Funciones definidas a trozos

Representa estas funciones definidas a trozos:

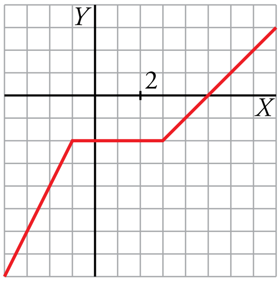
a) $y = \begin{cases} 2x & \text{si } x \le -1 \\ -2 & \text{si } -1 < x \le 3 \\ x-5 & \text{si } x > 3 \end{cases}$

b) $y = \begin{cases} -3 & \text{si } x < 0 \\ 2x+1 & \text{si } x \ge 0 \end{cases}$

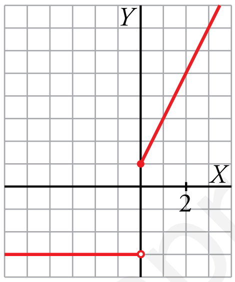
c) $y = \begin{cases} -x+3 & \text{si } x < 1 \\ 2 & \text{si } 1 \le x < 2 \\ x & \text{si } x \ge 2 \end{cases}$

d) $y = \begin{cases} 0 & \text{si } x < -2 \\ x+2 & \text{si } -2 \le x < 0 \\ 3x-2 & \text{si } x > 0 \end{cases}$

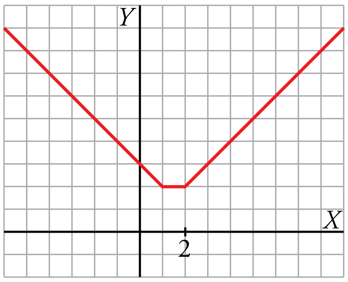
a)



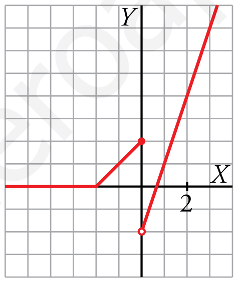
b)



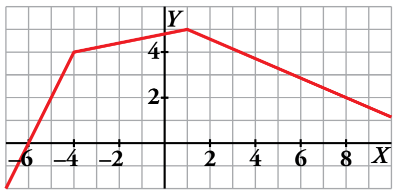
c)



d)



Escribe la ecuación de la función a trozos que corresponde a esta gráfica:



- El primer tramo pasa por (–6, 0) y (–4, 4):

$$m = \frac{4}{-4+6} = 2; \quad y = 2(x+6) = 2x+12$$

- El segundo tramo pasa por (–4, 4) y (1, 5):

$$m = \frac{5-4}{1+4} = \frac{1}{5}; \quad y - 4 = \frac{1}{5}(x+4) \;\rightarrow\; y = \frac{1}{5}x + \frac{24}{5}$$

- El tercer tramo pasa por (1, 5) y (8, 2):

$$m = \frac{2-5}{8-1} = -\frac{3}{7}; \quad y - 5 = -\frac{3}{7}(x-1) \;\rightarrow\; y = -\frac{3}{7}x + \frac{38}{7}$$

$$f(x) = \begin{cases} 2x+12 & \text{si } x < -4 \\ \frac{1}{5}x + \frac{24}{5} & \text{si } -4 \le x \le 1 \\ -\frac{3}{7}x + \frac{38}{7} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Representa las siguientes funciones:

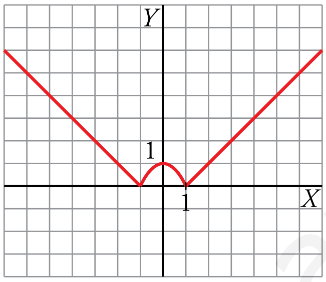
a) $f(x) = \begin{cases} -1-x & \text{si } x<-1 \\ 1-x^2 & \text{si } -1\le x\le 1 \\ x-1 & \text{si } x>1 \end{cases}$ **b)** $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x<0 \\ -x^2 & \text{si } x\ge 0 \end{cases}$ **c)** $y = \begin{cases} x^2+4x & \text{si } x<0 \\ -x^2+4x & \text{si } x\ge 0 \end{cases}$

a) $f(x) = \begin{cases} -1-x & \text{si } x<-1 \\ 1-x^2 & \text{si } -1\le x\le 1 \\ x-1 & \text{si } x>1 \end{cases}$

- La recta $y=-1-x$ está definida para $x<-1$:

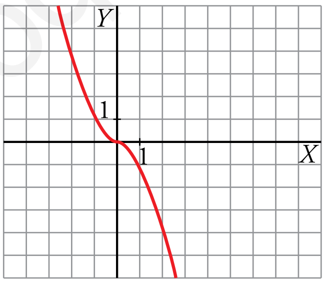
x	–2	–1,5
y	1	0,5

- La parábola $y=1-x^2$ definida si $-1\le x\le 1$, corta al eje X en (–1, 0) y (1, 0), y al eje Y en (0, 1), vértice a su vez de la parábola.
- La recta $y=x-1$ está definida para $x>1$ y pasa por (2, 1) y (3, 2).



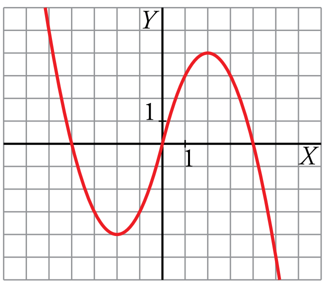
b) $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x<0 \\ -x^2 & \text{si } x\ge 0 \end{cases}$

- La parábola $y=x^2$, definida para $x<0$, pasa por (–1, 1) y (–2, 4).
- La parábola $y=-x^2$, definida para $x\ge 0$, tiene su vértice en (0, 0) y pasa por (1, –1) y (2, –4).



c) $f(x) = \begin{cases} x^2+4x & \text{si } x<0 \\ -x^2+4x & \text{si } x\ge 0 \end{cases}$

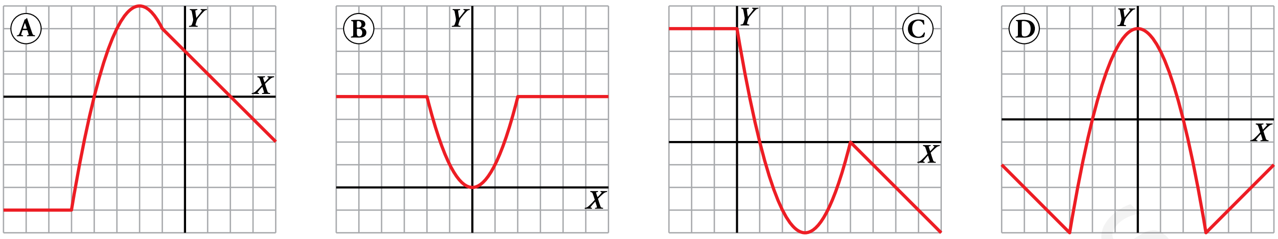
- La parábola x^2+4x, definida para $x<0$, pasa por (–4, 0), (0, 0) y tiene vértice en (–2, –4).
- La parábola $-x^2+4x$, definida para $x\ge 0$, pasa por (0, 0), (4, 0) y tiene vértice en (2, 4).



16. **Sabemos que las ecuaciones de las parábolas que aparecen representadas en las gráficas son:**

a) $y = -x^2 - 4x$ **b)** $y = x^2 - 6x + 5$ **c)** $y = x^2$ **d)** $y = 4 - x^2$

Escribe la expresión analítica de la función representada en cada gráfica.



GRÁFICA A:

Primer tramo: $y = -5$ si $x \leq -5$

Segundo tramo: $y = -x^2 - 4x$ si $-5 < x \leq -1$

Tercer tramo: Función lineal que pasa por (–1, 3) y (2, 0).

$$m = \frac{0 - 3}{2 - (-1)} = \frac{-3}{3} = -1 \rightarrow y = -x + n$$

Pasa por (2, 0) $\rightarrow 0 = -2 + n \rightarrow n = 2$

Luego: $y = -x + 2$ si $x > -1$

Por tanto, la expresión analítica de la gráfica A es: $y = \begin{cases} -5 & \text{si} \quad x \leq -5 \\ -x^2 - 4x & \text{si} \quad -5 < x \leq -1 \\ -x + 2 & \text{si} \quad x > -1 \end{cases}$

GRÁFICA B:

Primer tramo: $y = 4$ si $x \leq -2$

Segundo tramo: $y = x^2$ si $-2 < x < 2$

Tercer tramo: $y = 4$ si $x \geq 2$

Por tanto, la expresión analítica de la gráfica B es: $y = \begin{cases} 4 & \text{si} \quad x \leq -2 \\ x^2 & \text{si} \quad -2 < x < 2 \\ 4 & \text{si} \quad x \geq 2 \end{cases}$

GRÁFICA C:

Primer tramo: $y = 5$ si $x \leq 0$

Segundo tramo: $y = x^2 - 6x + 5$ si $0 < x < 5$

Tercer tramo: Función lineal que pasa por (5, 0) y (6, –1).

$$m = \frac{-1 - 0}{6 - 5} = \frac{-1}{1} = -1 \rightarrow y = -x + n$$

Pasa por (5, 0) $\rightarrow 0 = -5 + n \rightarrow n = 5$

Luego: $y = -x + 5$ si $x \geq 5$

Por tanto, la expresión analítica de la gráfica C es: $y = \begin{cases} 5 & \text{si} \quad x \leq 0 \\ x^2 - 6x + 5 & \text{si} \quad 0 < x < 5 \\ -x + 5 & \text{si} \quad x \geq 5 \end{cases}$

GRÁFICA D:

Primer tramo: Función lineal que pasa por (–3, –5) y (–4, –4).

$$m = \frac{-4-(-5)}{-4-(-3)} = \frac{1}{-1} = -1 \;\rightarrow\; y = -x + n$$

Pasa por (–3, –5) $\rightarrow$ $-5 = 3 + n$ $\rightarrow$ $n = -8$

Luego: $y = -x - 8$ si $x \le -3$

Segundo tramo: $y = 4 - x^2$ si $-3 < x < 3$

Tercer tramo: Función lineal que pasa por (3, –5) y (4, –4).

$$m = \frac{-4-(-5)}{4-3} = \frac{1}{1} = 1 \;\rightarrow\; y = x + n$$

Pasa por (3, –5) $\rightarrow$ $-5 = 3 + n$ $\rightarrow$ $n = -8$

Luego: $y = x - 8$ si $x \ge 3$

Por tanto, la expresión analítica de la gráfica D es: $y = \begin{cases} -x - 8 & \text{si} \quad x \le -3 \\ 4 - x^2 & \text{si} \quad -3 < x < 3 \\ x - 8 & \text{si} \quad x \ge 3 \end{cases}$