3. Cinemática: Composición de movimientos

1. Se quiere cruzar un río y la velocidad de la corriente es de 10 m/s y nuestra lancha que desarrolla una velocidad de 15 m/s la colocamos en dirección perpendicular a las orillas, a la corriente. Calcula:

   a) ¿Cómo se moverá la lancha con respecto a un observador que se encuentra en la orilla?

   b) Tiempo que tarda en atravesar el río si tiene una anchura de 200 m.

   c) Distancia recorrida por la lancha.

2. Un río tiene una anchura de 100 m y un nadador quiere cruzarlo perpendicularmente a la corriente, pero va a pasar 20 m. aguas abajo. Si la velocidad del nadador es de 2 m/s, ¿qué velocidad lleva el río?

3. Un jugador de golf lanza una pelota desde el suelo con un ángulo de 60º respecto al horizonte y una velocidad de 80 m/s. Calcula:

   a) Tiempo que tarda en caer.

   b) Velocidad de la pelota en el punto más alto de la trayectoria.

   c) Alcance máximo.

   d) Altura máxima alcanzada por la pelota.

   e) Ecuación de la trayectoria seguida por la pelota.

4. En un salto, una rana salta la distancia horizontal de 40 cm. Si suponemos que la rana ha efectuado el salto con una inclinación de 30º, ¿con qué velocidad se impulsa?

5. Un cañón antiaéreo dispara proyectiles con velocidad de 400 m/s. Si el ángulo de tiro es de 60º, calcula:

   a) La altura máxima alcanzada.

   b) Si podrá abatir (impactar) un avión que vuela hacia el antiaéreo a 4000 m. de altura y a 720 km/h.

   c) La distancia recorrida por el avión desde que el proyectil es lanzado hasta que impacta.

6. Juanito lanza una pelota desde su terraza situada a 30 m de altura. La lanza con una velocidad horizontal, con la intención de evitar la terraza de su vecino, que se encuentra 15 m por debajo de la suya y sobresale 28 m.

   a) ¿Con qué velocidad mínima debe lanzar la pelota para que salve la terraza de su vecino?

   b) ¿A qué distancia horizontal, respecto del punto de partida, caerá la pelota?

7. En el último partido de baloncesto que enfrentó al Real Madrid y al Barcelona, los dos equipos se encontraban empatados cuando el partido estaba apunto de finalizar. Un jugador del Barcelona lanza el balón a canasta con una velocidad de 8 m/s y una inclinación de 30º. La canasta se encuentra a 3.05 m de altura y el jugador efectúa el lanzamiento a una distancia de 5 m. ¿Quién gana el partido? (Supón que el jugador, con los brazos extendidos, ha lanzado el balón desde una altura de 2.72 m)

8. En un instante dado, una de las ruedas posteriores de un camión proyecta una piedrecita hacia atrás. La piedra sale disparada a 72 km/h, con un ángulo de 37º sobre la horizontal.

   Detrás del camión, en la misma dirección y sentido, va una fugoneta a 14 m/s (velocidad constante). Calcula:

   a) La altura máxima que alcanza la piedrecita.

   b) A qué altura sobre el suelo y con qué velocidad choca la piedra con el cristal de la furgoneta si, en el momento en el que la piedra sale lanzada, el cristal estaba a 4.5 m de la piedra (suponer que el parabrisas de la furgoneta es perpendicular al suelo).

9. Un jugador de béisbol lanza con una velocidad de 50 m/s y un ángulo de elevación de 30º. En el mismo instante, otro jugador situado a 150 m en la dirección que sigue la pelota corre para recogerla, cuando se encuentra a 1 m por encima del suelo con una velocidad constante de 10 m/s. ¿Llegará a recoger la pelota? En caso negativo, tiene dos soluciones: correr más deprisa o salir antes. Calcula:

   a) En el primer caso, con qué velocidad debería correr.

   b) En el segundo caso, cuánto tiempo antes de lanzar la pelota debe salir.

10. Un día de viento jugamos a lanzar verticalmente una pelota tratando de observar cómo afecta al movimiento de ésta el viento que sobre ella actúa. Si lanzamos hacia arriba una pelota a 25 m/s cuando la fuerza del viento le comunica una aceleración horizontal de 2 m/s^2. Deduce:

   a) Las ecuaciones de la posición, la velocidad y la trayectoria seguidas por la pelota.

   b) A qué distancia del punto de lanzamiento cae la pelota.

   c) ¿Cuál es la altura máxima alcanzada por la pelota?

3. Cinemática: Composición de movimientos

3.1. Solución:

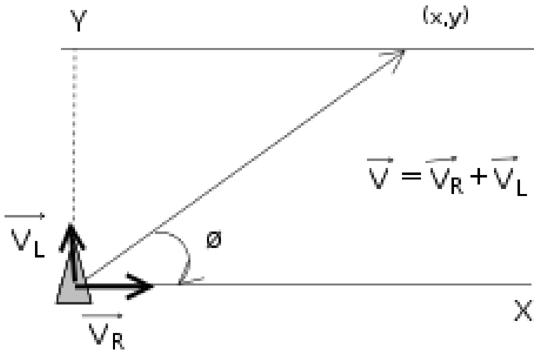

Figura 11: "Diagrama del problema"

a) Se trata de dos movimiento que simultáneamente actúan sobre la barca:

- un M.R.U. paralelo a las orillas, debido a la corriente del río.
- un M.R.U. perppendicular a las orillas, debido al motor de nuestra lancha.

Escogemos los ejes OX y OY concidentes con cada uno de los movimientos que afectan a la barca. Por lo tanto, el vector velocidad de la barca será:

$$\vec{v} = \vec{v}_R + \vec{v}_L = 10\vec{i} + 15\vec{j}$$

y su módulo:

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{{V_R}^2 + {V_L}^2} = \sqrt{10^2 + 15^2} \\ &= 18\ m/s \end{aligned}$$

y para llegar a conocer la dirección que lleva la lancha hallamos la dirección que este vector forma con uno de los ejes, el eje OX, las orillas del río:

$$tg\ \theta = \frac{V_L}{V_R} = \frac{15}{10} \Longrightarrow = \theta = 56{,}31^{\circ}$$

Por lo tanto, podemos concluir que la velocidad, el vector velocidad, nos va a indicar el tipo de movimiento que lleva la lancha, y ya que $vecv = CTE$, el movimiento será uniforme; y puesto que la dirección de este vector tampoco cambia con el tiempo ($\theta = 56{,}31^{\circ} = CTE$) podemos concluir que la trayectoria es rectilínea. Por tanto, la lancha llevará un movimiento rectilíneo y uniforme.

b) Para llegar a conocer el tiempo que tarda en cruzar el río, estudiamos las leyes de cada uno de los movimientos:

$$\begin{aligned} x &= V_R t \\ y &= V_L t = 200 \Longrightarrow t = \frac{200}{15} = 13{,}3\ s \end{aligned}$$

c) La distancia recorrida por la barca se hallará a partir del vector de posición:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} = v_R t\ \vec{i} + v_L t\vec{j}$$

Sabemos que $x = V_R t = 133{,}3\ m$, que será la desviación que sufre la barca (no llega frente al punto del que partió, como era su intención)

Las coordenadas del punto al que llega la barca será: (133.3, 200).

Para conocer la distancia recorrida:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = 240{,}3\ m$$

3.2. Solución:

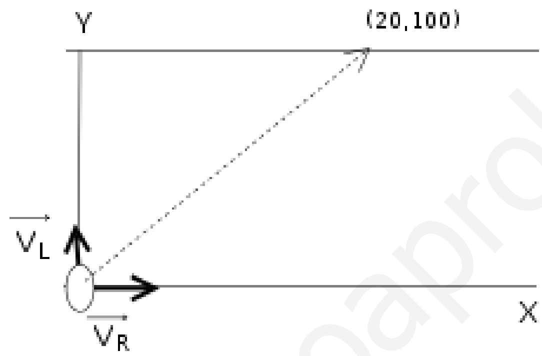

Figura 12: "Diagrama del problema"

El nadador está sometido simuñtáneamente a dos movimientos:

- el que trata de imponer cuando él nada.
- el que la corriente del río impone.

Ambos movimientos tienen velocidad constante, es decir, son uniformes; y son perpendiculares entre sí.

Desde el esquema podemos obervar que hacemos coincidir la dirección de la corriente con el eje OX y por lo tanto, la dirección en la que trata de nadar el nadador coincide con el eje OY. Si escribimos las leyes que corresponden a estos movimientos:

$$\begin{aligned} x &= V_R t \\ y &= V_N t \end{aligned}$$

A través de ellas podemos conocer la posición en cualquier instante del nadador.

Para poder conocer la V_R necesitamos conocer el tiempo que tarda en llegar a la otra orilla; es decir, al punto que en el esquema hemos señalado, cuyas coordenadas son (20,100): es decir, que llega a un punto situado 20 m aguas abajo, después de cruzar el río de anchura 100 m.

$$\begin{aligned} x &= V_R t \\ y &= V_N t \longrightarrow t = \frac{100}{2} = 50s \end{aligned}$$

que es el tiempo que tarda en llegar al punto indicado.

Y si ahora trabajamos con la otra ley, con el otro movimiento:

$$x = v_R t \Longrightarrow 20 = v_R \cdot 50 \Longrightarrow v_R = 0{,}4\ m/s$$

3.3. Solución:

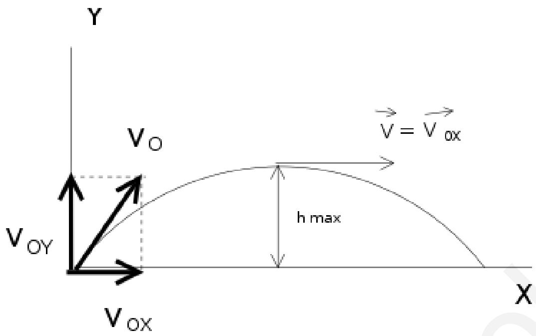

Figura 13: ”Diagrama del problema”

El movimiento que realiza la pelota se puede descomponer en dos movimientos:

- un movimiento horizontal y uniforme, ya que no existe aceleración en esta dirección. Las ecuaciones de este movimiento son:

$$\begin{aligned} x &= v_{0x}t = v_0\ cos\alpha\ t \\ v_{0x} &= v_0\ cos\alpha = CTE \end{aligned}$$

- un movimiento vertical y uniformemente acelerado, ya que queda sometida en esta dirección a la aceleración de la gravedad $\vec{a} = -g\vec{j}$.

  Las ecuaciones de este movimiento son:

$$\begin{aligned} y &= v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \\ y &= v_0\ sen\alpha\ t - \frac{1}{2}gt^2 \end{aligned}$$

La velocidad en esta dirección sería

$$v_y = v_{0y} - gt = v_0\ sen\alpha - gt$$

Podemos concluir entonces que las ecuaciones paramétricas que corresponden a este movimiento son:

$$\begin{aligned} x &= v_0\ cos\alpha t \\ y &= v_0\ sen\alpha\ t - \frac{1}{2}gt^2 \end{aligned}$$

y que la trayectoria que va a realizar la pelota será una parábola.

a) El tiempo que tarda lo hallamos desde la expresión del movimiento vertical, puesto que en ese instante y = 0

$$\begin{aligned} y &= v_0\ sen\alpha\ t - \frac{1}{2}gt^2 \\ 0 &= v_0\ sen\alpha\ t - \frac{1}{2}gt^2 \end{aligned}$$

conocemos la velocidad de lanzamiento o velocidad inicial $v_0 = 80\ m/s$; el ángulo de tiro, $\alpha = 60^o$. Resolviendo la ecuación

$$\begin{aligned} t &= \frac{2v_0 sen\alpha}{g} = \frac{2 \cdot 80 sen\alpha}{10} \\ &= 13{,}8 \approx 14\ s \end{aligned}$$

(A este tiempo también se le conoce como tiempo de vuelo)

b) En el punto más alto de la trayectoria, como podemos observar en el esquema inicial, la velocidad sólo tiene componente horizontal.

$$\begin{aligned} v_h &= v_{ox} = v_o cos\alpha = 80cos60 \\ v_h &= 40\ m/s \end{aligned}$$

c) El alcance se corresponde con la distancia horizontal recorrida por la pelota

$$x = A = v_o cos\alpha t$$

y el tiempo que debemos considerar es el empleado en caer, en recorrer la parábola completa. Lo hemos hallado en el apartado a).

$$A = 80cos60 \cdot 14$$

$$A = 560m$$

d) La altura máxima alcanzada se corresponde con el punto en que $v_y = 0$, y lo hallamos a partir de la expresión:

$$y = h_{max} = v_o sen\alpha t_h - \frac{1}{2}gt_h^2$$

donde t_h será la mitad del tiempo en caer, del llamado tiempo de vuelo

$$t_h = \frac{t}{2} = \frac{14}{2} = 7\ s$$

y ahora sólo nos queda sustituir

$$h_{max} = 80sen60 \cdot 7 - \frac{1}{2}10 \cdot 7^2$$

$$h_{max} = 240\ m$$

e) La ecuación de la trayectoria la hallamos cuando logramos poner una coordenada en función de la otra, esto es, $y = y(x)$

$$\begin{aligned} y &= v_o sen\alpha t - \frac{1}{2}gt^2 \\ x &= v_o cos\alpha t \Longrightarrow t = \frac{x}{v_o cos\alpha} \\ y &= v_o sen\alpha \frac{x}{v_o cos\alpha} - \frac{1}{2}g\frac{x^2}{{v_o}^2 cos^2\alpha} \\ y &= tg\alpha x - \frac{g}{2v_o^2 cos^2\alpha}x^2 \end{aligned}$$

$$y = Ax - Bx^2$$

que se corresponde con la ecuación de una parábola, confirmando la afirmación realizada al principio.

Particularizando para nuestro problema

$$\begin{aligned} y &= tg60x - \frac{10}{2 \cdot 80^2 \cdot cos^2 60}x^2 \\ y &= 1{,}7x - 3 \cdot 10^{-3}x^2 \end{aligned}$$

3.4. Solución:

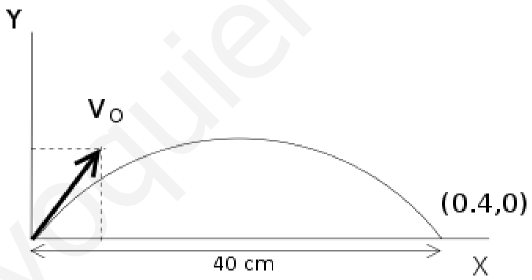

Figura 14: "Diagrama del problema"

La rana realiza una trayectoria parabólica: se mueve horizontalmente, alejándose de la posición inicial, pero también se eleva del suelo y por lo tanto, queda sometida a la aceleración de la gravedad, en realidad a la fuerza peso.

Por lo tanto, la rana está sometida a dos movimientos, uno horizontal y uniforme (no hay aceleración en esta dirección) y otro vertical y uniformemente acelerado. Las ecuaciones paramétricas que corresponden a estos movimientos serán:

$$\begin{aligned} x &= v_o cos\alpha t \\ y &= v_o sen\alpha t - \frac{1}{2}gt^2 \end{aligned}$$

El origen del sistema de referencia lo situamos en el punto donde la rana inicia su salto, y el criterio de signos sigue siendo el de siempre. Cuando la rana termina el salto, ha recorrido 0.4 m y su altura volverá a ser nula: las coordenadas de ese punto, las señaladas en el esquema:

$$\begin{aligned} x &= 0{,}4m \\ y &= 0 \end{aligned}$$

$$0{,}4 = v_o cos\alpha t \qquad (1)$$

$$0 = v_o sen\alpha t - \frac{1}{2} g t^2 \qquad (2)$$

y observando el sistema de ecuaciones comprobamos que tenemos dos ecuaciones 1 2; y dos incógnitas v_o y t (tiempo de vuelo).

Simplificando en la ecuación 2

$$0 = v_o sen\alpha - \frac{1}{2} g t \Longrightarrow t = \frac{2 v_o sen\alpha}{g}$$

y si sustituimos en 1

$$0{,}4 = v_o cos\alpha \frac{2 v_o sen\alpha}{g} = 2 {v_o}^2 \frac{cos\alpha sen\alpha}{g}$$

despejamos y operamos:

$${v_o}^2 = \frac{0{,}4 g}{2 cos\alpha sen\alpha} \Longrightarrow v_o = \sqrt{\frac{0{,}4 g}{2 cos\alpha sen\alpha}}$$

$$v_o = 2{,}16\ m/s$$

3.5. Solución:

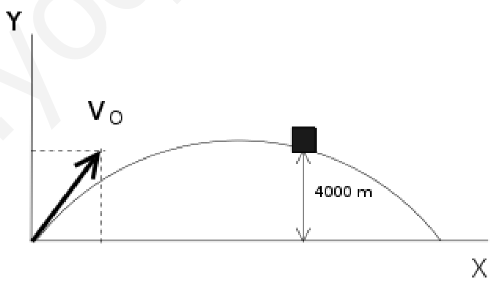

Figura 15: "Situamos el sistema de referencia en cañón, punto del que sale"

a) El proyectil realiza una trayectoria parabólica ya que una vez que ha sido lanzado la única fuerza que sobre él actúa es el peso. Las ecuaciones de su movimiento son:

$mov\ horizontal\ y\ uniforme$	$x = v_o cos60 t = 200t$
$mov\ vertical\ y\ uniformemente\ acelerado$	$y = v_o sen\alpha t - \frac{1}{2} g t^2 = 346t - 5t^2$

para llegar a conocer la máxima altura alcanzada necesitamos saber el tiempo que tarda en llegar a esa posición. Y la condición de ese punto es que la componente vertical de la velocidad se anula.

$$v_y = 0 \Longrightarrow v_y = v_o sen\alpha - g t \Longrightarrow 0 = 346 - 10t \Longrightarrow t = 34{,}6$$

de forma que

$$y = h_{max} = v_o sen\alpha t - 5t^2 \approx 6000m$$

b) Claro que puede batir al avión, porque el proyectil alcanza una altura mayor que la que la que lleva el avión. Además puede ser impactado en los dos puntos de la trayectoria de la bala que cortan en la trayectoria del avión. Estos dos puntos se encuentran a 4000 m, por debajo de la máxima altura alcanzada por el proyectil.

c) Para poder conocer la distancia debemos conocer el tiempo, los dos instantes, en los que el proyectil alcanza la altura de 4000 m. Es decir:

$$y = 4000 = v_o sen\alpha t - \frac{1}{2}gt^2 \Longrightarrow 4000 = 346t - 5t^2$$

Resolviendo esta ecuación de 2º grado encontramos las dos soluciones buscadas:
$t_1 = 54{,}6\ s$
$t_2 = 14{,}6\ s$
para que se produzca el primer impacto (es decir en el primer punto de corte teniendo el sentido en el que avanza el avión)

$$x_1 = v_o cos60 t_1 = 11000\ m$$

y el segundo impacto se produce a

$$x_2 = v_o cos60 t_2 = 3000\ m$$

3.6. Solución:

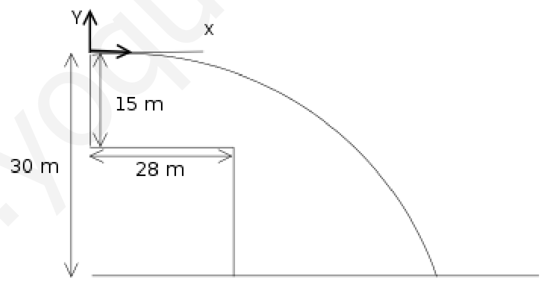

Figura 16: "Diagrama del problema"

La pelota realiza un movimiento parabólico y si escogemos el origen del sistema de referencia en el punto de lanzamiento, las ecuaciones paramétricas serán:

mov horizontal y uniforme	$x = vt$
mov vertical y uniformemente acelerado	$y = -\frac{1}{2}gt^2$

El criterio de signos es el de siempre; la única aceleración que actúa sobre la pelota es la aceleración de la gravedad, vertical y hacia el suelo. La velocidad de lanzamiento o velocidad inicial es horizontal, no tiene por tanto componente vertical.

a) Sabemos que cuando ha caído 15 m debe encontrarse a 28 m de la vertical de lanzamiento, es decir, las coordenadas de la pelota deben ser (28, 15) justo en el instante en que llega a la terraza inferior.

Particularizando entonces en las ecuaciones paramétricas nos queda

$$x = 28 = vt \tag{3}$$

$$y = -15 = -\frac{1}{2}gt^2 \tag{4}$$

El signo negativo que aparece en el primer miembro se debe a que la pelota se encuentra cayendo, y ese es el sentido que le corresponde de acuerdo al criterio de signos.

Resolviendo este sistema de ecuaciones:

$$\begin{array}{ll} 4 & -15 = \frac{1}{2}10t^2 \rightarrow t = \sqrt{3}\ s \\ 3 & 28 = v\sqrt{3} \rightarrow v = \frac{28}{\sqrt{3}} = 16{,}2\ m/s \end{array}$$

Ésta será la velocidad mínima con que Juanito debe lanzar el balón para salvar la terraza de su vecino.

b) Volvemos a trabajar con las ecuaciones paramétricas y ahora debemos hallar la abcisa, la distancia horizontal de la pelota, cuando ha caído 30 m y llega al suelo

$$\begin{aligned} x &= vt_T = 16{,}2t_T \\ y &= -30 = -\frac{1}{2}g{t_T}^2 \Longrightarrow t_T = \sqrt{6}\ s \end{aligned}$$

$$x = 16{,}2\sqrt{6} = 39{,}6\ m$$

3.7. Solución:

$$\begin{aligned} \vec{v}_o &= \vec{v}_{ox} + \vec{v}_{oy} \\ v_{ox} &= v_o cos\alpha = 6{,}9\ m/s \\ v_{oy} &= v_o sen\alpha = 4m/s \end{aligned}$$

Situaremos el sistema de referencia en la misma vertical en la que se encuentra el jugador, pero en el suelo.

La única fuerza que actúa sobre el balón una vez que ha sido lanzado es el peso, por lo que podemos afirmar entonces que el movimiento vertical es uniformemente acelerado. De forma que

mov horizontal y uniforme	$x = v_o cos\alpha t$
mov vertical y uniformemente acelerado	$y = y_o + v_o sen\alpha t - \frac{1}{2}gt^2$

Particularizando éstas para nuestro caso:

$$\begin{aligned} x &= 6{,}9\ t \\ y &= 2{,}72 + 4t - 5t^2 \end{aligned}$$

Para conocer si encesta o no, tan sólo debemos conocer la altura del balón cuando llega a la canasta

$$x = 5 = 6{,}9t \Rightarrow t = 0{,}72\ s$$

ese será el tiempo que tarda en llegar a la canasta y tendrá una altura de:

$$y = 2{,}72 + 4 \cdot 0{,}72 - 5(0{,}72)^2 = 3{,}00\ m$$

por lo tanto, no encesta, tocará en el aro y si tiene suerte habrá rebote. Lo más probable es que el partido finalice en empate.

3.8. Solución:

Una vez que la piedra sale disparada, la única fuerza que actúa sobre ella es el peso. Por ello, si escogemos el sistema de referencia justo en ese punto y hallamos las componentes de la velocidad sobre ellos

$$\begin{aligned} v_x &= v_o cos\alpha = 20cos37 = 16\ m/s \\ v_y &= v_o sen\alpha = 20sen37 = 12\ m/s \end{aligned}$$

observamos que la piedra realiza un movimiento parabólico, composición de dos movimientos perpendiculares entre sí:

mov horizontal y uniforme	$x = v_{ox}t = 16\ t$
mov vertical y uniformemente acelerado	$y = v_{oy}t - \frac{1}{2}gt^2 = 12t - 5t^2$

a) En el instante en el que se alcanza la máxima altura, la componente vertical de la velocidad es nula. La velocidad en ese eje se calcula a través de la expresión:

$$v_y = v_o sen\alpha - gt_h \rightarrow 0 = 12 - 10t_h \Rightarrow t_h = 1{,}2\ s$$

y coincide con el tiempo transcurrido tan sólo debemos intentar conocer la altura a través de la ley del movimiento vertical

$$y = h = 12t_h - 5{t_h}^2 \rightarrow h = 7{,}2\ m$$

b) Ahora interviene un segundo móvil, la furgoneta, que va detrás. Debemos intentar conocer su ley de movimiento considerando el mismo sistema de referencia:

$$x_F = x_o - v_F t \Longrightarrow x_F = 4{,}5 - 14t$$

$x_o = 4{,}5\ m$ porque ésta es la distancia que existe entre el camión, donde se encuentra el sistema de referencia, y la furgoneta.

$v_F = -14\ m/s$, ésta será la velocidad de la furgoneta pero debemos tener cuidado con su sentido para aplicar correctamente el signo en la expresión (la furgoneta realiza un movimiento horizontal y uniforme).

En el instante de la colisión

$$x_c = x_F \Longrightarrow 16t = 4{,}5 - 14t \quad (5)$$

$$y_c = y_F \Longrightarrow 12t - \frac{1}{2}gt^2 = y_F \quad (6)$$

podemos conocer el tiempo que tarda en producirse el choque

$$
\begin{array}{ll}
(5) & 30t = 4{,}5 \rightarrow t = 0{,}15\ s \\
(6) & y_F = 120{,}15 - 5(0{,}15)^2 = 1{,}7\ m
\end{array}
$$

la colisión se produce a 1.7 m y esa será la altura.

Para poder conocer la velocidad en ese instante

$$
\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y \begin{cases} v_x & = v_{ox} = 16\ m/s \\ v_y & = v_{oy} - gt = v_o sen\alpha - gt = 12 - 100{,}15 \end{cases}
$$

$$
\vec{v} = 16\vec{i} + 10{,}5\vec{j} \Rightarrow v = \sqrt{16^2 + 10{,}5^2}
$$

$$
v = 19{,}1\ m/s
$$

3.9. Solución:

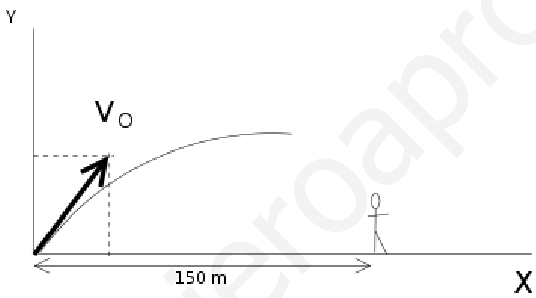

Figura 17: "Diagrama del problema"

Evidentemente la trayectoria que sigue una pelota de béisbol es parabólica y si consideramos el sistema de referencia en el punto de lanzamiento de ésta:

$$
\begin{aligned}
\vec{v_o} &= v_{ox}\vec{i} + v_{oy}\vec{j} \\
v_{ox} &= v_o cos\alpha = 43{,}4\ m/s \\
v_{oy} &= v_o sen\alpha = 25\ m/s
\end{aligned}
$$

Las ecuaciones del movimiento serían:

$$
\begin{aligned}
x = v_o cos\alpha t \quad &\longrightarrow x = 43{,}4t \\
y = v_o sen\alpha t - \frac{1}{2}gt^2 \quad &\longrightarrow y = 25t - 5t^2
\end{aligned}
$$

Lo primero que debemos averiguar es el sentido en el que ha de correr el jugador que trata de coger la pelota. Para ello, debemos conocer el alcance de la pelota:

$$
\begin{aligned}
x = A = v_o cos\alpha t_V & \\
y = 0 = v_o sen\alpha t_v - \frac{1}{2}g{t_v}^2 \quad &\longrightarrow 0 = v_o sen\alpha - 5t_v
\end{aligned}
$$

$$t_v = \frac{v_o sen\alpha}{5} = 5\ s$$

por lo tanto, $x = A = v_o cos\alpha t_v = 43{,}4 \cdot 5 = 217\ m$

Como podemos comprobar, el alcance es mayor que la distancia entre los dos jugadores (217 m ¿150 m). Concluimos entonces que el segundo jugador debe correo en el mismo sentido que el desplazamiento de la pelota.

¿De cuánto tiempo dispone el jugador para cogerla? Vamos a tratar de conocer el tiempo que emplea la pelota en llegar al punto situado a 1 m del suelo. Volvamos a trabajar con las ecuaciones del movimiento:

$$\begin{aligned} x &= v_o cos\alpha t \\ y &= 1 = v_o sen\alpha t - \frac{1}{2} g t^2 \longrightarrow 25t - 5t^2 + 1 = 0 \end{aligned}$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado, obtenemos que $t = 4{,}9\ s$ y la ley del movimiento para el segundo jugador será $x_F = v_p t + 150$, donde $v_p t = d$ representa la distancia que el jugador corre mientras la pelota cae hasta una altura de 1 m.

En el instante en que este jugador "coge" la pelota se cumple

$$x_F = x \Rightarrow d + 150 = v_o cos\alpha t$$

$$d = v_o cos\alpha t - 150 = 43{,}4 \cdot 4{,}9 - 150$$

$$d = 62{,}7\ m$$

Pero el jugador correo con velocidad constante e igual a 10 m/s, averigüemos entonces la distancia que realmente recorre en esos 4.9 s

$$d_J = v_J t = 49\ m$$

Podemos comprobar por tanto que $d_j < d$ (la distancia recorrida por el jugador es menor que la distancia que realmente necesita para coger la pelota en las condiciones indicadas), por lo que **NO** llega a recoger la pelota.

a) ¿Con qué velocidad debería correr? Aquella que le permita recorrer 62.7 m en 4.9 s

$$vt = d \rightarrow v = \frac{62{,}7}{4{,}9} = 12{,}7 \approx 13\ m/s$$

b) Y si no quiere correr más, debe anticiparse al golpe, debe salir antes de que la pelota sea lanzada. Si llamamos t_J : tiempo que necesita el jugador para llegar y t_p : tiempo que tarda la pelota en alcanzar la altura de 1 m, entonces

$$\Delta t = t_J - t_p = \frac{62{,}7\ m}{10\ m/s} - 4{,}9\ s = 1{,}4\ s$$

3.10. Solución:

a) La pelota está sometida a dos movimientos simultáneamente:

- la lanzamos verticalmente y en ese instante aparece la fuerza peso que se manifiesta en la aceleración que lleva la pelota en esa dirección. La ley del movimiento en esta dirección sería:

$$y = v_{oy}t - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow y = 25t - 5t^2$$

- Pero también actúa, al lanzarla la fuerza del viento, que obliga a la pelota a alejarse de la vertical en la que fue lanzada. Esta fuerza se manifiesta en la aceleración horizontal que tiene la pelota

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{2}a_N t^2 \\ x &= \frac{1}{2}2t^2 = t^2 \end{aligned}$$

De esta manera, podemos concluir que las ecuaciones paramétricas del movimiento que realiza la pelota son:

mov. horizontal y uniformemente acelerado	$x = \frac{1}{2}a_N t^2$
mov. vertical y uniformemente acelerado	$y = v_{oy}t - \frac{1}{2}gt^2$

$$x = t^2$$

$$y = 25t - 5t^2$$

Desde el análisis de estos dos movimientos podemos deducir las expresiones de la velocidad

$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y$$

$$v_x = a_N t = 2t$$

$$v_y = v_{oy} - gt = 25 - 10t$$

$$\vec{v} = 2t\vec{i} + (25 - 10t)\vec{j}$$

Y para llegar a conocer la trayectoria deberíamos tratar de eliminar el tiempo de las dos ecuaciones del movimiento:

$$\begin{aligned} x &= t^2 \\ y &= 25t - 5t^2 \Rightarrow y = 25x^{\frac{1}{2}} - 5x \end{aligned}$$

y ésta será la ecuación de la trayectoria.

b) Cuando vuelve a caer, toca de nuevo el suelo, sabemos que y=0, por lo que

$$\begin{aligned} x &= A = t_v^2 \\ y &= 025t_v - 5{t_v}^2 \Rightarrow t_v = 5\ s \end{aligned}$$

$A = 25\ m$, caerá a 25 m del punto en el que fue lanzada.

c) Al alcanzar la máxima altura la componente vertical de la velocidad se hace cero:

$$v_y = 0 = 25 - 10t \Rightarrow t = 2{,}5\ s$$

de manera que la máxima altura alcanzada la conocemos estudiando el movimiento vertical

$$y = h_{max} = 25t - \frac{1}{2}gt^2 = 25 \cdot 2{,}5 - 5(2{,}5)^2$$

$$h_{max} = 31\ m$$