TRIGONOMETRÍA

1. Desde un punto de la calle medimos los ángulos de elevación, de la base y del extremo superior, de una antena de $1'5\,\text{m}$ de altura que se ha colocado en la terraza de una casa. El valor de dichos ángulos es, respectivamente, 46° y 50°. Halla la altura que tiene la casa.

(Pág. 109 / ej. 53).

2. Simplifica lo más posible $\dfrac{\text{sen}\,(\pi+\alpha)\cdot\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)}{(\cos^2\alpha-1)\cdot\text{tg}\,(\pi-\alpha)\cdot\text{cotg}\,(2\pi-\alpha)}$ *(Pág. 108 / ej. 44 - a).*

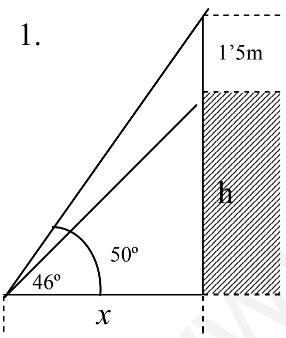
3. Halla los ángulos del primer giro que son solución de la ecuación:

$$\cos 3x+\cos x=\cos 2x$$

(Pág. 123 / ej. 22 - f).

4. Demuestra la igualdad: $\cos\alpha=\dfrac{1-tg^2\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)}{1+\text{tg}^2\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)}$ *(Pág. 131 / ej. 45).*

1.



$$\left.\begin{array}{l} tg46^\circ=\dfrac{h}{x} \quad\Rightarrow\quad x=\dfrac{h}{tg46^\circ} \\ tg50^\circ=\dfrac{h+1'5}{x} \quad\Rightarrow\quad x=\dfrac{h+1'5}{tg50^\circ} \end{array}\right\}$$

$$\frac{h}{tg46^\circ}=\frac{h+1'5}{tg50^\circ}$$

$$htg50^\circ=htg46^\circ+1'5tg46^\circ$$

$$htg50^\circ-htg46^\circ=1'5tg46^\circ$$

$$h(tg50^\circ-tg46^\circ)=1'5tg46^\circ$$

$$h=\frac{1'5tg46^\circ}{tg50^\circ-tg46^\circ}\cong 9'94$$

Respuesta:

$\boxed{\text{La altura de la casa es } 9'94m}$

2.

$$\frac{\text{sen}\,(\pi+\alpha)\cdot\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)}{(\cos^2\alpha-1)\cdot\text{tg}\,(\pi-\alpha)\cdot\text{cotg}\,(2\pi-\alpha)}\overset{*}{=}\frac{(-sen\alpha)\cdot(sen\alpha)}{(-sen^2\alpha)\cdot\dfrac{(sen\alpha)}{(-\cos\alpha)}\cdot\dfrac{(\cos\alpha)}{(-sen\alpha)}}=\boxed{1}$$

* Expresamos cada razón trigonométrica en función de $sen\alpha$ y/o $\cos\alpha$

3. $\cos 3x + \cos x = \cos 2x \quad \Rightarrow \quad 2\cos\dfrac{3x+x}{2}\cos\dfrac{3x-x}{2} = \cos 2x \;\Rightarrow\; 2\cdot(\cos 2x)\cdot(\cos x) - (\cos 2x) = 0$

$$\Rightarrow\; (\cos 2x)\left[2(\cos x) - 1\right] = 0 \;\Rightarrow\; \begin{cases} \cos 2x = 0 \quad \Rightarrow 2x = 90º{+}180º\,k \Rightarrow x = 45º{+}90º\,k \\ \qquad ó \\ 2(\cos x) - 1 = 0 \;\Rightarrow\; \cos x = 1/2 \Rightarrow x = \pm 60º{+}360º\,k \end{cases}$$

Damos valores enteros a k y descartamos los resultados que no pertenezcan al intervalo $[0º \;,\; 360º)$. Obteniendo:

$$\boxed{x = 45º, 60º, 135º, 225º, 300º \; y \, 315º}$$

4. Demostraremos que $\cos\alpha = \dfrac{1 - tg^2\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)}{1 + \mathrm{tg}^2\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)}$ transformando el segundo miembro de la igualdad

$$\cos\alpha = \frac{1 - tg^2\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)}{1 + \mathrm{tg}^2\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)} \overset{[1]}{=} \frac{1 - \dfrac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}{1 + \dfrac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}} \overset{[2]}{=} \frac{1+\cos\alpha - (1-\cos\alpha)}{1+\cos\alpha + (1-\cos\alpha)} \overset{[3]}{=} \frac{2\cos\alpha}{2} \overset{[4]}{=} \cos\alpha$$

Justificaciones:

[1] $tg\left(\dfrac{\alpha}{2}\right) = \pm\sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}} \quad \Rightarrow \quad tg^2\left(\dfrac{\alpha}{2}\right) = \dfrac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}$

[2] Multiplicando, numerador y denominador, por $(1+\cos\alpha)$.

[3] Reduciendo términos semejantes.

[4] Dividiendo, numerador y denominador, por 2