

1 Fracciones algebraicas. Simplificación de fracciones

Una **fracción algebraica** es el cociente de dos polinomios $\frac{P(x)}{Q(x)}$ con $Q(x) \neq 0$.

PASO A PASO

- 1** Calcula el valor numérico de la fracción algebraica $\frac{x+1}{x^2-1}$ para $x=3$ y $x=1$.

Sustituimos los valores de $x=3$ y $x=1$ en la fracción algebraica:

$$\frac{3-1}{3^2+1} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \Rightarrow \text{Valor numérico para } x=3: \frac{1}{5} \quad \frac{1+1}{1^2-1} = \frac{2}{0} \Rightarrow \text{No existe valor numérico para } x=1$$

El **valor numérico** de una fracción algebraica se obtiene sustituyendo las letras por sus valores y realizando las operaciones.

- 2** Calcula el valor numérico de las fracciones algebraicas siguientes para los valores que se indican en cada caso.

a) $\frac{x^2+3x-4}{x^2-3x}$, para $x=-4$

c) $\frac{x^2-4x-5}{x^2-3x-10}$, para $x=-2$

b) $\frac{2x^2+5x-3}{x^2-x-12}$, para $x=3$

d) $\frac{2x^2y-3xy^2}{x^2-y^2}$, para $x=3$ e $y=2$

3 Simplifica la fracción algebraica $\frac{x^4 - x^3 - x^2 + x}{x^4 + x^3 - x^2 + x}$.

1.º Factorizamos el numerador y el denominador (aplicando la regla de Ruffini, las identidades notables o sacando factor común):

$$\begin{aligned}x^4 - x^3 - x^2 + x &= x(x-1)^2(x+1) \\x^4 + x^3 - x^2 + x &= x(x-1)(x+1)^2\end{aligned}$$

2.º Dividimos numerador y denominador una vez factorizados y suprimimos los factores comunes:

$$\begin{aligned}\frac{x^4 - x^3 - x^2 + x}{x^4 + x^3 - x^2 + x} &= \frac{x(x-1)^2(x+1)}{x(x-1)(x+1)^2} = \\&= \frac{x(x-1)(x-1)(x+1)}{x(x-1)(x+1)(x+1)} = \boxed{\frac{x-1}{x+1}}\end{aligned}$$

4 Simplifica hasta obtener una fracción irreducible las siguientes fracciones cuyos términos se dan factorizados.

a) $\frac{3(x^2 + 2)(x - 1)}{6x(x^2 + 2)}$

b) $\frac{x^2(x + 1)(x - 4)}{x(x^2 + 1)(x - 4)}$

5 Simplifica las siguientes fracciones factorizando previamente sus términos.

a) $\frac{x^2 + 4x}{x^3 + 4x^2}$

d) $\frac{4x^2 - 1}{4x^2 + 4x + 1}$

b) $\frac{x^2 - 9}{2x^2 + 6x}$

e) $\frac{ax - ay}{x^2 - y^2}$

c) $\frac{3x^3 - 6x^2}{x^2 - 4x + 4}$

f) $\frac{x^2 - 2xy + y^2}{ax^2 - ay^2}$

UN PASO MÁS

6 Reduce a común denominador las fracciones algebraicas

$$\frac{x-1}{x}, \frac{x}{4x^2-1} \text{ y } \frac{1}{2x^2+x}$$

1.º Factorizamos los denominadores:

$$x = x$$

$$4x^2 - 1 = (2x + 1)(2x - 1)$$

$$2x^2 + x = x(2x + 1)$$

2.º Calculamos el mínimo común múltiplo: m.c.m. $[x, (2x + 1)(2x - 1), x(2x + 1)] =$

$$= x(2x + 1)(2x - 1) = 4x^3 - x$$

3.º Hallamos las fracciones equivalentes con denominador el m.c.m.:

$$\frac{x-1}{x} = \frac{(x-1)(2x+1)(2x-1)}{x(2x+1)(2x-1)} = \frac{4x^3 - 4x^2 - x + 1}{4x^3 - x}$$

$$\frac{x}{4x^2-1} = \frac{x}{(2x+1)(2x-1)} = \frac{xx}{x(2x+1)(2x-1)} = \frac{x^2}{4x^3-x}$$

$$\frac{1}{2x^2+x} = \frac{1}{x(2x+1)} = \frac{2x-1}{x(2x+1)(2x-1)} = \frac{2x-1}{4x^3-x}$$

Fracciones equivalentes:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{R(x)}{S(x)} \Rightarrow$$

$$P(x) \cdot S(x) = Q(x) \cdot R(x)$$

7 Reduce a común denominador las fracciones algebraicas siguientes.

a) $\frac{7}{x}; \frac{x+3}{x^2}$

c) $\frac{x}{2y}; \frac{x-1}{3y}; \frac{x-y}{6y}$

b) $\frac{x}{x^2-3}; \frac{x}{3-x}$

d) $\frac{2-x}{2x}; \frac{2x}{x-1}; \frac{x+1}{x}$

8 Reduce a común denominador las fracciones algebraicas siguientes.

a) $\frac{x^2 + 1}{x}; \frac{2}{x^2 - x}$

d) $\frac{x + 2}{x^2 - 4x + 4}; \frac{x + 1}{x^3 - 4x}$

b) $\frac{x - 1}{x}; \frac{x}{x^2 + 1}; \frac{2}{x^3 + x}$

e) $\frac{1}{2x}; \frac{x - 1}{x^2 - 2x}; \frac{3}{x^2 - 4}$

c) $\frac{x - 1}{x^2 + 3x}; \frac{x + 1}{x^2 - 9}$

f) $\frac{5x + 4}{2x^2 - 12x - 14}; \frac{2x - 1}{x^3 + 11x^2 - x - 11}$