Júpiter es el planeta de mayor tamaño y masa de todo el Sistema Solar. Su masa es $1{,}899 \cdot 10^{27}$ kg (unas 318 veces mayor que la masa de la Tierra) y su radio es de 71492 km (unas 11 veces el radio terrestre). Una de las lunas de este planeta es Europa, que tiene una masa de $4{,}80 \cdot 10^{22}$ kg y un radio de 1561 km. Europa orbita alrededor de Júpiter con una distancia media entre sus centros de 670900 km. Calcula la fuerza de atracción entre Júpiter y Europa.

Solución

$$670900\ \cancel{km} \cdot \frac{1000\ m}{1\ \cancel{km}} = 6{,}709 \cdot 10^{8}\ m$$

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1{,}899 \cdot 10^{27} \cdot 4{,}80 \cdot 10^{22}}{(6{,}709 \cdot 10^{8})^2} = 1{,}35 \cdot 10^{22}\ N$$

El planeta Marte debe su nombre al dios romano de la guerra, seguramente debido a su color rojo, que recuerda a la sangre.
La masa de Marte es $6{,}42 \cdot 10^{26}$ g y su radio es 3390 km.
a) Calcula la aceleración de la gravedad en la superficie de Marte.
b) Calcula el peso que tiene una roca de masa 352 dag que se encuentra en la superficie de Marte.
c) Calcula la aceleración de la gravedad a una altura de 400 km sobre la superficie de Marte. Compara este valor con la aceleración en la superficie del planeta.
d) Calcula el peso de la roca del apartado b a la altura de 400 km.

Solución

a) $6{,}42 \cdot 10^{26}\ \cancel{g} \cdot \frac{1\ kg}{10^{3}\ \cancel{g}} = 6{,}42 \cdot 10^{23}\ kg$ $\quad$ $3390\ \cancel{km} \cdot \frac{1000\ m}{1\ \cancel{km}} = 3{,}39 \cdot 10^{6}\ m$

$$g_{superficie} = G \cdot \frac{M}{R^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6{,}42 \cdot 10^{23}}{(3{,}39 \cdot 10^{6})^2} = 3{,}73\ {}^{m}/_{s^2}$$

b) $352\ \cancel{dag} \cdot \frac{1\ kg}{100\ \cancel{dag}} = 3{,}52\ kg$

$$P_{superficie} = m \cdot g_{superficie} = 3{,}52 \cdot 3{,}73 = 13{,}1\ N$$

c) $R + h = 3390 + 400 = 3790\ \cancel{km} \cdot \frac{1000\ m}{1\ \cancel{km}} = 3{,}79 \cdot 10^{6}\ m$

$$g_h = G \cdot \frac{M}{(R+h)^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6{,}42 \cdot 10^{23}}{(3{,}79 \cdot 10^{6})^2} = 2{,}98\ {}^{m}/_{s^2}$$

$$\frac{g_{superficie}}{g_h} = \frac{3{,}73}{2{,}98} = 1{,}25 \rightarrow la\ aceleración\ de\ la\ gravedad$$
$$en\ la\ superficie\ es\ un\ 25\%\ mayor\ que\ a\ una\ altura\ de\ 400\ km$$

d) $P_h = m \cdot g_h = 3{,}52 \cdot 2{,}98 = 10{,}5\ N$

El peso de un hombre en la superficie de la Tierra es de 833 N.
a) Calcula la masa de este hombre.
b) Calcula el radio de la Luna.
c) Calcula qué peso tendría este hombre en la superficie de la Luna.

aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra (g_{Tierra})	9,8 m/s^2
aceleración de la gravedad en la superficie de la Luna (g_{Luna})	1,62 m/s^2
masa de la Luna (M_{Luna})	$7{,}35 \cdot 10^{22}$ kg

Solución
a)
$$P_{Tierra} = m \cdot g_{Tierra} \rightarrow m = \frac{P_{Tierra}}{g_{Tierra}} = \frac{833}{9{,}8} = 85\ kg$$

b) $g_{Luna} = G \cdot \frac{M_{Luna}}{R_{Luna}^2} \rightarrow R_{Luna} = \sqrt{\frac{G \cdot M_{Luna}}{g_{Luna}}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 7{,}35 \cdot 10^{22}}{1{,}62}} = 1{,}74 \cdot 10^6\ m =$
$= 1740\ km$

c) $P_{Luna} = m \cdot g_{Luna} = 85 \cdot 1{,}62 = 1{,}4 \cdot 10^2\ N$

El planeta Venus recibe su nombre de la diosa romana del amor y la belleza. Es el segundo planeta más cercano al Sol (el primero es Mercurio). Su masa y volumen son similares a los de la Tierra y no tiene satélites naturales. El año en Venus (tiempo que tarda en dar una vuelta alrededor del Sol) es de 224,7 días de la Tierra y su velocidad orbital es 35020 m/s. Calcula:

- La velocidad angular de Venus.
- La distancia entre los centros de Venus y el Sol.
- La fuerza centrípeta que actúa sobre Venus.

Datos: M_{Sol}=1,99·10^{30} kg; M_{Venus}=4,87·10^{24} kg.

Solución

$$\omega = \frac{\text{ángulo recorrido}}{\text{tiempo en recorrer el ángulo}} = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi\ rad}{224{,}7\ \cancel{días} \cdot \frac{24\ \cancel{horas}}{1\ \cancel{día}} \cdot \frac{3600\ s}{1\ \cancel{hora}}} = \mathbf{3{,}236 \cdot 10^{-7}\ \frac{rad}{s}}$$

$$\textit{Hay dos maneras de calcular la distancia entre los centros}$$

$$(\textit{que, obviamente, dan el mismo resultado}):$$

$$r = \textit{radio de la órbita} = \textit{distancia entre los centros de Venus y el Sol}$$

1ª) $v = \sqrt{\frac{G \cdot M_{Sol}}{r}} \rightarrow r = \frac{G \cdot M_{Sol}}{v^2} = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}99 \cdot 10^{30}}{35020^2} = \mathbf{1{,}08 \cdot 10^{11}\ m}$

2ª) $v = \omega \cdot r \rightarrow r = \frac{v}{\omega} = \frac{35020}{3{,}236 \cdot 10^{-7}} = \mathbf{1{,}082 \cdot 10^{11}\ m}$

$$\textit{Hay dos maneras de calcular la fuerza centrípeta}$$

$$(\textit{que, obviamente, dan el mismo resultado}):$$

1ª) $F_c = M_{Venus} \cdot \frac{v^2}{r} = 4{,}87 \cdot 10^{24} \cdot \frac{35020^2}{1{,}082 \cdot 10^{11}} = \mathbf{5{,}52 \cdot 10^{22}\ N}$

2ª) $F_c = F_g = G \cdot \frac{M_{Sol} \cdot M_{Venus}}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1{,}99 \cdot 10^{30} \cdot 4{,}87 \cdot 10^{24}}{(1{,}082 \cdot 10^{11})^2} = \mathbf{5{,}52 \cdot 10^{22}\ N}$

$\textit{Recuerda que la fuerza centrípeta es causada por la fuerza gravitatoria}$