



MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escoger solo cuatro ejercicios elegidos entre los ocho de que consta el examen.
2. Si realiza más de cuatro ejercicios solo se corregirán los cuatro primeros, según el orden que aparecen resueltos en el cuadernillo de examen.
3. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
4. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
5. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.**

Ejercicio 1 [2.5 PUNTOS]

Considera el sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} x + (1-t)y = t \\ (1+t)x - 3y = -t \end{cases}$$
 dependiente del parámetro t .

- 1) [1 PUNTO] Determina para qué valores de t el sistema tiene solución única y resuélvelo en ese caso, expresando la solución en función del parámetro t si es necesario.
- 2) [1 PUNTO] Determina para qué valores de t el sistema tiene infinitas soluciones y resuélvelo en ese caso.
- 3) [0.5 PUNTOS] Determina para qué valores de t el sistema no tiene solución.

Ejercicio 2 [2.5 PUNTOS]

Considera la función $f(x) = \frac{1 - \cos(x)}{x}$.

- 1) [0.5 PUNTOS] Calcula la derivada primera
- 2) [0.5 PUNTOS] Calcula la pendiente de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = \pi$.
- 3) [1 PUNTO] Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.
- 4) [0.5 PUNTOS] Calcula las asíntotas.

Ejercicio 3 [2.5 PUNTOS]

Considera los puntos $A = (2, 1, 5)$, $B = (3, 4, 1)$ y la recta $r = \begin{cases} x = 3 - \lambda \\ y = 4 - 3\lambda \\ z = 1 - 4\lambda \end{cases}$

- 1) [0.5 PUNTOS] Se emite un rayo láser desde el punto A . Calcula la ecuación de la recta que contiene al rayo láser para que impacte en el punto B .
- 2) [1 PUNTO] Calcula la ecuación de una recta que pase por B y sea perpendicular al rayo y a la recta r .
- 3) [1 PUNTO] Calcula la ecuación del plano que contiene al rayo y a la recta r .

Ejercicio 4 [2.5 PUNTOS]

Un tenista juega el 20% de sus partidos en tierra batida y el resto en otras superficies. Jugando en tierra batida gana el 90% de sus partidos, pero en otras superficies, solo consigue ganar el 40% de los partidos.

- 1) [1.25 PUNTOS] Calcula la probabilidad de que gane un partido concreto, sin que sepamos en qué superficie juega.
- 2) [1.25 PUNTOS] Calcula la probabilidad de que haya jugado un partido concreto en tierra batida sabiendo que ha ganado dicho partido.

Ejercicio 5 [2.5 PUNTOS]

Considera la ecuación matricial $AX - X = B$, siendo $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}$, en donde a es un parámetro real.

- 1) [1 PUNTO] Despeja la matriz X de la ecuación anterior.
- 2) [0.5 PUNTOS] Halla los valores de a para los que no es posible calcular X .
- 3) [1 PUNTO] Calcula X para $a = 1$.

Ejercicio 6 [2.5 PUNTOS]

Considera la función $f(x) = \begin{cases} \sin(x) & \text{si } x \leq \pi/2 \\ \frac{2}{x} + a & \text{si } x > \pi/2 \end{cases}$, siendo a un parámetro real.

- 1) [0.5 PUNTOS] Halla a para que $f(x)$ sea continua.
- 2) [0.5 PUNTOS] Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.
- 3) [0.5 PUNTOS] Halla una primitiva de $f(x)$ para $x \leq \pi/2$.
- 4) [1 PUNTO] Calcula el área de la región limitada por la función $y = f(x)$, las rectas $x = 0$, $x = \pi/2$, y el eje OX de abscisas.

Ejercicio 7 [2.5 PUNTOS]

Considera los puntos $A = (1, 3, 1)$, $B = (4, 1, -2)$, $C = (3, 5, 2)$, $D = (1, 1, 3)$.

- 1) [1 PUNTO] Halla la ecuación del plano, Π , que contiene los puntos A , B , C .
- 2) [0.5 PUNTOS] Comprueba si el punto D está contenido en el plano Π .
- 3) [1 PUNTO] Calcula el ángulo que forman los vectores \overrightarrow{AB} y \overrightarrow{AC} .

Ejercicio 8 [2.5 PUNTOS]

En la Unión Europea hay aproximadamente 250 millones de hombres adultos, de los cuales 12 millones miden más de 190cm. En Holanda hay aproximadamente 7 millones de hombres adultos, cuya altura sigue una distribución normal con media 184 cm y desviación típica 7 cm.

Supongamos que elegimos un hombre adulto al azar de toda la Unión Europea.

- 1) [0.25 PUNTOS] Calcula la probabilidad de que mida más de 190 cm.
- 2) [0.25 PUNTOS] Calcula la probabilidad de que sea holandés.
- 3) [1 PUNTO] Calcula la probabilidad de que mida más de 190 cm sabiendo que es holandés.
- 4) [1 PUNTO] Calcula la probabilidad de que sea holandés sabiendo que mide más de 190 cm.