3}+\sqrt{2})(2\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \frac{3\sqrt{6}}{2} + \frac{14-4\sqrt{6}}{10}$

$= \frac{15\sqrt{6}}{10} + \frac{14-4\sqrt{6}}{10} = \frac{14+11\sqrt{6}}{10}$

EJERCICIO 2

x = billetes de 10 y = billetes de 20 z = billetes de 50

$$\begin{array}{|l|}\hline x+y+z=160 \\ \hline 10x+20y+50z=3600 \\ \hline y=x+z \\ \hline\end{array} \left(\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline 1 & 1 & 1 & 160 \\ \hline 10 & 20 & 50 & 3600 \\ \hline 1 & -1 & 1 & 0 \\ \hline\end{array}\right) \begin{array}{|c|}\hline x10 \\ \hline \square \\ \hline x10 \\ \hline\end{array} \rightarrow \left(\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline 10 & 10 & 10 & 1600 \\ \hline 10 & 20 & 50 & 3600 \\ \hline 10 & -10 & 10 & 0 \\ \hline\end{array}\right)$$

$$\rightarrow \begin{array}{|c|}\hline \square \\ \hline F2-F1 \\ \hline F3-F1 \\ \hline\end{array} \left(\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline 10 & 10 & 10 & 1600 \\ \hline 0 & 10 & 40 & 2000 \\ \hline 0 & -20 & 0 & -1600 \\ \hline\end{array}\right) \begin{array}{|l|}\hline 10x+10y+10z=1600 \\ \hline 10y+40z=2000 \\ \hline -20y=-1600 \\ \hline\end{array} \rightarrow \begin{array}{|l|}\hline x=50 \\ \hline z=30 \\ \hline y=80 \\ \hline\end{array}$$

EJERCICIO 3

a) $\frac{x^2-1}{x^2-2x} \div \frac{x+1}{x} = \frac{(x+1)(x-1)x}{x(x-2)(x+1)} = \frac{x-1}{x-2}$

b) $\frac{(2x+1)(x-1)^3-4x(x-1)^4}{(x-1)^4} = \frac{(x-1)^3((2x+1)-4x(x-1))}{(x-1)^4} = \frac{-4x^2+6x+1}{x-1}$

EJERCICIO 4

a) $\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x-2}=\frac{1}{x^2-4} \rightarrow \frac{x-2}{x^2-4}+\frac{x+2}{x^2-4}=\frac{1}{x^2-4} \rightarrow 2x=1 \rightarrow x=\frac{1}{2}$

b) $2^x\bullet 2^2+6\bullet 2^x\bullet 2^{-1}-7=0 \quad A=2^x \quad 4A+3A-7=0 \quad A=2^x=1 \quad x=0$

c) $\sqrt{x+4}=5-\sqrt{x-1}$ Elevamos a 2 $x+4=25+x-1-10\sqrt{x-1}$

$10\sqrt{x-1}=24+x-x-4=20 \rightarrow \sqrt{x-1}=2$ Volvemos a elevar a 2

$x-1=5 \quad x=5$ Comprobación : $\sqrt{9}=5-\sqrt{4}$ Solución válida

EJERCICIO 5

$$\log\frac{a\sqrt{10b}}{b^3} = \log a(10b)^{1/2} - \log b^3 = \log a + \log(10b)^{1/2} - \log b^3 =$$

$$\log a + \frac{1}{2}(\log 10 + \log b) - 3\log b = 0.2 + \frac{1+1.8}{2} - 3 \bullet 1.8 = -3.8$$

EJERCICIO 6

$x^2 - 9 = 0 \quad x = 3, -3 \qquad x = 0$

$\frac{+}{-} = -$	-3	$\frac{-}{-} = +$	0	$\frac{-}{+} = -$	3	$\frac{+}{+} = +$

Solución : $(-\infty,-3] \cup (0,3]$

EJERCICIO 7

La segunda ecuación puede transformarse en $\log\frac{x}{y} = \log 10 \rightarrow \frac{x}{y} = 10 \rightarrow x = 10y$

Sustituyendo en la primera ecuación : $100y^2 - y^2 = 11 \quad y = \frac{1}{3}$ y $-\frac{1}{3}$

La solución negativa no es válida : $x = \frac{10}{3} \;\; y = \frac{1}{3}$