Ejercicio 1. (1 pto.)

Añade a las siguientes sucesiones tres términos más:

a) $1; 4; 7; 10; \ldots$

b) $\frac{1}{3}; \frac{1}{6}; \frac{1}{12}; \frac{1}{24}; \ldots$

c) $2; 5; 8; 11 \ldots$

d) $1; 4; 9; 16\ldots$

a) $1; 4; 7; 10; \overset{10+3}{\mathbf{13}}; \overset{13+3}{\mathbf{16}}; \overset{16+3}{\mathbf{19}}$ $\quad\quad$ $a_n = a_1 + 3 \cdot (n-1)$

b) $\frac{1}{3}; \frac{1}{6}; \frac{1}{12}; \frac{1}{24}; \overset{\frac{1}{24\cdot 2}}{\mathbf{\frac{1}{48}}}; \overset{\frac{1}{48\cdot 2}}{\mathbf{\frac{1}{96}}}; \overset{\frac{1}{96\cdot 2}}{\mathbf{\frac{1}{192}}}$ $\quad\quad$ $b_n = b_1 \cdot \frac{1}{2^{n-1}}$

c) $2; 5; 8; \overset{3\cdot 4-1}{11}; \overset{3\cdot 5-1}{\mathbf{14}}; \overset{3\cdot 6-1}{\mathbf{17}}; \overset{3\cdot 7-1}{\mathbf{20}}$ $\quad\quad$ $c_n = 3 \cdot n - 1$

d) $1; 4; 9; 16; \overset{4^2}{\mathbf{25}}; \overset{5^2}{\mathbf{36}}; \overset{6^2}{\mathbf{49}}$ $\quad\quad$ $d_n = n^2$

Recuerda que una sucesión es una secuencia ordenada de números; enumerados: primero, segundo, tercero…. Cada elemento se llama término y se designa mediante una letra con subíndice. El subíndice indica el lugar que ocupa en la sucesión: a_1 ; a_2 ; $a_{3\ldots}$ a_n .

Ejercicio 2. (2 pto.)

Halla el término general de estas sucesiones, diga si son recurrentes:

a) $6; 8; 10; 12; 14; \ldots$

b) $4; 8; 16; 32; 64; \ldots$

c) $1; 4; 7; 10; 13; \ldots$

d) $1; 2; 2; 4; 8; 32; 256;$

a) $6; 8; 10; 12; 14 \ldots \quad \Rightarrow \mathbf{a_n = 6 + 2 \cdot (n-1) = 2n + 4}$

b) $4; 8; 16; 32; 64; \ldots \quad \Rightarrow \mathbf{b_n = 4 \cdot 2^{\boldsymbol{n}-1} = 2^{n+1}}$

c) $1; 4; 7; 10; 13 \ldots \quad \Rightarrow \mathbf{c_n = 1 + 3 \cdot (n-1) = 3\boldsymbol{n} - 2}$

d) $1; 2; 2; 4; 8; 32; 256 \quad \Rightarrow \mathbf{d_1 = 1;\ d_2 = 2; d_n = \boldsymbol{d}_{n-1} \cdot \boldsymbol{d}_{n-2}}$

$\Rightarrow$ **Recurrente**

El término general de una sucesión a_n es la expresión que representa un término cualquiera de esta. Hay sucesiones cuyo término general puede expresarse mediante una fórmula que permite, dándole valor, obtener cualquier término.

Las sucesiones cuyos términos se obtienen a partir de los anteriores se dice que están dadas en forma recurrente.

Ejercicio 3. (1 pto.)

Enlaza cada una de las siguientes progresiones aritméticas con su término general:

I) -1; 6; 13; 20; …

II) −6;−11; −16; −21; …

III) 7; 5; 3; 1; …

IV) −1,5; 1; 3,5; 6; …

a) $a_n = -2n + 9$

b) $b_n = 7n - 8$

c) $c_n = 2{,}5n - 4$

d) $d_n = -5n - 1$

I) -1; 6; 13; 20; …

II) −6; −11; −16; −21; …

III) 7; 5; 3; 1; …

IV) −1,5; 1; 3,5; 6; …

a) $a_n = -2n + 9$

b) $b_n = 7n - 8$

c) $c_n = 2{,}5n - 4$

d) $d_n = -5n - 1$

Una progresión aritmética es una sucesión en la que se pasa de cada término al siguiente sumando un mismo número d diferencia de la progresión, que puede ser positivo o negativo.

El término general a_n de una progresión aritmética cuyo primer término es a_1 y cuya diferencia es d es : $a_n = a_1 + (n-1)\cdot d$

Ejercicio 4. (2 ptos.)

Dada una progresión aritmética con $a_2 = 8$ y $a_4 = 18$. *Halla* S_{15} la suma de los primeros quince términos.

Hallando d ; sustituyendo a_2 y a_4 en la fórmula del término general

$\mathrm{a_n = a_1 + (n-1)\cdot d}$

Despejando a_1

$\mathrm{a_2 = a_1 + (2-1)\cdot d = 8 \Rightarrow a_1 + d = 8 \Rightarrow a_1 = \boxed{8-d}}$

$\mathrm{a_4 = a_1 + (4-1)\cdot d = 18 \Rightarrow a_1 + 3d = 18 \Rightarrow (8-d) + 3d = 18}$

$\mathrm{\Rightarrow 8 + 2d = 18 \Rightarrow 2d = 18 - 8 \Rightarrow 2d = 10 \Rightarrow \boxed{d = 5}}$

Sustituyendo d en $\mathrm{a_1 = 8 - d = 8 - 5 = \boxed{3}}$

Hallando $\mathrm{a_{15} = a_1 + (15-1)\cdot d \Rightarrow a_{15} = 3 + (14)\cdot 5 = \boxed{73}}$

Hallando : $\mathrm{S_{15} = \dfrac{a_1 + a_{15}}{2}\cdot n \Rightarrow S_{15} = \dfrac{3+73}{2}\cdot 15 =}$ $\mathbf{570}$

Recuerda: La suma $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$ de los n primeros términos de una progresión aritmética es:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}\cdot n$$

Ejercicio 5. (2 ptos.)

Para una progresión geométrica calcula r, $\mathrm{a_5}$ y $\mathrm{a_n}$, si $\mathrm{a_1 = 150}$ y $\mathrm{a_2 = 180}$

Hallando r ; sustituyendo en la fórmula del término general $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$

$$a_2 = a_1 \cdot r \Rightarrow r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{180}{150} = \mathbf{1,2}$$

Se puede hallar a_5 tras multiplicaciones sucesivas de r:

$$a_1 = 150;\ a_2 = 180;\ a_3 = 180 \cdot 1{,}2 = 216;\ a_4 = 216 \cdot 1{,}2 = 259{,}2;$$

$$a_5 = 259{,}2 \cdot 1{,}2 = \mathbf{311,04}$$

Hallando término general: $\mathbf{a_n = 150 \cdot 1,2^{n-1}}$

También se puede hallar $a_5 = 150 \cdot 1{,}2^{5-1} = \mathbf{311,04}$

Recuerda que la progresión geométrica es una sucesión en la que se pasa de un término al siguiente multiplicando por un número fijo, r, llamado razón. El término general de una progresión geométrica cuyo primer término es a_1 y cuya razón es r es: $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$

Ejercicio 6. (2 ptos.)

Ana paga por el alquiler de un piso 3 600€ el primer año. En el contrato establece que habrá una subida de 80€ cada año.

a) ¿Cuánto pagaremos el décimo año?

b) Calcula la cantidad total que pagaremos durante esos 10 años.

Se puede analizar este ejercicio como una progresión aritmética; siendo $a_1 = 3600$ y $d = 80$ se halla la fórmula del término general:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d \Rightarrow a_n = 3600 + (n-1) \cdot 80$$

a) Para el décimo año sería calcular a_{10}:

$$a_{10} = 3600 + (10-1) \cdot 80 = 3600 + 9 \cdot 80 =$$
$$= \mathbf{4320€ \Rightarrow pagar\ en\ el\ décimo\ año}$$

b) Para la cantidad total pagada hallar la suma de los primeros 10 términos:

$$S_{10} = \frac{a_1 + a_{10}}{2} \cdot 10 = \frac{3600 + 4320}{2} \cdot 10 =$$
$$= \mathbf{39\,600\ €} \Rightarrow \textbf{ cantidad total pagada}$$

Este examen ha sido publicado por la academia de matemáticas online MathyPlus, para que puedas preparar los contenidos de esta lección.

Si no sabes hacer alguno de los ejercicios o necesitas apoyo adicional para entender y aprobar las matemáticas de tu curso, encontrarás estos y otros tipos de ejercicios resueltos (con su explicación paso a paso en formato vídeo) en nuestra plataforma online (https://www.mathyplus.es/).

¡La plataforma online MathyPlus te puede ayudar!

Disclaimer: La resolución de este examen no tiene validez formal para reclamación oficial o similar.