PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD

ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA Y CENTROS en MARRUECOS

CURSO 2019-2020

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 30 minutos

b) Elija <u>cuatro</u> de los ocho ejercicios propuestos de <u>al menos</u> tres bloques distintos. Se corregirán los cuatro primeros ejercicios que aparezcan en el examen y que cumplan el requisito anterior.

c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima asignada.

d) Todos los resultados deben estar suficientemente justificados.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin el uso de la misma.

Este examen consta de 4 Bloques (A, B, C y D)

Deberá responder a <u>cuatro</u> ejercicios de entre los ocho propuestos con la condición de que pertenezcan <u>al menos</u> a 3 bloques distintos. En caso de responder a más ejercicios de los requeridos, serán tenidos en cuenta los respondidos en primer lugar.

BLOQUE A

EJERCICIO 1

Sean *A*, *B*, *X* e *Y* matrices invertibles que verifican $A\cdot X = B$ y $B\cdot Y = A$.

a) **(1 punto)** Compruebe que $Y^{-1} = X$.

b) **(1.5 puntos)** Para $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & 3\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}$, halle *X* e *Y*.

EJERCICIO 2

a) **(1 punto)** Una fábrica de electrodomésticos dispone de dos cadenas de montaje. En una hora de trabajo, la cadena A produce 10 lavadoras y 5 frigoríficos, mientras que la cadena B produce 7 lavadoras y 6 frigoríficos. El coste de cada hora de trabajo en las cadenas A y B es de 1200 y 1500 euros, respectivamente. La cadena A puede funcionar, como máximo, el doble de horas que la cadena B. Si deben producir como mínimo 400 lavadoras y 280 frigoríficos, formule, <u>sin resolver</u>, el problema que permite obtener las horas de funcionamiento de las cadenas A y B para minimizar el coste de producción de esos electrodomésticos.

b) **(1.5 puntos)** Represente el recinto definido por las siguientes inecuaciones y calcule sus vértices.

$$x+2y\ge 7 \qquad 4x-y\ge 1 \qquad 2x-y\le 4 \qquad 3x+2y\le 20 \qquad x\ge 0 \qquad y\ge 0$$

Obtenga el valor mínimo de la función $F(x,y)=2x+y$ en el recinto anterior, así como el punto en el que se alcanza.

BLOQUE B

EJERCICIO 3

Se considera la función $f(x)=ax^3+bx+4$, con *a* y *b* números reales.

a) **(1 punto)** Determine los valores de *a* y *b* para que *f* tenga un extremo relativo en el punto (2, 36)

b) **(0.75 puntos)** Para $a=4$ y $b=-3$, estudie la monotonía de *f* y determine sus extremos. relativos.

c) **(0.75 puntos)** Para $a=4$ y $b=-3$, calcule la función *F(x)* que verifica *F´(x)=f(x)* y *F(2)=10*.

EJERCICIO 4

a) **(1.2 puntos)** Calcule la derivada de las siguientes funciones:

$$f(x) = \left(-5 + x^2\right)^2 \cdot e^{3x} \qquad g(x) = \frac{\ln\left(x^3 - 5x\right)}{1 - x^2}$$

b) **(1.3 puntos)** Calcule el área del recinto acotado por la gráfica de $h(x) = -x^2 + 2x + 3$ y el eje de abscisas.

BLOQUE C

EJERCICIO 5

A 120 estudiantes se les ha recomendado la lectura de dos libros. Se sabe que 46 de ellos han leído el primer libro recomendado, 34 el segundo y 16 estudiantes han leído ambos libros. Se elige un estudiante al azar.

a) **(0.6 puntos)** Calcule la probabilidad de que haya leído alguno de los dos libros.
b) **(0.6 puntos)** Calcule la probabilidad de que no haya leído ninguno de los dos libros.
c) **(0.6 puntos)** Calcule la probabilidad de que solamente haya leído el primer libro.
d) **(0.7 puntos)** Calcule la probabilidad de que haya leído el primer libro, si se sabe que no ha leído el segundo.

EJERCICIO 6

Las bicicletas de alquiler de una ciudad se clasifican por su calidad: buena, media y mala. El 30% de dichas bicicletas son gestionadas por una empresa E_1 y el resto por una empresa E_2. De las bicicletas de la empresa E_1, el 80% son de buena calidad, el 5% de calidad media y el resto de mala calidad. De las bicicletas de la empresa E_2 se sabe que el 60% son de buena calidad, pero se desconocen los porcentajes de bicicletas de calidad media y calidad mala. Se elige al azar una bicicleta de alquiler de esa ciudad.

a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que sea de buena calidad.
b) **(0.75 puntos)** Calcule la probabilidad de que sea de la empresa E_1 y de mala calidad.
c) **(0.75 puntos)** Si se sabe que el porcentaje de bicicletas de alquiler de calidad media en toda la ciudad es del 19%, ¿cuál es la probabilidad de que sea de calidad media, sabiendo que la bicicleta elegida es de la empresa E_2?

BLOQUE D

EJERCICIO 7

La vida útil, en años, de las lavadoras de un determinado modelo, se distribuyen según una ley Normal de varianza 7.84. En una muestra de 12 lavadoras, la vida útil en años ha sido:

9.5 9 10.2 8.6 11.4 10.8 12.6 11 11.8 14.5 10.4 9.8

a) **(1.5 puntos)** Con estos datos, determine un intervalo de confianza al 93.5% para estimar la vida útil de estas lavadoras.
b) **(1 punto)** Calcule el error máximo que se puede cometer al estimar la vida útil media de este modelo de lavadoras, si se toma una muestra de 50 lavadoras y asumimos un nivel de confianza del 99%.

EJERCICIO 8

La renta anual de los hogares andaluces, en miles de euros, se distribuye según una ley Normal con desviación típica 5 y media desconocida μ.

a) **(1 punto)** Si se desea que en el 99% de las posibles muestras del mismo tamaño, elegidas de entre los hogares andaluces, la media muestral no difiera de la renta media anual poblacional de dichos hogares en más de una unidad, ¿cuál debe ser el tamaño mínimo de las muestras?
b) **(0.5 puntos)** Si se consideran muestras de hogares andaluces de tamaño 100, ¿qué distribución de probabilidad sigue la variable aleatoria "Renta media anual muestral"?
c) **(1 punto)** Suponiendo que la renta media anual poblacional de los hogares andaluces es μ = 24, ¿cuál es la probabilidad de que en una muestra de tamaño 100 la renta media anual muestral sea superior a 25?

SOLUCIONES

BLOQUE A

EJERCICIO 1

Sean *A*, *B*, *X* e *Y* matrices invertibles que verifican $A\cdot X = B$ y $B\cdot Y = A$.

a) **(1 punto)** Compruebe que $Y^{-1} = X$.

b) **(1.5 puntos)** Para $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & 3\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}$, halle *X* e *Y*.

a) Como *A*, *B*, *X* e *Y* son matrices invertibles podemos multiplicar por la inversa de dichas matrices para despejar *X* e *Y*.

$$\left.\begin{array}{l}A\cdot X = B\\ B\cdot Y = A\end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l}\text{Multiplico por Y en la 1}^{\text{a}}\text{ ecuación}\\ \text{Multiplico por X en la 2}^{\text{a}}\text{ ecuación}\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}A\cdot X\cdot Y = B\cdot Y = A\\ B\cdot Y\cdot X = A\cdot X = B\end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l}A\cdot X\cdot Y = A\\ B\cdot Y\cdot X = B\end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l}\text{Multiplico por A}^{-1}\text{ en la 1}^{\text{a}}\text{ ecuación}\\ \text{Multiplico por B}^{-1}\text{ en la 2}^{\text{a}}\text{ ecuación}\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}A^{-1}\cdot A\cdot X\cdot Y = A^{-1}\cdot A\\ B^{-1}\cdot B\cdot Y\cdot X = B^{-1}\cdot B\end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l}Y\cdot X = I\\ X\cdot Y = I\end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{Y^{-1} = X}$$

b)

Hallamos la inversa de A y B.

$$A^{-1} = \frac{Adj\left(A^t\right)}{|A|} = \frac{Adj\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & 3\end{pmatrix}}{\begin{vmatrix}1 & 2\\ 1 & 3\end{vmatrix}} = \frac{\begin{pmatrix}3 & -2\\ -1 & 1\end{pmatrix}}{1} = \begin{pmatrix}3 & -2\\ -1 & 1\end{pmatrix}$$

$$B^{-1} = \frac{Adj\left(B^t\right)}{|B|} = \frac{Adj\begin{pmatrix}2 & 0\\ 1 & -1\end{pmatrix}}{\begin{vmatrix}2 & 1\\ 0 & -1\end{vmatrix}} = \frac{\begin{pmatrix}-1 & -1\\ 0 & 2\end{pmatrix}}{-2} = \begin{pmatrix}1/2 & 1/2\\ 0 & -1\end{pmatrix}$$

Despejamos de la ecuación $A\cdot X = B \Rightarrow A^{-1}\cdot A\cdot X = A^{-1}\cdot B \Rightarrow X = A^{-1}\cdot B$

$$X = \begin{pmatrix}3 & -2\\ -1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}6 & 5\\ -2 & -2\end{pmatrix}$$

Despejamos de la ecuación $B\cdot Y = A \Rightarrow B^{-1}\cdot B\cdot Y = B^{-1}\cdot A \Rightarrow Y = B^{-1}\cdot A$

$$Y = \begin{pmatrix}1/2 & 1/2\\ 0 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & 3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & 5/2\\ -1 & -3\end{pmatrix}$$

EJERCICIO 2

a) **(1 punto)** Una fábrica de electrodomésticos dispone de dos cadenas de montaje. En una hora de trabajo, la cadena A produce 10 lavadoras y 5 frigoríficos, mientras que la cadena B produce 7 lavadoras y 6 frigoríficos. El coste de cada hora de trabajo en las cadenas A y B es de 1200 y 1500 euros, respectivamente. La cadena A puede funcionar, como máximo, el doble de horas que la cadena B. Si deben producir como mínimo 400 lavadoras y 280 frigoríficos, formule, <u>sin resolver</u>, el problema que permite obtener las horas de funcionamiento de las cadenas A y B para minimizar el coste de producción de esos electrodomésticos.

b) **(1.5 puntos)** Represente el recinto definido por las siguientes inecuaciones y calcule sus vértices.

$$x+2y\geq 7 \qquad 4x-y\geq 1 \qquad 2x-y\leq 4 \qquad 3x+2y\leq 20 \qquad x\geq 0 \qquad y\geq 0$$

Obtenga el valor mínimo de la función $F(x,y)=2x+y$ en el recinto anterior, así como el punto en el que se alcanza.

a) Llamemos “x” al número de horas de funcionamiento de la cadena A e “y” al número de horas de funcionamiento de la cadena B.
Realizamos una tabla con los datos del ejercicio.

	Número de lavadoras	Número de frigoríficos	Coste del funcionamiento
Número de horas de Cadena A (x)	10x	5x	1200x
Número de horas de Cadena B (y)	7y	6y	1500y
TOTALES	$10x+7y$	$5x+6y$	$1200x+1500y$

“*La cadena A puede funcionar, como máximo, el doble de horas que la cadena B*” → $x\leq 2y$

“*Si deben producir como mínimo 400 lavadoras y 280 frigoríficos*” → $10x+7y\geq 400$; $5x+6y\geq 280$.

Además el número de horas es positivo → $x\geq 0; \quad y\geq 0$

El conjunto de las restricciones de este problema de programación lineal es:

$$\left.\begin{array}{l} x\leq 2y \\ 10x+7y\geq 400 \\ 5x+6y\geq 280 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{array}\right\}$$

Y la función objetivo que deseamos minimizar es el coste de funcionamiento de las dos cadenas de montaje $C(x,y)=1200x+1500y$.

b) Dibujamos las recta asociadas a cada restricción y que delimitan la región factible.

$x+2y=7$

x	$y=\dfrac{7-x}{2}$
1	3
7	0

$4x-y=1$

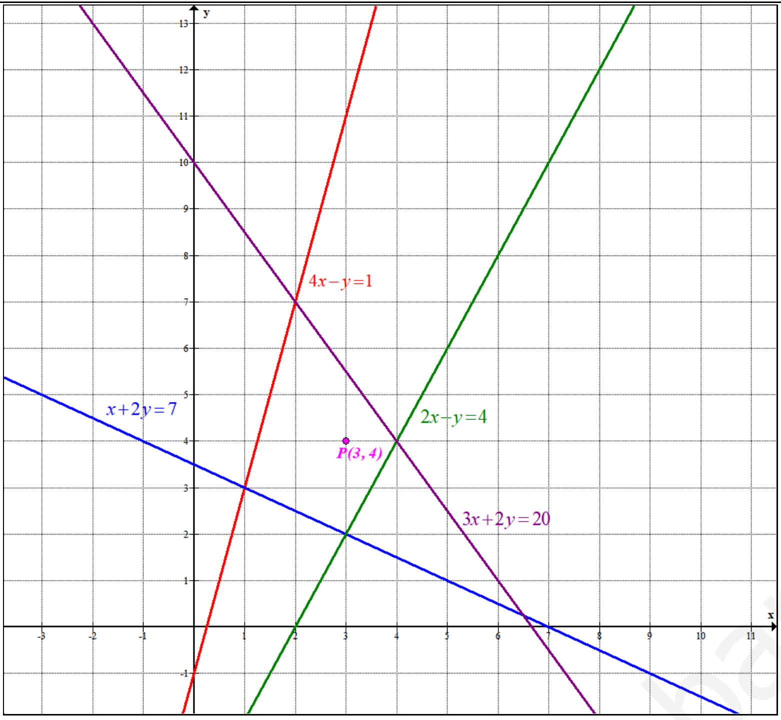
x	$y=4x-1$
0	-1
1	3

$2x-y=4$

x	$y=2x-4$
2	0
4	4

$3x+2y=20$

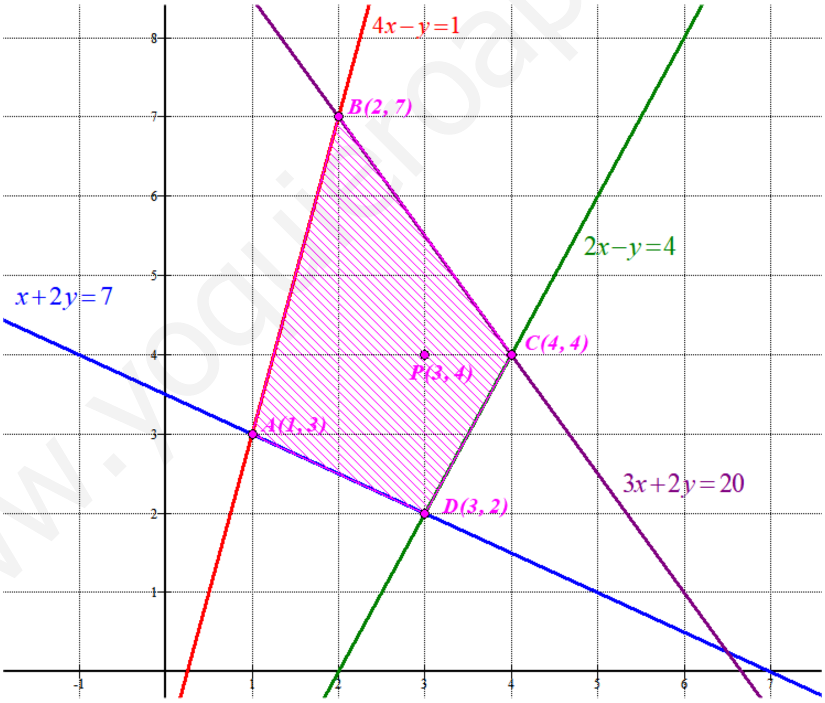
x	$y=\dfrac{20-3x}{2}$
0	10
4	4



Comprobamos si el punto P(3, 4) cumple las restricciones.

$3+8\geq 7 \qquad 12-4\geq 1 \qquad 6-4\leq 4 \qquad 9+8\leq 20 \qquad 3\geq 0 \qquad 4\geq 0$

Como se cumplen todas las restricciones la región factible es la zona rayada.



Valoramos la función $F(x,y)=2x+y$ en cada uno de los vértices en busca de un valor mínimo.

- **A(1, 3)** → $F(1,3)=2+3=5$
- **B(2, 7)** → $F(2,7)=4+7=11$
- **C(4, 4)** → $F(4,4)=8+4=12$
- **D(3, 2)** → $F(3,2)=6+2=8$

El valor mínimo se alcanza en el vértice A(1, 3) siendo este valor mínimo igual a 5.

BLOQUE B

EJERCICIO 3

Se considera la función $f(x)=ax^3+bx+4$, con a y b números reales.

a) **(1 punto)** Determine los valores de a y b para que f tenga un extremo relativo en el punto (2, 36)

b) **(0.75 puntos)** Para $a=4$ y $b=-3$, estudie la monotonía de f y determine sus extremos. relativos.

c) **(0.75 puntos)** Para $a=4$ y $b=-3$, calcule la función *F(x)* que verifica *F´(x)=f(x)* y *F(2)=10*.

a) Si $f(x)=ax^3+bx+4$ tiene un extremo relativo en (2, 36) significa que la derivada de la función en *x = 2* vale 0 y que el valor de la función en *x = 2* es 36.

$$f(x)=ax^3+bx+4 \Rightarrow f'(x)=3ax^2+b$$

$$f'(2)=0 \Rightarrow 3a\cdot 2^2+b=0 \Rightarrow 12a+b=0 \Rightarrow \boxed{b=-12a}$$

$$f(2)=36 \Rightarrow \boxed{a\cdot 2^3+2b+4=36}$$

Con las dos ecuaciones formamos un sistema:

$$\left.\begin{array}{l} b=-12a \\ 8a+2b+4=36 \end{array}\right\} \Rightarrow 8a-24a+4=36 \Rightarrow -16a=32 \Rightarrow \boxed{a=-2} \Rightarrow b=-12(-2)=24$$

Los valores buscados son: $\boxed{a=-2; \quad b=24}$

b) Para $a=4$ y $b=-3$ la función es $f(x)=4x^3-3x+4$.

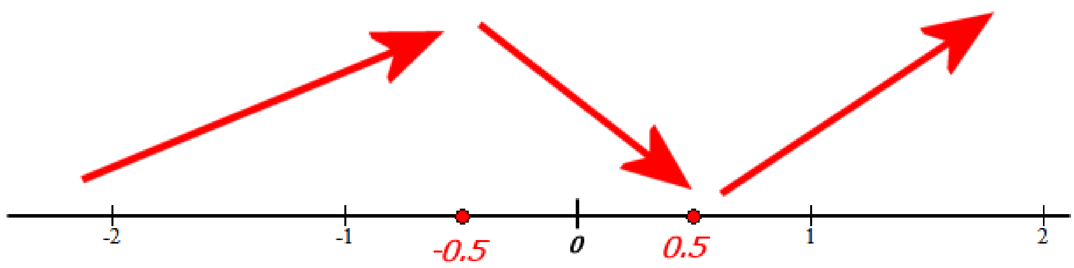
Calculamos la derivada e igualamos a cero.

$$f(x)=4x^3-3x+4 \Rightarrow f'(x)=12x^2-3$$

$$f'(x)=0 \Rightarrow 12x^2-3=0 \Rightarrow 12x^2=3 \Rightarrow x^2=\frac{3}{12}=\frac{1}{4} \Rightarrow x=\sqrt{\frac{1}{4}}=\pm\frac{1}{2}$$

Estudiamos el signo de la derivada en $(-\infty,-0.5)$, en $(-0.5,0.5)$ y en $(0.5,+\infty)$.

- En $(-\infty,-0.5)$ tomamos x = –1 y la derivada vale $f'(-1)=12(-1)^2-3=9>0$. La función crece en $(-\infty,-0.5)$.
- En $(-0.5,0.5)$ tomamos x = 0 y la derivada vale $f'(0)=-3<0$. La función decrece en $(-0.5,0.5)$.
- En $(0.5,+\infty)$ tomamos x = 1 y la derivada vale $f'(1)=12-3=9>0$. La función crece en $(0.5,+\infty)$.



La función crece en $(-\infty,-0.5)\cup(0.5,+\infty)$ y decrece en $(-0.5,0.5)$.

Tiene un máximo relativo en x = –0.5 y un mínimo relativo en x = 0.5.

$$f(-0.5)=4(-0.5)^3-3(-0.5)+4=-0.5+1.5+4=5$$

$$f(0.5)=4\cdot 0.5^3-3\cdot 0.5+4=0.5-1.5+4=3$$

El máximo relativo es el punto (–0.5, 5) y el mínimo relativo es (0.5, 3)

c) Para $a=4$ y $b=-3$ la función es $f(x)=4x^3-3x+4$. Nos piden calcular la integral de *f(x)* que pase por (2, 10).

$$F(x)=\int 4x^3-3x+4dx=x^4-3\frac{x^2}{2}+4x+C$$

$$F(2)=10\Rightarrow 2^4-3\frac{2^2}{2}+4\cdot 2+C=10\Rightarrow 16-6+8+C=10\Rightarrow C=-8$$

La función *F(x)* buscada es $\boxed{F(x)=x^4-3\frac{x^2}{2}+4x-8}$

EJERCICIO 4

a) **(1.2 puntos)** Calcule la derivada de las siguientes funciones:

$$f(x)=\left(-5+x^2\right)^2\cdot e^{3x} \qquad g(x)=\frac{\ln\left(x^3-5x\right)}{1-x^2}$$

b) **(1.3 puntos)** Calcule el área del recinto acotado por la gráfica de $h(x)=-x^2+2x+3$ y el eje de abscisas.

a)

$$f(x)=\left(-5+x^2\right)^2\cdot e^{3x} \Rightarrow f\,'(x)=2\left(-5+x^2\right)2x\cdot e^{3x}+\left(-5+x^2\right)^2\cdot 3e^{3x}$$

$$f\,'(x)=4x\left(-5+x^2\right)\cdot e^{3x}+3\left(-5+x^2\right)^2\cdot e^{3x}=\left(-5+x^2\right)\cdot e^{3x}\left[4x+3\left(-5+x^2\right)\right]$$

$$\boxed{f\,'(x)=\left(-15+4x+3x^2\right)\left(-5+x^2\right)\cdot e^{3x}}$$

$$g(x)=\frac{\ln\left(x^3-5x\right)}{1-x^2} \Rightarrow g\,'(x)=\frac{\dfrac{3x^2-5}{x^3-5x}\left(1-x^2\right)+2x\ln\left(x^3-5x\right)}{\left(1-x^2\right)^2}$$

$$g\,'(x)=\frac{\dfrac{3x^2-5}{x^3-5x}\cancel{\left(1-x^2\right)}}{\left(1-x^2\right)^{\cancel{2}}}+\frac{2x\ln\left(x^3-5x\right)}{\left(1-x^2\right)^2}=\frac{3x^2-5}{\left(x^3-5x\right)\left(1-x^2\right)}+\frac{2x\ln\left(x^3-5x\right)}{\left(1-x^2\right)^2}$$

$$\boxed{g\,'(x)=\frac{3x^2-5}{\left(x^3-5x\right)\left(1-x^2\right)}+\frac{2x\ln\left(x^3-5x\right)}{\left(1-x^2\right)^2}}$$

b) Veamos si la función $h(x)=-x^2+2x+3$ corta el eje de abscisas.

$$h(x)=0 \Rightarrow -x^2+2x+3=0 \Rightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2+12}}{-2}=\frac{-2\pm 4}{-2}=\begin{cases}\dfrac{-2+4}{-2}=-1=x\\[2mm] \dfrac{-2-4}{-2}=3=x\end{cases}$$

Lo corta en dos puntos x = –1 y x = 3.

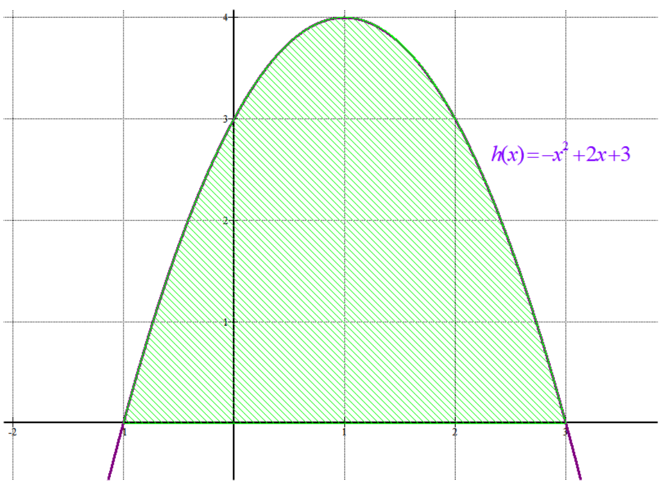
$$\text{Área}=\int_{-1}^{3}h(x)dx=\int_{-1}^{3}-x^2+2x+3dx=$$

$$=\left[-\frac{x^3}{3}+x^2+3x\right]_{-1}^{3}=$$

$$=\left[-\frac{3^3}{3}+3^2+9\right]-\left[-\frac{(-1)^3}{3}+(-1)^2-3\right]=$$

$$=\cancel{-9+9}+9-\frac{1}{3}-1+3=$$

$$=11-\frac{1}{3}=\boxed{\frac{32}{3}u^2}$$



BLOQUE C

EJERCICIO 5

A 120 estudiantes se les ha recomendado la lectura de dos libros. Se sabe que 46 de ellos han leído el primer libro recomendado, 34 el segundo y 16 estudiantes han leído ambos libros. Se elige un estudiante al azar.

a) **(0.6 puntos)** Calcule la probabilidad de que haya leído alguno de los dos libros.
b) **(0.6 puntos)** Calcule la probabilidad de que no haya leído ninguno de los dos libros.
c) **(0.6 puntos)** Calcule la probabilidad de que solamente haya leído el primer libro.
d) **(0.7 puntos)** Calcule la probabilidad de que haya leído el primer libro, si se sabe que no ha leído el segundo.

Reunimos los datos en una tabla.

	Han leído el primer libro	No han leído el primer libro	TOTAL
Han leído el segundo libro	**16**		**34**
No han leído el segundo libro			
TOTAL	**46**		**120**

Completamos la tabla.

	Han leído el primer libro	No han leído el primer libro	TOTAL
Han leído el segundo libro	**16**	**18**	**34**
No han leído el segundo libro	**30**	**56**	**86**
TOTAL	**46**	**74**	**120**

a) Hay 56 estudiantes que no han leído ni el primer ni el segundo libro, por lo que hay 120 – 56 = 64 que han leído algún libro. Aplicamos la regla de Laplace y la probabilidad es:

$$P\left(\text{Algún estudiante haya leido algún libro}\right)=\frac{64}{120}=\boxed{\frac{8}{15}=0.53}$$

b) De los 120 estudiantes hay 56 estudiantes que no han leído ningún libro. Aplicamos la regla de Laplace y la probabilidad es:

$$P\left(\text{Algún estudiante haya leido algún libro}\right)=\frac{56}{120}=\boxed{\frac{7}{15}=0.46}$$

c) El segundo libro no lo han leído 86 estudiantes y de estos 30 han leído el primer libro. Aplicamos la regla de Laplace y la probabilidad es:

$$P\left(\text{Algún estudiante haya leido el primer libro / No ha leido el segundo libro}\right)=\frac{30}{86}=\boxed{\frac{15}{43}=0.35}$$

EJERCICIO 6

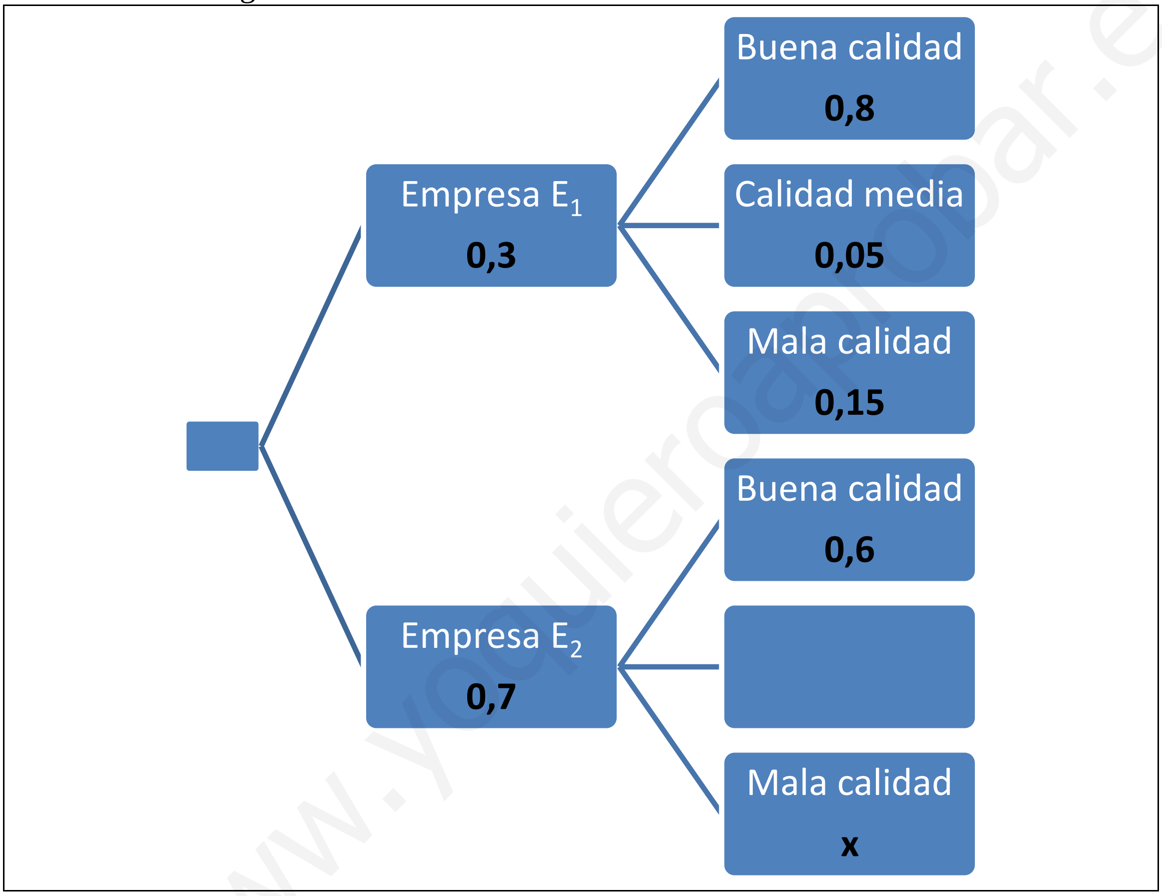
Las bicicletas de alquiler de una ciudad se clasifican por su calidad: buena, media y mala. El 30% de dichas bicicletas son gestionadas por una empresa E_1 y el resto por una empresa E_2. De las bicicletas de la empresa E_1, el 80% son de buena calidad, el 5% de calidad media y el resto de mala calidad. De las bicicletas de la empresa E_2 se sabe que el 60% son de buena calidad, pero se desconocen los porcentajes de bicicletas de calidad media y calidad mala. Se elige al azar una bicicleta de alquiler de esa ciudad.

a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que sea de buena calidad.

b) **(0.75 puntos)** Calcule la probabilidad de que sea de la empresa E_1 y de mala calidad.

c) **(0.75 puntos)** Si se sabe que el porcentaje de bicicletas de alquiler de calidad media en toda la ciudad es del 19%, ¿cuál es la probabilidad de que sea de calidad media, sabiendo que la bicicleta elegida es de la empresa E_2?

Realizamos un diagrama de árbol.



a) Ser de buena calidad tiene dos formas de elegirla, calculamos la probabilidad de ambas y las sumamos.

$$P(\text{Sea de buena calidad}) = 0,3 \cdot 0,8 + 0,7 \cdot 0,6 = 0,24 + 0,42 = \boxed{0,66}$$

b) $P(\text{Sea de la empresa E}_1 \text{ y de mala calidad}) = 0,3 \cdot 0,15 = \boxed{0,045}$

c) En la ciudad hay un porcentaje de bicicletas de calidad media de la empresa E_1 que son el 5% del 30% = 0,3 · 0,05 = 0,015, es decir, un 1,5% de las bicis de calidad media son de la empresa E_1, por lo que 19 – 1,5 = 17,5 % son de la empresa E_2.

$$0,7 \cdot x = 0,175 \Rightarrow x = \frac{0,175}{0,7} = 0,25$$

La probabilidad es de 0,25.

BLOQUE D

EJERCICIO 7

La vida útil, en años, de las lavadoras de un determinado modelo, se distribuyen según una ley Normal de varianza 7.84. En una muestra de 12 lavadoras, la vida útil en años ha sido:

9.5 9 10.2 8.6 11.4 10.8 12.6 11 11.8 14.5 10.4 9.8

a) **(1.5 puntos)** Con estos datos, determine un intervalo de confianza al 93.5% para estimar la vida útil de estas lavadoras.

b) **(1 punto)** Calcule el error máximo que se puede cometer al estimar la vida útil media de este modelo de lavadoras, si se toma una muestra de 50 lavadoras y asumimos un nivel de confianza del 99%.

X = Vida útil de una lavadora en años

Varianza = 7.84 → $\sigma = \sqrt{7.84} = 2.8$

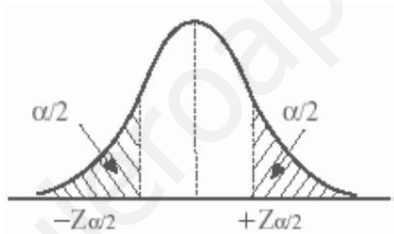
X = N(μ, 2.8)

n = 12

$$Media\ muestral = \bar{x} = \frac{9.5+9+10.2+8.6+11.4+10.8+12.6+11+11.8+14.5+10.4+9.8}{12} = 10.8$$

a) Con un nivel de confianza del 93.5% tenemos

1 – ∝ = 0,935 → ∝ = 0,065 →∝/2 = 0'0325 →1 – ∝/2 = 0,9675 → $z_{\alpha/2}$ **= 1,845**



$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.845 \cdot \frac{2.8}{\sqrt{12}} = 1.491$$

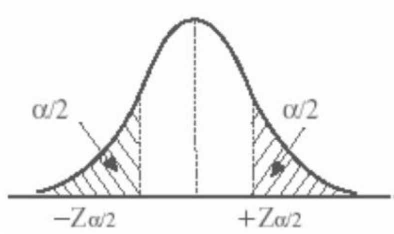
El intervalo de confianza para la media de la población es:

$$\left(\bar{x} - Error, \bar{x} + Error\right) = (10.8 - 1.491, 10.8 + 1.491) = (9.309, 12.291)$$

b) n = 50.

Con un nivel de confianza del 99% tenemos

1 – ∝ = 0,99 → ∝ = 0,01 →∝/2 = 0'005 →1 – ∝/2 = 0,995 → $z_{\alpha/2}$ **= 2,575**



$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.575 \cdot \frac{2.8}{\sqrt{50}} = 1.019$$

El error máximo es de 1.019 años.

EJERCICIO 8

La renta anual de los hogares andaluces, en miles de euros, se distribuye según una ley Normal con desviación típica 5 y media desconocida μ.

a) **(1 punto)** Si se desea que en el 99% de las posibles muestras del mismo tamaño, elegidas de entre los hogares andaluces, la media muestral no difiera de la renta media anual poblacional de dichos hogares en más de una unidad, ¿cuál debe ser el tamaño mínimo de las muestras?

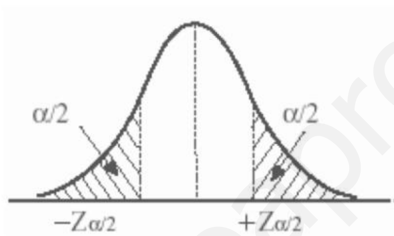
b) **(0.5 puntos)** Si se consideran muestras de hogares andaluces de tamaño 100, ¿qué distribución de probabilidad sigue la variable aleatoria "Renta media anual muestral"?

c) **(1 punto)** Suponiendo que la renta media anual poblacional de los hogares andaluces es μ = 24, ¿cuál es la probabilidad de que en una muestra de tamaño 100 la renta media anual muestral sea superior a 25?

X = Renta anual de un hogar andaluz, en miles de euros.
X = N(μ, 5)

a) Con un nivel de confianza del 99%

$1 - \propto = 0{,}99 \rightarrow \propto = 0{,}01 \rightarrow \propto/2 = 0'005 \rightarrow 1 - \propto/2 = 0{,}995 \rightarrow z_{\alpha/2}$ **= 2,575**



Queremos encontrar un tamaño mínimo de la muestra para que el error sea menor de 1.

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.575 \cdot \frac{5}{\sqrt{n}} = 1 \Rightarrow 2.575 \cdot 5 = \sqrt{n} \Rightarrow n = \left(2.575 \cdot 5\right)^2 = 165.76$$

El tamaño mínimo es de 166 hogares andaluces.

b) Se considera n = 100 como X = Renta anual de un hogar andaluz, en miles de euros es una N(μ, 5) la media muestral es $\overline{X_{100}} = N\left(\mu, \frac{5}{\sqrt{100}}\right) \Rightarrow \overline{X_{100}} = N\left(\mu, 0.5\right)$

c) Si X = N(24, 5) entonces $\overline{X_{100}} = N\left(24, 0.5\right)$

$$P\left(\overline{X_{100}} > 25\right) = \{Tipificamos\} = P\left(Z > \frac{25-24}{0.5}\right) = P\left(Z > 2\right) = 1 - P\left(Z < 2\right) = 1 - 0.9772 = \boxed{0.0228}$$