Probabilidad

1. (3p) Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que la probabilidad de que ambos ocurran simultáneamente es igual a $1/6$ y la probabilidad de que no ocurra ninguno de los dos es igual a $7/12$. Se sabe además que $P(A/B) = 1/2$. Calcúlese:

- **a.** La probabilidad de que ocurra A o B.
- **b.** La probabilidad de que ocurra B si no ha ocurrido A.
- **c.** La probabilidad de que sólo ocurra A.

2. (3p) Sean A y B dos sucesos tales que $P(A) = 0{\acute{}}5$, $P(\bar{B}) = 0{,}4$ y además que los sucesos A y B son independientes. Calcular:

- **a.** $P(B/A)$
- **b.** $P(\bar{A} \cup \bar{B})$
- **c.** $P(\bar{A}/\bar{B})$

3. (2p) Tenemos dos urnas A y B. La urna A contiene 3 bolas rojas y 2 amarillas. La urna B contiene 2 bolas rojas, 4 amarillas y 3 verdes. Se extrae una bola al azar de la urna A y se deposita en la urna B. Seguidamente se extrae una bola al azar de la urna B. Calcúlese la probabilidad de que:

- **a.** Las bolas extraídas sean del mismo color.
- **b.** La bola extraída de la urna A haya sido roja si la bola extraída de la urna B es verde.

4. (2p) Una empresa fabrica bombillas led, halógenas y de bajo consumo. La producción de bombillas halógenas es el triple que las de bajo consumo y la producción de bombillas led es el doble que las halógenas. Los porcentajes de bombillas defectuosas son del 8 % en el caso de bajo consumo, del 6 % para las halógenas y del 2 % para las led. Calcúlese la probabilidad de que al elegir una bombilla al azar:

- **a.** No resulte defectuosa.
- **b.** Sea una bombilla led, si se sabe que ha resultado defectuosa.

SOLUCIÓN

1. Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que la probabilidad de que ambos ocurran simultáneamente es igual a $1/6$ y la probabilidad de que no ocurra ninguno de los dos es igual a $7/12$. Se sabe además que $P(A/B) = 1/2$. Calcúlese:

Los datos son:

$P(A \cap B) = 1/6$

$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 7/12$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A \cup B)$$

$$7/12 = 1 - P(A \cup B)$$

$P(A \cup B) = 1 - 7/12 = 5/12$

$P(A/B) = 1/2$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$1/2 = \frac{1/6}{P(B)}$$

$$P(B) = \frac{1/6}{1/2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

a. La probabilidad de que ocurra A ó B.

$$P(A \cup B) = 5/12$$

b. La probabilidad de que ocurra B si no ha ocurrido A.

$$P(B/\bar{A}) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{1 - P(A)} = \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{6}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$$

Donde $P(A)$:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{5}{12} = P(A) + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}$$

$$P(A) = \frac{5}{12} - \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{5 - 4 + 2}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

c. La probabilidad de que sólo ocurra A.

$$P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{3 - 2}{12} = \frac{1}{12}$$

2. Sean A y B dos sucesos tales que $P(A) = 0´5$, $P(\bar{B}) = 0,4$ y además que los sucesos A y B son independientes. Calcular:

Los datos son:

$P(A) = 0,5$

$P(\bar{B}) = 0,4$

$P(\bar{B}) = 1 - P(B)$

$0,4 = 1 - P(B)$

$P(B) = 1 - 0,4 = 0,6$

Los sucesos A y B son independientes:

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$P(A \cap B) = 0,5 \cdot 0,6 = 0,3$

a. $P(B/A)$

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,3}{0,5} = 0,6$$

b. $P(\bar{A} \cup \bar{B})$

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0,3 = 0,7$$

c. $P(\bar{A}/\bar{B})$

$$P(\bar{A}/\bar{B}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(B)} = \frac{1 - 0,8}{1 - 0,6} = \frac{0,2}{0,4} = 0,5$$

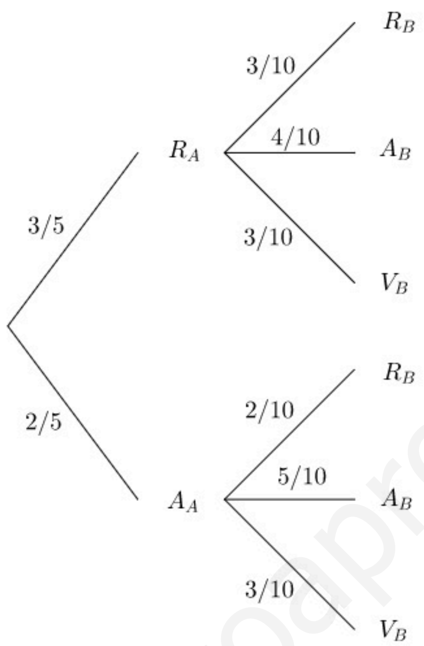
Donde $P(A \cup B)$:

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(A \cup B) = 0,5 + 0,6 - 0,3 = 0,8$

3. Tenemos dos urnas A y B. La urna A contiene 3 bolas rojas y 2 amarillas. La urna B contiene 2 bolas rojas, 4 amarillas y 3 verdes. Se extrae una bola al azar de la urna A y se deposita en la urna B. Seguidamente se extrae una bola al azar de la urna B. Calcúlese la probabilidad de que:

a. Las bolas extraídas sean del mismo color.



$$P(\text{MISMO COLOR}) = P(R_A \cap R_B) + P(A_A \cap A_B) =$$

$$P(R_A)\cdot P(R_B/R_A) + P(A_A)\cdot P(A_B/A_A) = \frac{3}{5}\cdot\frac{3}{10} + \frac{2}{5}\cdot\frac{5}{10} = \frac{9}{50} + \frac{10}{50} = \frac{19}{50} = 0{,}38$$

b. La bola extraída de la urna A haya sido roja si la bola extraída de la urna B es verde.

$$P(R_A/V_B) = \frac{P(V_B/R_A)\cdot P(R_A)}{P(V_B)} = \frac{\frac{3}{10}\cdot\frac{3}{5}}{P(R_A)\cdot P(V_B/R_A) + P(A_A)\cdot P(V_B/A_A)} =$$

$$\frac{\frac{3}{10}\cdot\frac{3}{5}}{\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{10} + \frac{2}{5}\cdot\frac{3}{10}} = \frac{\frac{9}{50}}{\frac{9}{50} + \frac{6}{50}} = \frac{\frac{9}{50}}{\frac{15}{50}} = \frac{3}{5} = 0{,}6$$

4. Una empresa fabrica bombillas led, halógenas y de bajo consumo. La producción de bombillas halógenas es el triple que las de bajo consumo y la producción de bombillas led es el doble que las halógenas. Los porcentajes de bombillas defectuosas son del 8 % en el caso de bajo consumo, del 6 % para las halógenas y del 2 % para las led. Calcúlese la probabilidad de que al elegir una bombilla al azar:

a. No resulte defectuosa.

Las probabilidades de elegir al azar cada uno de los tipos de bombilla son:

Bajo consumo… x

Halógena… 3x

Led… $2 \cdot 3x = 6x$

La suma de las tres probabilidades ha de ser 1, luego:

$$x + 3x + 6x = 1 \quad \rightarrow \quad 10x = 1$$

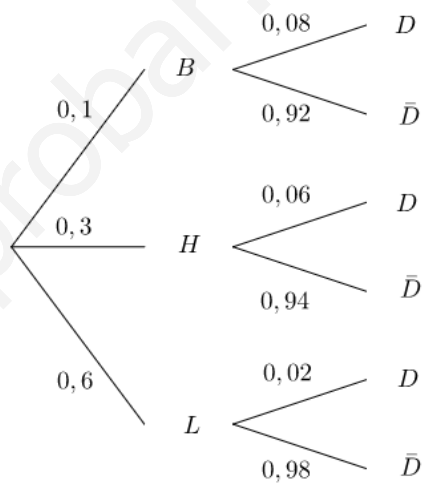
$$x = 0{,}1$$

Las probabilidades resultan, pues:

Bajo consumo… 0,1

Halógena… 0,3

Led… 0,6



$$P(\bar{D}) = P(B) \cdot P(\bar{D}/B) + P(H) \cdot P(\bar{D}/H) + P(L) \cdot P(\bar{D}/L) =$$

$$0{,}1 \cdot 0{,}92 + 0{,}3 \cdot 0{,}94 + 0{,}6 \cdot 0{,}98 = 0{,}092 + 0{,}282 + 0{,}588 = 0{,}962$$

b. Sea una bombilla led, si se sabe que ha resultado defectuosa.

$$P(L/D) = \frac{P(D/L) \cdot P(L)}{P(D)} = \frac{0{,}02 \cdot 0{,}6}{1 - 0{,}962} = \frac{0{,}012}{0{,}038} = \frac{12}{38} = \frac{6}{19} = 0{,}316$$