OPCIÓN A

A 1 *(hasta 3 puntos)*

a) Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$. Calcular la matriz X para la que se verifica la ecuación matricial $AX = B - C$

b) Halla la matriz Y para la que se verifica la ecuación matricial $YA = B^2$

A 2 *(hasta 3 puntos)*

El beneficio diario B(x) obtenido por una empresa al vender x unidades de un artículo viene dado por la función:

$$B(x) = -x^2 + 360x - 18000 \qquad 50 \le x \le 350$$

a) ¿Cuál es el beneficio obtenido al vender 100 unidades? ¿Cuántas unidades se han vendido si el beneficio diario ha sido de 13500 euros?

b) ¿Cuál es el número de unidades que hay que vender para que el beneficio sea máximo? ¿A cuánto asciende ese beneficio?

c) ¿Cuántas unidades hay que vender para no tener pérdidas?

A 3 *(hasta 2 puntos)*

Se dispone de dos dados, uno normal y el otro trucado, pero iguales en apariencia. La probabilidad de sacar 2 con el dado trucado es 0,25 siendo los otros resultados equiprobables. Se elige uno de los dos dados al azar y se realiza un lanzamiento. Calcular las siguientes probabilidades:

a) Probabilidad de obtener un 2

b) Dado que ha salido un 2, ¿probabilidad de haber elegido el dado trucado?

A 4 *(hasta 2 puntos)*

Se quiere estimar la proporción de estudiantes de una universidad que tienen carnet de conducir. Para ello se ha obtenido una muestra aleatoria de 400 estudiantes, de los cuáles 240 tienen carnet de conducir. Calcular los intervalos de confianza del 95% y 99% para la proporción de estudiantes de la universidad con carnet de conducir.

OPCIÓN B

B 1 *(hasta 3 puntos)*

a) Representar gráficamente la región del plano definida por las inecuaciones:

$$0 \leq x \;,\; 0 \leq y \;,\; x \leq 6 \;,\; y \leq 8 \;,\; x \leq y \;,\; y \leq 2x$$

b) Hallar el valor máximo de la función $F(x, y) = x + 2y$ en dicha región y los puntos en los que se alcanza.

B 2 *(hasta 3 puntos)*

a) Calcular los valores de los parámetros a y b para que la curva de ecuación $y = f(x) = x^3 + ax^2 + b$, presente un extremo relativo en el punto (2 , 6). ¿Qué tipo de extremo es?

b) Calcular la integral definida: $\int_1^2 f(x)dx$

B 3 *(hasta 2 puntos)*

Tenemos seis tarjetas numeradas del 1 al 6. Se toman, a la vez, dos tarjetas al azar. Se pide:

a) Probabilidad de que la suma de sus números sea 7.

b) Probabilidad de que la suma de sus números sea un número par.

B 4 *(hasta 2 puntos)*

El número de páginas que se pueden escribir con los bolígrafos de una determinada marca sigue una distribución normal de media 80 páginas y desviación típica 12 páginas. Se pide calcular:

a) La probabilidad de que el número de páginas escritas sea superior a 100

b) La probabilidad de que el número de páginas escritas sea inferior a 50

c) La probabilidad de que el número de páginas escritas esté comprendido entre 75 y 85

d) ¿Cuál es, con una probabilidad del 95%, el número máximo de páginas que se pueden esperar escribir con uno de estos bolígrafos?

SOLUCIONES

OPCIÓN A

A 1 (Ejercicio de cálculo matricial)

a)

$$A\cdot X = B - C; \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \text{ de donde } a = 2,\ b = -2,\ c = -1,\ d = -1$$

$$X = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

b)

$$Y \cdot A = B^2; \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \text{ de donde } a = \frac{-1}{2},\ b = \frac{1}{2},\ c = 1,\ d = 3$$

$$X = \begin{pmatrix} -1/2 & 1/2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

A 2 (Cálculo de valores de una función y de su máximo mediante derivadas. Interpretación)

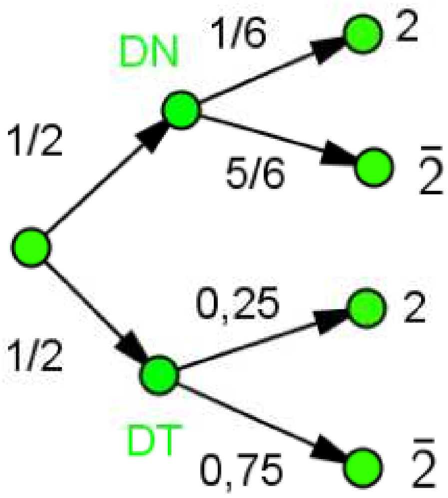
$B(x) = -x^2 + 360x - 18000$, $50 \leq x \leq 350$

a) $B(100) = 8000€$, $13500 = -x^2 + 360x - 18000$, de donde $x = 210€$ o $x = 150€$

b) $B'(x) = -2x + 360 = 0$, de donde $x = 180$, $B(180) = 14400€$

c) $B(x) = -x^2 + 360x - 18000 = 0$, de donde el número de unidades que se deben vender debe estar entre 60 y 300

A 3 *(Ejercicio de cálculo de probabilidades que puede resolverse mediante un diagrama de árbol y la probabilidad condicional)*



a) p(2) = 0,5·0,17 + 0,5· 0,25 = 0,21

b)

$$p(DT/2) = \frac{p(DT \cap 2)}{p(2)} = \frac{0{,}5 \cdot 0{,}25}{0{,}21} = 0{,}60$$

A 4 *(Ejercicio de cálculo de un intervalo de confianza para la proporción de una población, que requiere conocer y aplicar correctamente la fórmula apropiada)*

$n \geq 30$, n = 400, $\hat{p} = 0{,}60$

Intervalo del 95%,

$$\hat{p} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\cdot(1-\hat{p})}{n}} = 0{,}60 \pm 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}60 \cdot 0{,}40}{400}} = (0{,}552;0{,}648)$$

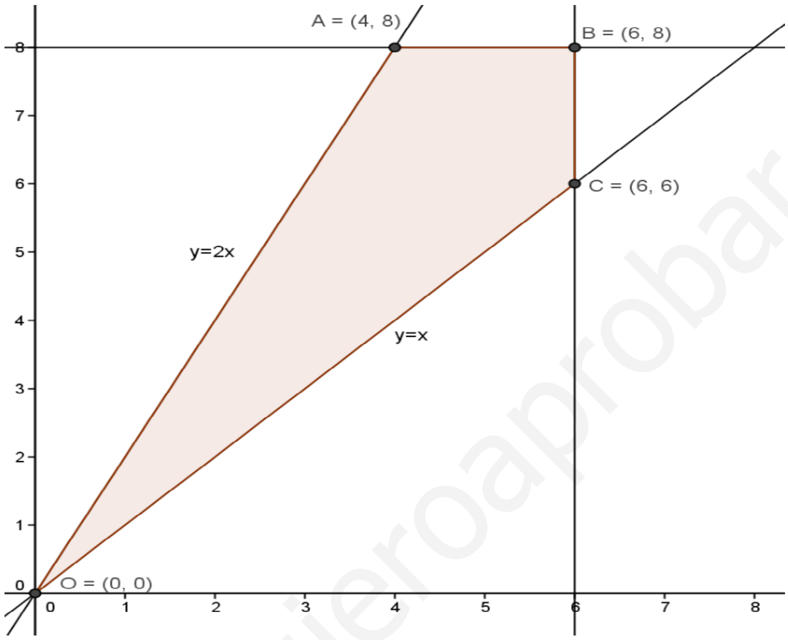
Intervalo del 99%,

$$\hat{p} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\cdot(1-\hat{p})}{n}} = 0{,}60 \pm 2{,}58 \cdot \sqrt{\frac{0{,}60 \cdot 0{,}40}{400}} = (0{,}536;0{,}663)$$

OPCIÓN B

B 1 *(Ejercicio de resolución de un problema de programación lineal)*

a) El dibujo correspondiente a la región es el siguiente:



b) El $\max F(x,y) = 22$ y se alcanza en el punto B(6 , 8).

B 2 *(Ejercicio de cálculo de parámetros de una función y cálculo de un área)*

a) $y' = 3x^2 + 2ax$, $\begin{cases} y(2) = 8 + 4a + b = 6 \\ y'(2) = 12 + 4a = 0 \end{cases}$

Del sistema anterior se obtiene que $a = -3$ y $b = 10$; de donde $y = x^3 - 3x^2 + 10$

La segunda derivada de la función es $y'' = 6x - 6$, por lo tanto $y''(2) = 6 > 0$, y el punto (2,6) es un mínimo relativo

b) $\int_1^2 (x^3 - 3x^2 + 10)dx = \frac{27}{4}$

B 3 *(Ejercicio de cálculo de probabilidades que puede resolverse mediante una tabla de doble entrada)*

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1		*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
2	*3*		*5*	*6*	*7*	*8*
3	*4*	*5*		*7*	*8*	*9*
4	*5*	*6*	*7*		*9*	*10*
5	*6*	*7*	*8*	*9*		*11*
6	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	

a)

$$p(suma = 7) = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$$

b)

$$p(suma = par) = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$$

B 4 *(Ejercicio de comprensión y manejo de distribuciones normales)*

N (μ=80, σ=12)

a) La probabilidad de que el número de páginas escritas sea superior a 100
$p(X > 100) = 0{,}0475$

b) La probabilidad de que el número de páginas escritas sea inferior a 50
$p(X < 50) = 0{,}0062$

c) La probabilidad de que el número de páginas escritas esté comprendido entre 75 y 85
$p(75 \leq X \leq 85) = 0{,}3256$

d) ¿Cuál es, con una probabilidad del 95%, el número máximo de páginas que se pueden esperar escribir con uno de estos bolígrafos?
$p(X \leq n) = 0{,}95$, $n = 99$