NÚMEROS COMPLEJOS

1. Halla razonadamente los cuatro valores de x (expresados en forma binómica) que cumplen:

$$3x^4 + 48 = 0$$

2. Dado el complejo $z = 2_{30^\circ}$. Halla razonadamente y expresados en forma polar:

$a)$ Su conjugado $b)$ Su opuesto $c)$ Su inverso

1. $3x^4 + 48 = 0 \Rightarrow 3x^4 = -48 \Rightarrow x^4 = -16 \Rightarrow x = \sqrt[4]{-16}$ para calcular las raíces, pasamos el radicando a forma polar: $-16 = 16_{180^\circ}$

$$x = \sqrt[4]{-16} = \sqrt[4]{16_{180^\circ}} = \left(\sqrt[4]{16}\right)_{\frac{180^\circ+360^\circ k}{4}} = 2_{45^\circ+90^\circ k} = \begin{cases} k=0 \Rightarrow x = 2_{45^\circ} \\ k=1 \Rightarrow x = 2_{135^\circ} \\ k=2 \Rightarrow x = 2_{225^\circ} \\ k=3 \Rightarrow x = 2_{315^\circ} \end{cases}$$

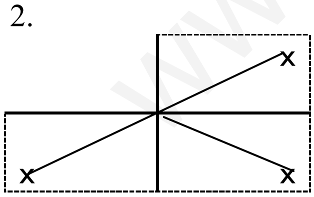
Valores que pasamos a forma binómica teniendo en cuenta que $r_\alpha = r\,(\cos\alpha) + r\,(\operatorname{sen}\alpha)\,i$

$$2_{45^\circ} = 2\,(\cos 45^\circ) + 2\,(\operatorname{sen} 45^\circ)\,i = \sqrt{2} + \sqrt{2}\,i$$
$$2_{135^\circ} = 2\,(\cos 135^\circ) + 2\,(\operatorname{sen} 135^\circ)\,i = -\sqrt{2} + \sqrt{2}\,i$$
$$2_{225^\circ} = 2\,(\cos 225^\circ) + 2\,(\operatorname{sen} 225^\circ)\,i = -\sqrt{2} - \sqrt{2}\,i$$
$$2_{315^\circ} = 2\,(\cos 315^\circ) + 2\,(\operatorname{sen} 315^\circ)\,i = \sqrt{2} - \sqrt{2}\,i$$

Los valores de x que verifican la igualdad $3x^4 + 48 = 0$ son:

$$\boxed{x = \sqrt{2} + \sqrt{2}\,i \ ;\ x = -\sqrt{2} + \sqrt{2}\,i \ ;\ x = -\sqrt{2} - \sqrt{2}\,i \ \text{ y } \ x = \sqrt{2} - \sqrt{2}\,i}$$

2.



$a)$ Los complejos conjugados tienen la misma componente real y opuestas componentes imaginarias, por lo tanto, sus afijos son simétricos respecto al eje de abscisas y, por ello, tienen el mismo módulo y sus argumentos son opuestos

$$\boxed{\text{El conjugado de } z = 2_{30^\circ} \text{ es } \bar{z} = 2_{-30^\circ}}$$

$b)$ Los complejos opuestos tienen opuestas ambas componentes, por lo tanto, sus afijos son simétricos respecto al origen de coordenadas y, por ello, tienen el mismo módulo y sus argumentos se diferencian en 180°

$$\boxed{\text{El opuesto de } z = 2_{30^\circ} \text{ es } -z = 2_{210^\circ}}$$

$c)$ Inverso: $z^{-1} = \dfrac{1}{z} = \dfrac{1_{0^\circ}}{2_{30^\circ}} = \left(\dfrac{1}{2}\right)_{0^\circ-30^\circ}$

$$\boxed{\text{El inverso de } z = 2_{30^\circ} \text{ es } z^{-1} = (1/2)_{-30^\circ}}$$