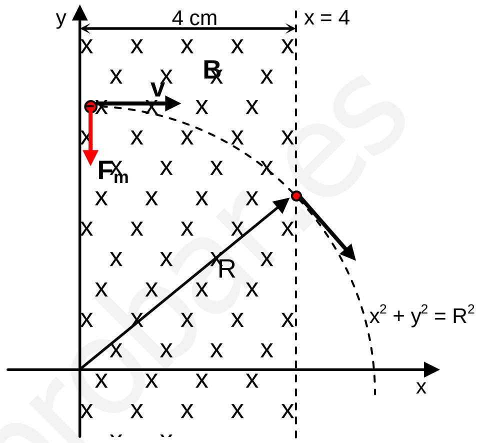
FUERZAS MAGNÉTICAS

1C.- *Un electrón se mueve a través de un tubo de rayos catódicos a 10^7 m/s penetra perpendicularmente en un campo uniforme de 10^{-3} T que actúa sobre una zona de 4 cm a lo largo del tubo. Calcular: (a) La desviación ha sufrido el electrón respecto a su trayectoria. (b) La diferencia de potencial hay establecer entre dos placas conductoras, planas y paralelas, para el efecto del campo electrostático contrarreste los efectos del campo magnético sobre el electrón. Indica como deben situarse las placas y la polaridad (signo) de cada una. $e = 1{,}60\cdot 10^{-19}$ C, $m_e = 9{,}11\cdot 10^{-31}$ kg.*
Sol.: *(a) x = 1,64 cm ; (b) ΔV = 400 V*

Solución



a) Cuando el electrón entra en el campo magnético siente una fuerza

$$\mathbf{F_m} = q(\mathbf{v}\times\mathbf{B})$$

Si la dirección de la velocidad es perpendicular a la dirección del campo, el valor de la fuerza será

$$F_m = q\cdot v\cdot B$$

Esta fuerza tiene una dirección perpendicular a la dirección de la velocidad, por tanto, el efecto que produce en la carga es el de variar, exclusiva y continuamente, la dirección de su velocidad, sin que varíe el valor de la velocidad, es decir, la carga adquiere una aceleración centrípeta $a_c = v^2/R$, en donde R es el radio de curvatura de la trayectoria seguida por el electrón.

Siendo esta fuerza F_m la única que actúa sobre el electrón, podemos escribir

$$F_m = m_e\cdot a \;\Rightarrow\; q\cdot v\cdot B = m_e\,\frac{v^2}{R}$$

Simplificando y despejando el radio de curvatura de la trayectoria

$$R = \frac{m_e\cdot v}{q\cdot B} \;\Rightarrow\; R = \frac{9{,}11\cdot 10^{-31}\cdot 10^{7}}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 10^{-3}} = 0{,}057 \text{ m} = 5{,}7 \text{ cm}$$

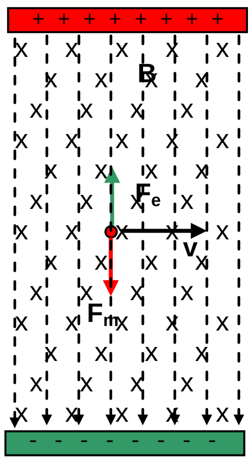
En el sistema de referencia de la figura, el electrón sale del campo magnético en el punto de intersección de la recta, x = 4 y la circunferencia, $x^2 + y^2 = 5{,}7^2$.

$$y = \sqrt{5{,}7^2 - 4^2} = 4{,}061 \text{ cm}$$

el punto de salida sería (4 ; 4,061) cm.

Por tanto la desviación respecto a la dirección de entrada es

$$d = 5{,}7 - 4{,}061 = 1{,}64 \text{ cm}$$



b) Cuando el electrón, se mueve dentro de un campo eléctrico, **E**, actúa sobre el una fuerza, $\mathbf{F_e}$, en la misma dirección que la del campo y sentido contrario

$$\mathbf{F_e} = q\cdot\mathbf{E}$$

Esta fuerza debe ser del mismo módulo que la magnética, en la misma dirección y en sentido contrario, de esta forma el electrón seguirá una trayectoria recta. Para que suceda esto el campo eléctrico debe estar creado por un par de placas paralelas, como se muestra en la figura, positiva la de arriba y negativa la de abajo.

El valor del campo eléctrico será tal que

$$q\cdot E = q\cdot v\cdot B \;\Rightarrow\; E = v\cdot B \;\Rightarrow\; E = 10^7\cdot 10^{-3} = 10^4 \text{ N/C}$$

La diferencia de potencial entre placas debe ser

$$V = E \cdot d = 10^4 \cdot 4 \cdot 10^{-2} = 400 \text{ V}$$

2*L(J-95)*.- *Si se introduce una partícula cargada en un campo magnético uniforme en dirección perpendicular al mismo, se ve sometida una fuerza que la hace describir una trayectoria determinada ¿De qué trayectoria se trata? ¿Qué fuerza es la que se la origina?*

Solución

Cuando una partícula de masa m y cargada eléctricamente con carga q, penetra, con velocidad, **v,** en una región del espacio en donde existe un campo magnético uniforme (módulo, dirección y sentido constantes) de inducción, **B**, sobre ella se ejerce una fuerza, $\mathbf{F_m}$, que viene dada por la expresión

$$\mathbf{F_m} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

Si la dirección de la velocidad es perpendicular a la dirección del campo, el valor de la fuerza será

$$F_m = q \cdot v \cdot B$$

Esta fuerza tiene una dirección perpendicular a la dirección de la velocidad, por tanto, el efecto que produce en la carga es el de variar, exclusiva y continuamente, la dirección de su velocidad, sin que varíe el valor de la velocidad, es decir, la carga adquiere una aceleración centrípeta $a_c = v^2/R$, en donde R es el radio de curvatura de la trayectoria seguida por la partícula.

Siendo esta fuerza F_m la única que actúa sobre la partícula, podemos escribir

$$F_m = m \cdot a \quad \Rightarrow \quad q \cdot v \cdot B = m\, v^2/R$$

Simplificando y despejando el radio de curvatura de la trayectoria

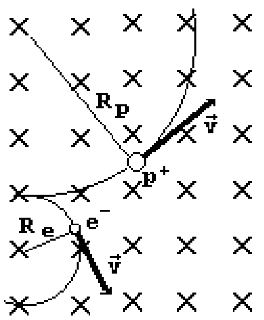
$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

de modo que para una partícula determinada entrando con velocidad de valor constante a un campo magnético uniforme el radio de curvatura es constante por lo que la trayectoria será una circunferencia de radio R.

3*L(J-96)*.- *Un protón y un electrón se mueven perpendicularmente a un campo magnético uniforme, con igual velocidad ¿qué tipo de trayectoria realiza cada uno de ellos? ¿cómo es la trayectoria que realiza el protón en relación con la que realiza el electrón? Razona la respuesta.*

Datos: Se considera que la masa del protón es igual, aproximadamente, a 1.836 veces la masa del electrón.

***Sol.:** $R_p = 1836 \cdot R_e$.*



Solución

Cuando una carga eléctrica, q, penetra en un campo magnético, **B**, con velocidad, **v**, se ve sometida a una fuerza dada por

$$\mathbf{F_m} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

de modo que, esta fuerza es en todo instante perpendicular a la velocidad. En consecuencia la fuerza no afecta al valor de la velocidad, que se mantendrá constante, variando exclusivamente su dirección, es decir, la carga tiene una aceleración centrípeta ($a_c = \frac{v^2}{R}$).

El sentido de la fuerza depende del signo de la carga, pudiéndose conocer a partir de la regla de la mano izquierda o bien, a partir del sentido del producto vectorial entre **v** y **B.**

En el caso de que la velocidad sea perpendicular al campo, el valor de la fuerza será

$$F = q \cdot v \cdot B$$

Esta fuerza será igual a la masa de la partícula por su aceleración

$$q \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

de donde el radio de la trayectoria sería

$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

que en el caso de campos uniformes sería constante y por tanto podemos afirmar que la trayectoria es una circunferencia.

Supongamos que las líneas del campo entran perpendicularmente al papel, como se muestra en la figura.

El protón y el electrón son partículas de igual carga eléctrica ($q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C), pero de distinto tipo, positiva y negativa respectivamente, de modo que ambas partículas, moviéndose con la misma velocidad sobre el papel, describirán circunferencias en sentidos contrarios y de radios

$$R = \frac{m_e \cdot v}{q \cdot B} \quad ; \quad R = \frac{m_p \cdot v}{q \cdot B}$$

La relación entre los radios de estas circunferencias será

$$\frac{R_p}{R_e} = \frac{\frac{m_p \cdot v}{q \cdot B}}{\frac{m_e \cdot v}{q \cdot B}} = \frac{m_p}{m_e}$$

la misma que la que existe entre las masas de las partículas.
Teniendo en cuenta la relación entre las masas obtenemos

$$\frac{R_p}{R_e} = \frac{1836 \cdot m_e}{m_e} = 1836$$

de modo que, suponiendo que el campo entra perpendicularmente al papel, como muestra la figura, el protón describe una circunferencia en sentido contrario al de las agujas del reloj, de radio 1.836 mayor que la que describe el electrón en el sentido de las agujas del reloj.

4*L(S-96)*.- *Un protón (carga eléctrica +e) y una partícula alfa (carga eléctrica +2e) se mueven en un campo magnético uniforme según circunferencias de igual radio. Compara los valores de:* ***(a)*** *Sus velocidades.* ***(b)*** *Sus energías cinéticas.* ***(c)*** *Sus momentos angulares.*
Se admite que la masa de la partícula alfa es igual a 4 veces la masa del protón.
Sol.: *(a) $v_p = 2 \cdot v_\alpha$; (b) $E_c(\alpha) = E_c(p)$; (c) $l_\alpha = 2 \cdot l_p$*

Solución
Cualquier partícula cargada, *q*, moviéndose, con velocidad, **v**, dentro de un campo magnético uniforme,**B**, se ve sometida a la fuerza magnética

$$\mathbf{F_m} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

Esta fuerza, perpendicular a la velocidad, produce una aceleración centrípeta, a_c, sobre la partícula que la obliga a describir una trayectoria circular, de radio *R*, en el caso de que la dirección de la velocidad sea perpendicular a la dirección del campo magnético.

En este caso, el valor de la fuerza aplicada sobre la partícula será

$$F = q \cdot v \cdot B$$

La condición de estabilidad de la partícula en la trayectoria sería

$$q \cdot v \cdot B = m \cdot a_c = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

a) En consecuencia, la velocidad que debe llevar la partícula para seguir la trayectoria, circular y estable, de radio *R* es

$$v = \frac{q \cdot B \cdot R}{m}$$

Si la partícula es un protón, la velocidad sería

$$v_p = \frac{e \cdot B \cdot R}{m_p}$$

Si la partícula fuese una partícula alfa que tiene el doble de la carga del protón y cuatro veces más masa sería

$$v_\alpha = \frac{2e \cdot B \cdot R}{4m_p} = \frac{1}{2}\frac{e \cdot B \cdot R}{m_p} = \frac{1}{2} v_p$$

es decir, la velocidad de la partícula alfa debe ser la mitad de la del protón si las dos describen trayectorias del mismo radio.

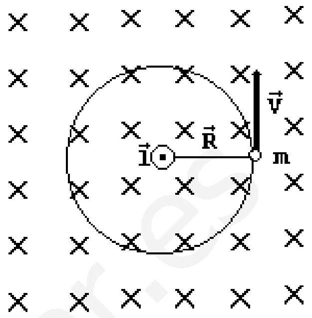
b) La energía cinética del protón sería

$$E_c(p) = \frac{1}{2} m_p v_p^2$$

y la de la partícula alfa

$$E_c(\alpha) = \frac{1}{2} 4 m_p v_\alpha^2 = \frac{1}{2} 4 m_p \left(\frac{1}{2} v_p\right)^2 = \frac{1}{2} m_p v_p^2 = E_c(p)$$

es decir las energías cinéticas de ambas son iguales



c) El valor del momento angular del protón respecto al centro de la trayectoria sería

$$l_p = R \cdot m_p \cdot v_p$$

mientras que el de la partícula alfa, referido al mismo punto, sería

$$l_\alpha = R \cdot 4 \cdot m_p \cdot v_\alpha = R \cdot 4 \cdot m_p \cdot ½ \cdot v_p = 2 \cdot l_p$$

de modo que el momento angular de la partícula alfa, respecto del centro de la trayectoria, vale el doble que el del protón.

En la figura se representa la trayectoria de una cualquiera de las partículas moviéndose dentro de un campo magnético que entra en el papel. La dirección y sentido de los momentos angulares son en ambos casos perpendiculares al plano de la trayectoria, que coincide con el del papel y sentido hacia fuera del papel.

5*L(S-96).-* *Un electrón se mueve en una región en la que están superpuestos un campo eléctrico* ***E*** *= (2* ***i*** *+ 4* ***j****) V/m y un campo magnético* ***B*** *= 0,4* ***k*** *T. Determinar para el instante en el que la velocidad del electrón es* ***v*** *= 20* ***i*** *m/s:* ***(a)*** *Las fuerzas que actúan sobre el electrón debidas al campo eléctrico y al magnético respectivamente.* ***(b)*** *La aceleración que adquiere el electrón.*
Datos: $m_e = 9{,}109 \cdot 10^{-31}$ kg; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C
Sol.: *(a) $F_e = 7{,}2 \cdot 10^{-19}$ N ; $F_m = 12{,}8 \cdot 10^{-19}$ N ; (b) $a = 7{,}8 \cdot 10^{11}$ m/s^2*

Solución

Cuando una partícula cargada *q*, se mueve dentro de un campo eléctrico, **E**, actúa sobre ella una fuerza, $\mathbf{F_e}$, en la misma dirección que la del campo y cuyo sentido depende del signo de la carga

$$\mathbf{F_e} = q \cdot \mathbf{E}$$

Si la misma partícula se mueve, con velocidad, **v**, dentro de un campo magnético, **B**, la fuerza, $\mathbf{F_m}$, que actúa sobre ella es perpendicular al plano formado por los vectores **v** y **B**, y su sentido depende también del signo de la carga

$$\mathbf{F_m} = q \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

Cuando un electrón se mueve dentro de una región en donde se superponen un campo eléctrico y otro magnético la fuerza que actúa sobre él será

$$\mathbf{F} = \mathbf{F_e} + \mathbf{F_m} = q \cdot \mathbf{E} + q \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

Esta fuerza produce en la partícula una aceleración que se puede calcular a partir del segundo principio de la dinámica

$$\mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a} \;\Rightarrow\; \mathbf{a} = \mathbf{F}/m$$

RESOLUCIÓN Y CÁLCULOS:

a) Como la carga eléctrica del electrón es de signo negativo la fuerza eléctrica sobre él será de sentido contrario al del campo

$$\mathbf{F_e} = e \cdot \mathbf{E} = -1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot (2\mathbf{i} + 4\mathbf{j}) = -3{,}2 \cdot 10^{-19}\,\mathbf{i} - 6{,}4 \cdot 10^{-19}\,\mathbf{j} \text{ N}$$

de modo que la fuerza eléctrica es un vector de módulo

$$F_e = \sqrt{\left(-3{,}2 \cdot 10^{-19}\right)^2 + \left(-6{,}4 \cdot 10^{-19}\right)^2} = 7{,}2 \cdot 10^{-19} \text{ N}$$

de dirección la misma que la del campo eléctrico y sentido contrario al de este.
La fuerza magnética, en el instante en que la velocidad es **v** = 20 **i** m/s será

$$\mathbf{F_m} = e \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

El módulo de esta fuerza será

$$F_m = e\cdot v\cdot B = 1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 20\cdot 0{,}4 = 12{,}8\cdot 10^{-19}\ \mathrm{N}$$

la dirección coincide con la del producto vectorial, es decir, perpendicular al plano XZ y en consecuencia debe ser la del eje Y.

El sentido, al ser la carga del electrón negativa, será contrario al del producto vectorial y por tanto contrario al de avance de un sacacorchos que gira de **v** a **B** por el camino más corto. En definitiva el sentido será el sentido positivo del eje Y.

El resultado para la fuerza en ese instante es

$$\mathbf{F_m} = -1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot(-8\mathbf{j}) = 12{,}8\cdot 10^{-19}\ \mathbf{j}\ \mathrm{N}$$

b) La fuerza total sobre el electrón en el instante pedido será

$$\mathbf{F} = \mathbf{F_e} + \mathbf{F_m} = -3{,}2\cdot 10^{-19}\ \mathbf{i} - 6{,}4\cdot 10^{-19}\ \mathbf{j} + 12{,}8\cdot 10^{-19}\ \mathbf{j}$$

$$\mathbf{F} = -3{,}2\cdot 10^{-19}\ \mathbf{i} + 6{,}4\cdot 10^{-19}\ \mathbf{j}\ \mathrm{N}$$

en consecuencia la aceleración en este instante será

$$\mathbf{a} = \frac{\vec{F}}{m_e} = \frac{-3{,}2\cdot 10^{-19}\ \vec{i} + 6{,}4\cdot 10^{-19}\ \vec{j}}{9{,}109\cdot 10^{-31}}$$

operando se obtiene el vector

$$\mathbf{a} = a_x\ \mathbf{i} + a_y\ \mathbf{j} = -3{,}5\cdot 10^{11}\ \mathbf{i} + 7\cdot 10^{11}\ \mathbf{j}\ \ \mathrm{m/s^2}$$

por tanto el valor de la aceleración que adquiere el electrón en el instante pedido será

$$a = \sqrt{\left(-3{,}5\cdot 10^{11}\right)^2 + \left(7\cdot 10^{11}\right)^2} = 7{,}8\cdot 10^{11}\ \mathrm{m/s^2}$$

ANÁLISIS DEL RESULTADO:

Es posible calcular directamente la fuerza magnética, desarrollando el producto vectorial a partir de la expresión del determinante cuya primera fila son los vectores unitarios sobre los ejes, la segunda las componentes de la velocidad y la tercera las del campo

$$\vec{v}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 20 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}4 \end{vmatrix} = -8\ \mathbf{j}$$

que multiplicado por la carga del electrón sería

$$\mathbf{F_m} = -1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot(-\ 8\mathbf{j}) = 12{,}8\cdot 10^{-19}\ \mathbf{j}\ \mathrm{N}$$

de modo que la fuerza magnética en este instante, es un vector de módulo

$$F_m = 12{,}8\cdot 10^{-19}\ \mathrm{N}$$

la dirección es la misma que la del eje de las Y y sentido el positivo.

La fuerza eléctrica que actúa sobre el electrón es de módulo constante, la componente sobre el eje X ($3{,}2\cdot 10^{-19}$ N, en sentido negativo) es la responsable de que varíe el módulo de la velocidad de manera uniforme. La componente sobre el eje Y ($6{,}4\cdot 10^{-19}$ N, en sentido negativo) junto con la fuerza magnética, que siempre se mantiene perpendicular a la velocidad ($12{,}8\cdot 10^{-19}$ N, en sentido positivo) son las responsables de la variación de la dirección de ésta, pero no es fuerza constante, varia con el tiempo, tanto la dirección como el módulo, por eso es importante dejar claro que estos cálculos se realizan para el instante pedido, cuando la velocidad es **v** = 20 **i**.

En cualquier caso la trayectoria del electrón no es circular sino que describiría una espiral.

6*L(J-97)*.- *En una misma región del espacio existen un campo eléctrico uniforme de valor $0{,}5\cdot 10^4$ V/m y un campo magnético uniforme de valor 0,3 T, siendo sus direcciones perpendiculares entre si:* ***(a)*** *¿Cuál deberá ser la velocidad de una partícula cargada que penetra en esa región en dirección perpendicular a ambos campos para que pase a través de la misma sin ser desviada?* ***(b)*** *Si la partícula es un protón, ¿cuál deberá ser su energía cinética para no ser desviado?. Dato: $m_p = 1{,}672\cdot 10^{-27}$ kg*

Sol.: *(a) v = 16.666,6 m/s ; (b) $E_c = 2{,}32\cdot 10^{-19}$ J*

Solución

Una partícula cargada eléctricamente *q*, dentro de un campo eléctrico, **E**, está sometida a una fuerza

$$\mathbf{F_e} = q\cdot\boldsymbol{E}$$

siendo su módulo

$$F_e = q\cdot E$$

la dirección es la del campo y el sentido el mismo que el del campo si la carga es positiva y sentido contrario si la carga es negativa.

Esta misma partícula, moviéndose con velocidad, **v**, dentro de un campo magnético **B**, se ve sometida a una fuerza

$$\mathbf{F_m} = q\cdot(\mathbf{v}\times\mathbf{B})$$

cuyo módulo es, en el supuesto que penetre perpendicularmente a la dirección del campo, **v** ⊥ **B** es

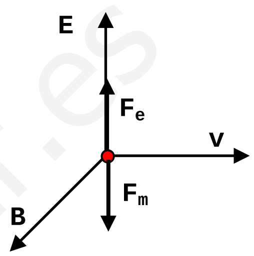
$$F_m = q\cdot v\cdot B$$

la dirección será perpendicular al plano que forman los vectores **v** y **B** y el sentido el del producto vectorial si la carga es positiva y contrario si es negativa.

La condición para que la partícula sometida a ambas fuerzas no se desvíe es que los módulos de ambas fuerzas sean iguales, las direcciones también y los sentidos sean contrarios

RESOLUCIÓN Y CÁLCULOS:

a) En este caso los campos son perpendiculares entre si y la partícula penetra perpendicularmente a la dirección de ambos campos, como se representa en la figura en la que hemos tomado, para fijar ideas una carga positiva. Las fuerzas que actúan sobre ella tienen la misma dirección y sentidos contrarios por tanto para que la partícula no se desvíe es suficiente que se cumpla



$$q\cdot E = q\cdot v\cdot B$$

simplificando y despejando la velocidad se obtiene

$$v = \frac{E}{B} = \frac{0{,}5\cdot 10^4}{0{,}3} = 16666{,}6 \text{ m/s}$$

b) Si la partícula fuese un protón la energía cinética que lleva a esta velocidad es

$$E_c = \frac{1}{2}m_p v^2 = \frac{1}{2}1{,}672\cdot 10^{-27}\,(16666{,}6)^2 = 2{,}32\cdot 10^{-19}\text{ J}$$

7*L(J-98)*.- ***(a)*** *¿Puede ser cero la fuerza magnética que se ejerce sobre una partícula cargada que se mueve en el seno de un campo magnético?* ***(b)*** *¿Puede ser cero la fuerza eléctrica sobre una partícula cargada que se mueve en el seno de un campo eléctrico?*

Solución

a) La fuerza magnética que se ejerce sobre una partícula cargada con q culombios que se mueve con velocidad, **v**, en el seno de un campo magnético, **B**, viene dada por la expresión

$$\mathbf{F_m} = q(\mathbf{v}\times\mathbf{B})$$

de modo que en el caso de que **v** sea paralelo a B, el producto vectorial es cero y en consecuencia la fuerza magnética sobre la partícula también.

Por tanto cuando las cargas se mueven en la misma dirección que la dirección del campo magnético, la fuerza magnética es cero.

b) La fuerza eléctrica que se ejerce sobre una partícula cargada con q culombios que se mueve en el seno de un campo eléctrico, **E**, viene dada por la expresión

$$\mathbf{F_e} = q\cdot\mathbf{E}$$

de modo que siempre que exista campo eléctrico habrá fuerza eléctrica, independientemente del movimiento de la carga.

8*L(S-98)*.- *Un electrón que se mueve con una velocidad constante* ***v****, penetra en un campo magnético uniforme* ***B****, de tal modo que describe una trayectoria circular de radio R. Si la intensidad del campo magnético disminuye a la mitad y la velocidad aumenta al doble, determine:* ***(a)*** *El radio de la órbita.* ***(b)*** *La velocidad angular.*
Sol.: *(a) $R' = 4\cdot R$; (b) $\omega' = \omega/2$*

Solución

a) Cuando el electrón entra en el campo magnético, sobre él se ejerce una fuerza $\mathbf{F_m}$, que se puede expresar como

$$\mathbf{F_m} = e(\mathbf{v}\times\mathbf{B})$$

Suponiendo que la dirección de la velocidad sea perpendicular a la del campo, el valor de esta fuerza será

$$F_m = e\cdot v\cdot B$$

Esta fuerza aplicada sobre el electrón le somete a una aceleración, en su misma dirección y sentido que le hace describir una trayectoria circular de radio R con movimiento uniforme. La aceleración, que será exclusivamente centrípeta se puede calcular a partir del segundo principio de la dinámica

$$F_m = m \cdot a_c \quad \Rightarrow \quad e \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{R} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{m \cdot v}{e \cdot B}$$

b) La velocidad angular será

$$\omega = \frac{v}{R}$$

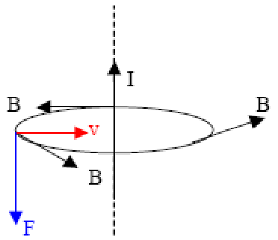
En consecuencia despejando la velocidad, v, de la ecuación anterior y sustituyendo

$$\omega = \frac{\frac{e \cdot B \cdot R}{m}}{R} = \frac{e \cdot B}{m}$$

9*L(J-04)***.-** *Un conductor rectilíneo indefinido transporta una corriente de 10 A en el sentido positivo del eje Z. Un protón, que se mueve a $2 \cdot 10^5$ m/s, se encuentra a 50 cm del conductor. Calcule el módulo de la fuerza ejercida sobre el protón si su velocidad:* ***(a)*** *Es perpendicular al conductor y está dirigida hacia él.* ***(b)*** *Es paralela al conductor.* ***(c)*** *Es perpendicular a las direcciones definidas en los apartados a) y b).* ***(d)*** *¿En qué casos, de los tres anteriores, el protón ve modificada su energía cinética?*

Datos: Permeabilidad magnética del vacío $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N·A^{-2}; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

Sol.: *a) $F = 1{,}28 \cdot 10^{-19}$ N; **F** hacia abajo; b) $F = 1{,}28 \cdot 10^{-19}$ N; **F** hacia el hilo conductor; c) F = 0; d) $\Delta E_c = 0$*



Solución

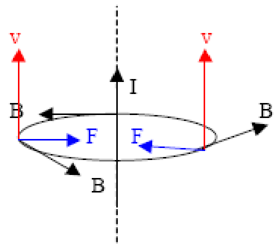
Un campo magnético produce fuerza sobre una carga eléctrica en movimiento dada por la expresión:

$$\mathbf{F} = q\,(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

El valor del campo magnético creado por el conductor es:

$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi \cdot d}$$

Donde d es la distancia del punto en el que se calcula el campo al hilo conductor.



$$B = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{10}{2\pi \cdot 0{,}5} = 4 \cdot 10^{-6}\ \text{T}$$

El sentido del campo se obtiene aplicando la regla de la mano derecha.

a) Cuando la partícula se dirige hacia el conductor: $\alpha = 90º$

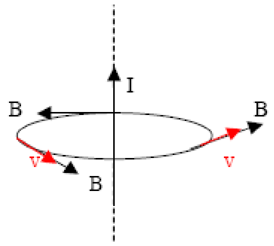
$$F = q \cdot v \cdot B \cdot \sin 90º = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^{-6} = 1{,}28 \cdot 10^{-19}\ \text{N}$$

F se dirige hacia abajo

b) Cuando va paralela al conductor: $\alpha = 90º$

$$F = q \cdot v \cdot B \cdot \sin 90º = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^{-6} = 1{,}28 \cdot 10^{-19}\ \text{N}$$

F se dirige hacia el hilo conductor



c) En este caso $\alpha = 0º$

$$F = q \cdot v \cdot B \cdot \sin 0º = 0$$

d) La fuerza magnética no varía el módulo de la velocidad, siempre es perpendicular a la velocidad, en consecuencia no hay cambios en la energía cinética.

10*L(S-05)***.-** *Una partícula cargada penetra con velocidad* ***v*** *en una región en la que existe un campo magnético uniforme* ***B****. Determine la expresión de la fuerza ejercida sobre la partícula en los siguientes casos:* ***(a)*** *La carga es negativa, la velocidad es* ***v*** *= v_0* ***j*** *y el campo magnético es:* ***B*** *= – B_0* ***k****.* ***(b)*** *La carga es positiva, la velocidad es* ***v*** *= v_0 (**j** + **k**) y el campo magnético es:* ***B*** *= B_0* ***j****.*

Sol.: *(a)* ***F*** *= qB_0v_0* ***i****; (b)* ***F*** *= – qB_0v_0* ***i****;*

Solución

La fuerza es: **F** = q(**v** x **B**).

Si llamamos q al valor absoluto de la carga

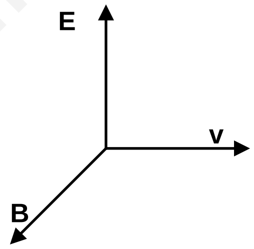
a) La carga es negativa

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = -q \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & -B_0 \end{vmatrix} = qB_0v_0\ \mathbf{i}$$

b) La carga es ahora positiva,

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = q \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & v_0 & v_0 \\ 0 & B_0 & 0 \end{vmatrix} = -qB_0v_0\ \mathbf{i}$$

11*L(J-09).-* *Analice si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:*
a) Una partícula cargada que se mueve en un campo magnético uniforme aumenta su velocidad cuando se desplaza en la misma dirección de las líneas del campo.
b) Una partícula cargada puede moverse en una región en la que existe un campo magnético y un campo eléctrico sin experimentar ninguna fuerza.
Sol.: *a) F; b) V*



Solución
a) FALSA. Si una partícula cargada se mueve con velocidad paralela al campo magnético no experimenta ninguna fuerza ya que la fuerza de Lorentz es cero; el módulo de dicha fuerza es: $F = q\cdot v\cdot B\cdot \sin\alpha$, siendo α el ángulo entre el vector velocidad y el vector campo. En cualquier otro caso, tampoco habría variaciones en el valor de la velocidad ya que la fuerza es siempre perpendicular a la velocidad, en consecuencia solo produce variaciones en la dirección de la velocidad, nunca de su módulo.
b) VERDADERA. La fuerza sobre la partícula cargada será nula cuando las fuerzas eléctrica y magnética sean de igual módulo y dirección pero de sentidos opuestos.
La fuerza sobre la partícula cargada es: $\mathbf{F} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + q\cdot\mathbf{E}$, Por tanto la fuerza será cero siempre que se cumpla: $q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + q\cdot\mathbf{E} = 0 \Rightarrow \mathbf{v} \times \mathbf{B} = -\cdot\mathbf{E}$.

12.- *Una carga puntual Q con velocidad $\mathbf{v} = v_x\ \mathbf{i}$ entra en una región donde existe un campo magnético uniforme $\mathbf{B} = B_x\ \mathbf{i} + B_y\ \mathbf{j} + B_z\ \mathbf{k}$. Determine:*
a) *La fuerza que se ejerce sobre la carga en el campo magnético.*
b) *El campo eléctrico **E** que debería existir en la región para que la carga prosiguiese sin cambio del vector velocidad.*
Sol.: *a) $\mathbf{F_m} = Q(-B_zv_x\ \mathbf{j} + v_xB_y\ \mathbf{k})$; b) $\mathbf{E} = B_zv_x\ \mathbf{j} - v_xB_y\ \mathbf{k}$*

Solución
La fuerza que se ejerce sobre una carga puntual Q, que se mueve con velocidad **v**, dentro de un campo magnético **B** es

$$\mathbf{F_m} = Q\cdot(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

a) En este caso

$$\mathbf{F_m} = Q\cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ v_x & 0 & 0 \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = Q(-B_zv_x\ \mathbf{j} + v_xB_y\ \mathbf{k})$$

b) Para que la carga no cambie la velocidad la fuerza total sobre ella debe ser cero

$$\mathbf{F_m} + \mathbf{F_e} = 0$$

La fuerza eléctrica es: $\mathbf{F_e} = Q\cdot\mathbf{E}$, por tanto

$$Q(-B_zv_x\ \mathbf{j} + v_xB_y\ \mathbf{k}) + Q\cdot\mathbf{E} = 0$$

despejando el vector campo eléctrico, obtenemos

$$\mathbf{E} = B_zv_x\ \mathbf{j} - v_xB_y\ \mathbf{k}$$

13.- ***a)*** *¿Cuál es la velocidad de un electrón cuando se mueve en presencia de un campo eléctrico de módulo $3{,}5\cdot10^5$ N/C y de un campo magnético de 2 T, ambos mutuamente perpendiculares y, a su vez, perpendiculares a la velocidad del electrón, para que éste no se desvíe?*

***b)** ¿Cuál es el radio de la órbita descrita por el electrón cuando se suprime el campo eléctrico?*
Datos: $m_e = 9,1\cdot10^{-31}$ kg ; $e = 1,6\cdot10^{-19}$ C

Solución

a) Para que el electrón no se desvíe las fuerzas, eléctrica y magnética deben ser iguales en módulo, de la misma dirección y sentidos contrarios.

$$F_e = F_m \Rightarrow e\cdot E = e\cdot v\cdot B \Rightarrow v = \frac{E}{B} = \frac{3{,}5\cdot10^5}{2} = 1{,}75\cdot10^5 \text{ m/s}$$

b) Si la única fuerza sobre el electrón es la magnética

$$F_m = m\cdot\frac{v^2}{R} \Rightarrow e\cdot v\cdot B = m\cdot\frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{m\cdot v}{e\cdot B} = \frac{9{,}1\cdot10^{-31}\cdot1{,}75\cdot10^5}{1{,}6\cdot10^{-19}\cdot2} = 4{,}98\cdot10^{-7} \text{ m}$$

14*LE(J-10)*.- *Dos partículas de idéntica carga describen órbitas circulares en el seno de un campo magnético uniforme bajo la acción del mismo. Ambas partículas poseen la misma energía cinética y la masa de una es el doble que la de la otra. Calcule la relación entre:*
a) Los radios de las órbitas.
b) Los periodos de las órbitas.
***Sol.:** a) $R_2 = \sqrt{2}\cdot R_1$; b) $T_2 = 2\cdot T_1$.*

Solución

Si una partícula con carga, q, describe una órbita circular dentro de un campo magnético uniforme, **B**, indica que la velocidad, **v**, es perpendicular al campo magnético de forma que el módulo de la fuerza sobre la partícula se puede escribir como

$$F = q\cdot v\cdot B$$

la condición de estabilidad en la órbita permite calcular el radio, R, de ésta

$$F = m\cdot a_c \Rightarrow q\cdot v\cdot B = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{m\cdot v}{q\cdot B}$$

Las masas de estas partículas, m_1 y m_2 son una el doble que la otra, es decir, $m_2 = 2\cdot m_1$. Sin embargo las energías cinéticas son iguales, por tanto, las velocidades estarán relacionadas de la siguiente manera

$$E_c(1) = E_c(2) \Rightarrow \frac{1}{2}m_1\cdot v_1^2 = \frac{1}{2}m_2 v_2^2 \Rightarrow m_1\cdot v_1^2 = 2\cdot m_1\cdot v_2^2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{2}\,v_2$$

a) La relación entre los radios, teniendo en cuenta que las cargas son iguales y el campo magnético también, será

$$R_1 = \frac{m_1\cdot v_1}{q\cdot B} \quad ; \quad R_2 = \frac{m_2\cdot v_2}{q\cdot B}$$

sustituyendo las relaciones entre las masas y las velocidades

$$R_1 = \frac{m_1\cdot\sqrt{2}\cdot v_2}{q\cdot B} \quad ; \quad R_2 = \frac{2\cdot m_1\cdot v_2}{q\cdot B}$$

dividiendo ambas expresiones

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\dfrac{2\cdot m_1\cdot v_2}{q\cdot B}}{\dfrac{m_1\cdot\sqrt{2}\cdot v_2}{q\cdot B}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \Rightarrow R_2 = \sqrt{2}\cdot R_1$$

b) Los periodos de las órbitas se pueden escribir como: $T = \dfrac{2\pi\cdot R}{v}$

Por tanto

$$T_1 = \frac{2\pi\cdot R_1}{v_1} \quad ; \quad T_2 = \frac{2\pi\cdot R_2}{v_2}$$

dividiendo ambas expresiones

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\frac{2\pi \cdot R_2}{v_2}}{\frac{2\pi \cdot R_1}{v_1}} = \frac{R_2 \cdot v_1}{R_1 \cdot v_2}$$

sustituyendo las relaciones entre las velocidades y los radios

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\sqrt{2} \cdot R_1 \cdot \sqrt{2} \cdot v_2}{R_1 \cdot v_2} = 2 \quad \Rightarrow \quad T_2 = 2 \cdot T_1$$

15*LE(J-10)*.- *Un protón y un electrón se mueven en un campo magnético uniforme $\vec{B}$ bajo la acción del mismo. Si la velocidad del electrón es 8 veces mayor que la del protón y ambas son perpendiculares a las líneas del campo magnético, deduzca la relación numérica existente entre:*
a) Los radios de las órbitas que describen.
b) Los periodos orbitales de las mismas.
Dato: Se considera que la masa del protón es 1836 veces la masa del electrón.
Sol.: *a) $R_p = 229{,}5 \cdot R_e$; b) $T_p = 1836 \cdot T_e$.*

Solución
Una partícula con masa m y carga eléctrica, q, moviéndose con velocidad **v**, perpendicular a las líneas de un campo magnético uniforme, **B**, está sometida a una fuerza cuyo valor es

$$F = q \cdot v \cdot B$$

Esta fuerza es siempre perpendicular a la velocidad de forma que la partícula describe una órbita circular de radio R

$$F = m \cdot a_c \quad \Rightarrow \quad q \cdot v \cdot B = m\frac{v^2}{R} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

a) Si las partículas son un electrón y un protón, los radios respectivos serían

$$R_e = \frac{m_e \cdot v_e}{q_e \cdot B} \qquad ; \qquad R_p = \frac{m_p \cdot v_p}{q_p \cdot B}$$

El campo magnético y la carga eléctrica tienen el mismo valor, pero los valores de la masa y la velocidad están relacionadas entre si

$$m_p = 1836 \cdot m_e \qquad ; \qquad v_e = 8 \cdot v_p$$

dividiendo las expresiones de los radios y sustituyendo estas relaciones obtenemos

$$\frac{R_p}{R_e} = \frac{\frac{m_p \cdot v_p}{q_p \cdot B}}{\frac{m_e \cdot v_e}{q_e \cdot B}} = \frac{m_p \cdot v_p}{m_e \cdot v_e} = \frac{1836 \cdot m_e \cdot v_p}{m_e \cdot 8 \cdot v_p} = \frac{1836}{8} = 229{,}5$$

$$R_p = 229{,}5 \cdot R_e$$

b) Los periodos de las órbitas se pueden escribir como: $T = \frac{2\pi \cdot R}{v}$

Por tanto

$$T_e = \frac{2\pi \cdot R_e}{v_e} \qquad ; \qquad T_p = \frac{2\pi \cdot R_p}{v_p}$$

dividiendo ambas expresiones

$$\frac{T_p}{T_e} = \frac{\frac{2\pi \cdot R_p}{v_p}}{\frac{2\pi \cdot R_e}{v_e}} = \frac{R_p \cdot v_e}{R_e \cdot v_p}$$

sustituyendo las relaciones entre las velocidades y los radios

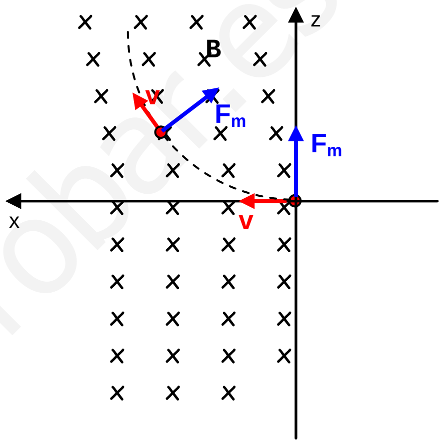
$$\frac{T_p}{T_e} = \frac{229{,}5 \cdot R_e \cdot 8 \cdot v_p}{R_e \cdot v_p} = 1836 \quad \Rightarrow \quad T_p = 1836 \cdot T_e$$

16*LE(S-10)*.- *En un instante determinado un electrón que se mueve con una velocidad $\vec{v} = (4 \cdot 10^4 \vec{i}\,)$ m/s penetra en una región en la que existe un campo magnético de valor $\vec{B} = (-0,8\,\vec{j}\,)$ T, siendo $\vec{i}$ y $\vec{j}$ los vectores unitarios en los sentidos positivos de los ejes X e Y respectivamente. Determine:*
a) El módulo, la dirección y el sentido de la aceleración adquirida por el electrón en ese instante, efectuando un esquema gráfico en la explicación.
b) La energía cinética del electrón y el radio de la trayectoria que describiría el electrón al moverse en el campo, justificando la respuesta.
Datos: Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C
Masa del electrón $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg
Sol.: a) $F = 5,12 \cdot 10^{-15}$ N; b) $E_c = 7,2 \cdot 10^{-22}$ J; $R = 2,84 \cdot 10^{-7}$ m

Solución

a) La fuerza, **F**, ejercida sobre una carga, q, en movimiento, con velocidad **v**, dentro de un campo magnético, **B**, es

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}).$$



En este caso

$$\mathbf{F} = -e(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = -1,6 \cdot 10^{-19} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4 \cdot 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & -0,8 & 0 \end{vmatrix} = 5,12 \cdot 10^{-15}\,\mathbf{k}\text{ N}$$

El módulo es

$$F = 5,12 \cdot 10^{-15}\text{ N}$$

La dirección es perpendicular al plano formado por los vectores velocidad y campo magnético, plano XY, y el sentido es el positivo del eje Z.

b) La energía cinética del electrón será

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \Rightarrow E_c = \frac{1}{2} 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (4 \cdot 10^4)^2 = 7,2 \cdot 10^{-22}\text{ J}$$

La energía cinética es constante, es decir, las fuerzas del campo no realizan trabajo sobre el electrón.

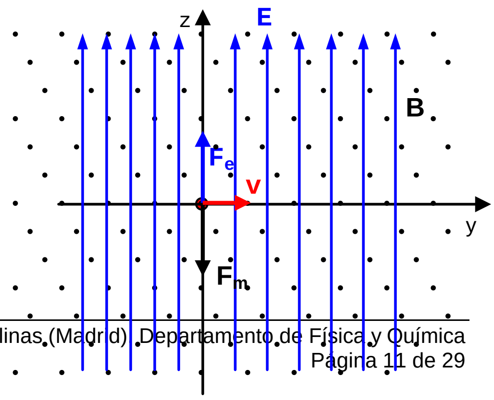
Como el valor de F es constante y el vector velocidad es perpendicular al vector campo, el electrón describe una circunferencia de radio R tal como se muestra en la fugura

$$F = m \cdot a_c \Rightarrow e \cdot v \cdot B = m \frac{v^2}{R}$$

$$R = \frac{m \cdot v}{e \cdot B} \Rightarrow R = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 4 \cdot 10^4}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,8} = 2,84 \cdot 10^{-7}\text{ m}$$

17*LE(S-10)*.- *En una región del espacio existe un campo eléctrico de $3 \cdot 10^5$ NC^{-1} en el sentido positivo del eje OZ y un campo magnético de 0,6 T en el sentido positivo del eje OX.*
a) Un protón se mueve en el sentido positivo del eje OY. Dibuje un esquema de las fuerzas que actúan sobre él y determine qué velocidad deberá tener para que no sea desviado de su trayectoria.
b) Si en la misma región del espacio un electrón se moviera en el sentido positivo del eje OY con una velocidad de 10^3 m/s, ¿en qué sentido sería desviado?
Datos: Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.
Sol.: a) v = 50 m/s

Solución



a) El protón se ve sometido a dos fuerzas, una eléctrica y otra magnética

$$\mathbf{F_e} = q \cdot \mathbf{E} \Rightarrow \mathbf{F_e} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3 \cdot 10^5\,\mathbf{k} = 4,8 \cdot 10^{-18}\,\mathbf{k}\text{ N}$$

Su módulo es

$$F_e = 4{,}8\cdot10^{-18}\ \text{N}$$

La dirección es el del eje Z y el sentido el positivo de este eje.

$$\mathbf{F_m} = q\cdot(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

$$\mathbf{F_m} = 1{,}6\cdot10^{-19}\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & v & 0 \\ 0{,}6 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -9{,}6\cdot10^{-20}\cdot v\ \mathbf{k}\ \text{N}$$

Su módulo es

$$F_m = 9{,}6\cdot10^{-20}\cdot v\ \text{N}$$

La dirección es el del eje Z y el sentido el negativo de este eje.

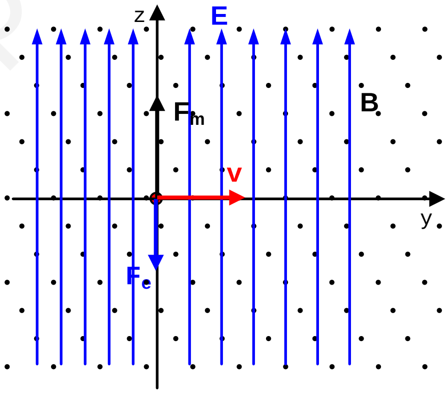
Las fuerzas eléctrica y magnética están en la misma dirección y sus sentidos son contrarios, de forma que para que el electrón no se desvíe, es decir, para que sobre el electrón no actúe una fuerza neta, los módulos deben ser iguales

$$F_e = F_m \quad \Rightarrow \quad 4{,}8\cdot10^{-18} = 9{,}6\cdot10^{-20}\cdot v \quad \Rightarrow \quad v = \frac{4{,}8\cdot10^{-18}}{9{,}6\cdot10^{-20}} = 50\ \text{m/s}$$

b) La carga del electrón tiene el mismo valor que la del protón pero es de tipo negativo de forma que cambia el sentido tanto de la fuerza eléctrica como de la fuerza magnética

$$\mathbf{F_e} = q\cdot\mathbf{E} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{F_e} = -1{,}6\cdot10^{-19}\cdot3\cdot10^{5}\ \mathbf{k} = -4{,}8\cdot10^{-18}\ \mathbf{k}\ \ \text{N}$$

$$\mathbf{F_m} = q\cdot(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad \Rightarrow \quad \mathbf{F_m} = -1{,}6\cdot10^{-19}\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 10^3 & 0 \\ 0{,}6 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 9{,}6\cdot10^{-17}\ \mathbf{k}\ \ \text{N}$$



Las fuerzas mantienen la misma dirección y también son de sentidos contrarios pero los módulos no se anulan resultando una fuerza neta sobre el electrón, **F**.

$$\mathbf{F} = \mathbf{F_e} + \mathbf{F_m} = -4{,}8\cdot10^{-18}\ \mathbf{k} + 9{,}6\cdot10^{-17}\ \mathbf{k} = 9{,}12\cdot10^{-17}\ \mathbf{k}\ \ \text{N}$$

Por tanto el electrón sería desviado en el sentido positivo del eje Z

18*LE(S-10)*.- *Una partícula de masa $m = 4\cdot10^{-16}$ kg y carga $q = -2{,}85\cdot10^{-9}$C, que se mueve según el sentido positivo del eje X con velocidad $2{,}25\cdot10^{6}$ m/s, penetra en una región del espacio donde existe un campo magnético uniforme de valor B = 0,9 T orientado según el sentido positivo del eje Y. Determine:*
a) La fuerza (módulo, dirección y sentido) que actúa sobre la carga.
b) El radio de la trayectoria seguida por la carga dentro del campo magnético.,
Sol.: a) $\mathbf{F_m} = -5{,}77\cdot10^{-3}\ \mathbf{k}$ N; b) R = 0,35 m.

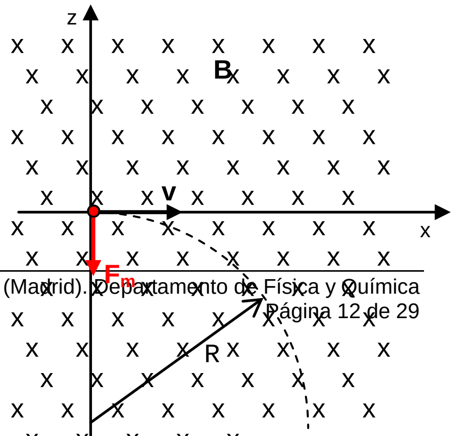
Solución

a) Cuando una partícula cargada entra, con velocidad $\mathbf{v} = 2{,}25\cdot10^{6}\ \mathbf{i}$ m/s en el campo magnético $\mathbf{B} = 0{,}9\ \mathbf{j}$ T, siente una fuerza

$$\mathbf{F_m} = q(\mathbf{v}\times\mathbf{B}) \quad \Rightarrow \quad \mathbf{F_m} = -2{,}85\cdot10^{-9}\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2{,}25\cdot10^{6} & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}9 & 0 \end{vmatrix} = -5{,}77\cdot10^{-3}\ \mathbf{k}\ \ \text{N}$$

El módulo de esta fuerza es de $F_m = 5{,}77\cdot10^{-3}$ N, la dirección es la del eje Z y el sentido el negativo de este eje.

b) Esta fuerza tiene una dirección perpendicular a la dirección de la velocidad, por tanto, el efecto que produce en la carga es el de



variar, exclusiva y continuamente, la dirección de su velocidad, sin que varíe el valor de la velocidad, es decir, la carga adquiere una aceleración centrípeta $a_c = v^2/R$, en donde R es el radio de curvatura de la trayectoria seguida por el electrón.

Siendo esta fuerza F_m la única que actúa sobre el electrón, podemos escribir

$$F_m = m\cdot\frac{v^2}{R} \quad\Rightarrow\quad R = \frac{m\cdot v^2}{F_m}$$

$$R = \frac{4\cdot 10^{-16}\cdot\left(2{,}25\cdot 10^{6}\right)^2}{5{,}77\cdot 10^{-3}} = 0{,}35\ \text{m}$$

19.- *Una carga puntual Q con velocidad* ***v*** *=* v_z ***k*** *entra en una región donde existe un campo magnético uniforme* ***B*** *=* B_x ***i*** *+* B_y ***j*** *+* B_z ***k***. *Determine:*
a) La fuerza que experimenta la carga Q en el campo magnético.
b) La expresión del campo eléctrico ***E*** *que debería existir en la región para que el vector velocidad de la carga Q permanezca constante.*
Sol.: a) $\mathbf{F_m} = Q(-B_y v_z\,\mathbf{i} + v_z B_x\,\mathbf{j})$; b) $\mathbf{E} = B_y v_z\,\mathbf{i} - v_z B_x\,\mathbf{j}$

Solución

a) La fuerza que se ejerce sobre una carga puntual Q, que se mueve con velocidad **v**, dentro de un campo magnético **B** es

$$\mathbf{F_m} = Q\cdot(\mathbf{v}\times\mathbf{B})$$

En este caso

$$\mathbf{F_m} = Q\cdot\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 0 & v_z\\ B_x & B_y & B_z\end{vmatrix} = Q(-B_y v_z\,\mathbf{i} + v_z B_x\,\mathbf{j})$$

b) Para que la carga no cambie la velocidad la fuerza total sobre ella debe ser cero

$$\mathbf{F_m} + \mathbf{F_e} = 0$$

La fuerza eléctrica es: $\mathbf{F_e} = Q\cdot\mathbf{E}$, por tanto

$$Q(-B_y v_z\,\mathbf{i} + v_z B_x\,\mathbf{j}) + Q\cdot\mathbf{E} = 0$$

despejando el vector campo eléctrico, obtenemos

$$\mathbf{E} = B_y v_z\,\mathbf{i} - v_z B_x\,\mathbf{j}$$

20.- *a) ¿Cuál es el módulo de la velocidad de un electrón que se mueve en presencia de un campo eléctrico de módulo* $4\cdot 10^5$ *N/C y de un campo magnético de 2 T, ambos perpendiculares entre sí y, a su vez, perpendiculares a la velocidad del electrón, para que éste no se desvíe?*
b) ¿Cuál es el radio de la órbita descrita por el electrón cuando se suprime el campo eléctrico si el módulo de su velocidad es el calculado en el apartado anterior?
Datos: Masa del electrón $m_e = 9{,}1\cdot 10^{-31}$ *kg; Valor absoluto de la carga del electrón* $e = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ *C*
Sol.: a) $v = 2\cdot 10^5$ m/s; b) $R = 5{,}69\cdot 10^{-7}$ m

Solución

a) Para que el electrón no se desvíe las fuerzas, eléctrica y magnética deben ser iguales en módulo, de la misma dirección y sentidos contrarios.

$$F_e = F_m \quad\Rightarrow\quad e\cdot E = e\cdot v\cdot B \quad\Rightarrow\quad v = \frac{E}{B} = \frac{4\cdot 10^5}{2} = 2\cdot 10^5\ \text{m/s}$$

b) Si la única fuerza sobre el electrón es la magnética

$$F_m = m\cdot\frac{v^2}{R} \quad\Rightarrow\quad e\cdot v\cdot B = m\cdot\frac{v^2}{R} \quad\Rightarrow\quad R = \frac{m\cdot v}{e\cdot B} = \frac{9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot 2\cdot 10^5}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 2} = 5{,}69\cdot 10^{-7}\ \text{m}$$

21*LE(J-11)*.- *Un electrón que se mueve con velocidad $v = 5\cdot10^3$ m/s en el sentido positivo del eje X entre en una región del espacio donde hay un campo magnético uniforme $B = 10^{-2}$ T dirigido en el sentido positivo del eje Z.*

a) Calcule la fuerza $\vec{F}$ que actúa sobre el electrón.
b) Determine el radio de la órbita circular que describirá el electrón.
c) ¿Cuál es la velocidad angular del electrón?
d) Determine la energía del electrón antes y después de penetrar en la región del campo magnético.
Datos: *Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1{,}60\cdot10^{-19}$ C; masa del electrón $m_e = 9{,}11\cdot10^{-31}$ kg.*
Sol.: a) **F** = $8\cdot10^{-18}$ **j** N; b) R = $2{,}85\cdot10^{-6}$ m; c) $\omega = 1{,}75\cdot10^9$ s^{-1}; d) $E_c = 1{,}14\cdot10^{-23}$ J

Solución

El vector velocidad del electrón que se mueve en el sentido positivo del eje X será

$$\mathbf{v} = 5\cdot10^3\ \mathbf{i}\ \text{m/s} = (5\cdot10^3\ ,\ 0\ ,\ 0)\ \text{m/s}$$

El vector campo magnético, dirigido en el sentido positivo del eje Z será

$$\mathbf{B} = 10^{-2}\ \mathbf{k}\ \text{T} = (0\ ,\ 0\ ,\ 10^{-2})\ \text{T}$$

a) La fuerza que actúa sobre el electrón es:

$$\mathbf{F} = e(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = -1{,}60\cdot10^{-19}\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5\cdot10^3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-2}\end{vmatrix} = 8\cdot10^{-18}\ \mathbf{j}\ \text{N}$$

b) Si la única fuerza sobre el electrón es la magnética

$$F_m = m\cdot\frac{v^2}{R} \quad\Rightarrow\quad e\cdot v\cdot B = m\cdot\frac{v^2}{R} \quad\Rightarrow\quad R = \frac{m\cdot v}{e\cdot B} = \frac{9{,}11\cdot10^{-31}\cdot5\cdot10^3}{1{,}60\cdot10^{-19}\cdot10^{-2}} = 2{,}85\cdot10^{-6}\ \text{m}$$

c) Conocido el radio de la órbita la velocidad angular del electrón la podemos calcular como

$$\omega = \frac{v}{R} \quad\Rightarrow\quad \omega = \frac{5\cdot10^3}{2{,}85\cdot10^{-6}} = 1{,}75\cdot10^9\ \text{s}^{-1}$$

d) La energía del electrón es cinética y tanto antes como después de penetrar en la región del campo magnético el valor de la velocidad no cambia de forma que la energía se mantendrá constante

$$E_c = \frac{1}{2}m\cdot v^2 \quad\Rightarrow\quad E_c = \frac{1}{2}9{,}11\cdot10^{-31}(5\cdot10^3)^2 = 1{,}14\cdot10^{-23}\ \text{J}$$

22*LE(S-12)*.-

a) *Determine la masa de un ión de potasio, K^+, si cuando penetra con una velocidad **v** = 8×10^4 **i** m s^{-1} en un campo magnético uniforme de intensidad **B** = 0,1 **k** T describe una trayectoria circular de 65 cm de diámetro.*
b) *Determine el módulo, dirección y sentido del campo eléctrico que hay que aplicar en esa región para que el ión no se desvíe.*

Datos: $e = 1{,}6\times10^{-19}$ C

Solución

a) Cuando el ión K^+ entra en el campo magnético, sobre él se ejerce una fuerza $\mathbf{F_m}$, que se puede expresar como

$$\mathbf{F_m} = q(\mathbf{v}\times\mathbf{B})$$

Como la dirección de la velocidad (eje x) es perpendicular a la del campo (eje z), el valor de esta fuerza será

$$F_m = q\cdot v\cdot B$$

Esta fuerza aplicada sobre el ión le somete a una aceleración exclusivamente centrípeta, en su misma dirección y sentido que le hace describir una trayectoria circular de radio R = 32,5 cm, con movimiento uniforme.

$$F_m = m \cdot a_c \quad \Rightarrow \quad q \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{R} \quad \Rightarrow \quad m = \frac{R\,q\,B}{v}$$

$$m = \frac{32{,}5 \times 10^{-2} \times 1{,}60 \times 10^{-19} \times 0{,}1}{8 \times 10^4} = 6{,}5\times10^{-26}\ \text{kg}$$

b) Para que la carga no cambie la velocidad la fuerza total sobre ella debe ser cero

$$\mathbf{F_m} + \mathbf{F_e} = 0$$

La fuerza que se ejerce sobre el ión, que se mueve con velocidad **v**, dentro de un campo magnético **B** es:

$$\mathbf{F_m} = q \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

En este caso

$$\mathbf{F_m} = q \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 8 \times 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}1 \end{vmatrix} = 1{,}60\times10^{-19}\,(-8\times10^3\,\mathbf{j}) = -1{,}28\times10^{-15}\,\mathbf{j}\ \text{N}$$

La fuerza eléctrica es: $\mathbf{F_e} = q \cdot \mathbf{E}$, por tanto

$$-1{,}28\times10^{-15}\,\mathbf{j} + 1{,}60\times10^{-19} \cdot \mathbf{E} = 0$$

Despejamos el vector campo eléctrico, obtenemos

$$\mathbf{E} = \frac{1{,}28 \times 10^{-15}}{1{,}60 \times 10^{-19}}\,\mathbf{j} = 8000\,\mathbf{j}\ \text{N/C}$$

El módulo es E = 8000 N/C, la dirección es la del eje *y*, y el sentido es el positivo.

23LE(S-13).- *Dos partículas idénticas A y B, de cargas $3{,}2\times10^{-19}$ C y masas $6{,}4\times10^{-27}$ kg, se mueven en una región donde existe un campo magnético uniforme de valor: $\mathbf{B_0} = (\mathbf{i} + \mathbf{j})$ T. En un instante dado, la partícula A se mueve con velocidad $\mathbf{v_A} = (-10^3\,\mathbf{i} + 10^3\,\mathbf{j})$ m s^{-1} y la partícula B con velocidad $\mathbf{v_B} = (-10^3\,\mathbf{i} - 10^3\,\mathbf{j})$ m s^{-1}.*
a) Calcule, en ese instante, la fuerza que actúa sobre cada partícula.
b) Una de ellas realiza un movimiento circular; calcule el radio de la trayectoria que describe y la frecuencia angular del movimiento.

Solución

a) La fuerza que se ejerce sobre una partícula cargada, que se mueve con velocidad **v**, dentro de un campo magnético **B** es:

$$\mathbf{F_m} = q \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

En el caso de la partícula A:

$$\mathbf{F_A} = q_A \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -10^3 & 10^3 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 3{,}2\times10^{-19}\,(-2\times10^3\,\mathbf{k}) = -6{,}4\times10^{-16}\,\mathbf{k}\ \text{N}$$

La partícula B:

$$\mathbf{F_B} = q_B \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -10^3 & -10^3 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0\ \text{N}$$

b) Es la partícula A la que describe una trayectoria circular

$$F_A = m \cdot a_c \quad \Rightarrow \quad F_A = m \cdot \frac{v^2}{R} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{m\,v^2}{F_A}$$

$$R = \frac{6{,}4\times10^{-27}\times2\times10^{6}}{6{,}4\times10^{-16}} = 2\times10^{-5}\ \text{m}$$

La frecuencia angular es

$$\omega = \frac{v}{R} \quad\Rightarrow\quad \omega = \frac{10^{3}\sqrt{2}}{2\times10^{-5}} = 7{,}07\times10^{7}\ \text{rad/s}$$

24.- *En una región del espacio hay un campo eléctrico* $\mathbf{E} = 4\times10^{3}\ \mathbf{j}\ NC^{-1}$ *y otro magnético* $\mathbf{B} = -0.5\ \mathbf{i}$ *T. Si un protón penetra en esa región con una velocidad perpendicular al campo magnético:*
a) ¿Cuál debe ser la velocidad del protón para que al atravesar esa región no se desvíe?
Si se cancela el campo eléctrico y se mantiene el campo magnético:
b) Con la velocidad calculada en el apartado a), ¿qué tipo de trayectoria describe?, ¿cuál es el radio de la trayectoria? Determine el trabajo realizado por la fuerza que soporta el protón y la energía cinética con la que el protón describe esa trayectoria.
Datos: Masa del protón = $1{,}67\times10^{-27}$ kg *; Valor absoluto de la carga del electrón, e =* $1{,}60\times10^{-19}$ C

Solución

a) Si el protón no se desvía su velocidad ha de mantenerse constante, la suma de las fuerzas aplicadas debe ser cero es decir, las fuerzas eléctrica y magnética deben ser iguales en módulo, de la misma dirección y sentidos contrarios.

$$F_e = F_m \quad\Rightarrow\quad q\cdot E = q\cdot v\cdot B \quad\Rightarrow\quad v = \frac{E}{B} = \frac{4\times10^{3}}{0{,}5} = 8\times10^{3}\ \text{m/s}$$

La velocidad tendría la dirección del eje de las z, con sentido positivo.

b) La partícula cargada dentro de un campo magnético describe una trayectoria circular cuyo radio sería

$$F_A = m\cdot a_c \quad\Rightarrow\quad q\ v\ B = m\cdot\frac{v^2}{R} \quad\Rightarrow\quad R = \frac{m\ v}{q\ B}$$

$$R = \frac{1{,}67\times10^{-27}\times8\times10^{3}}{1{,}60\times10^{-19}\times0{,}5} = 1{,}67\times10^{-4}\ \text{m}$$

El trabajo que realiza la fuerza magnética es nulo, dado el carácter centrípeto de la fuerza.

La energía cinética que lleva el protón a lo largo de la trayectoria circular es constante, no varía en el tiempo y su valor sería:

$$E_c = \frac{1}{2}m\ v^2 \quad\Rightarrow\quad E_c = \frac{1}{2}\ 1{,}67\times10^{-27}\times(8\times10^{3})^2 = 53{,}44\times10^{-21}\ \text{J}$$

25*LE(S-14)*.- *Una carga* $q = -1\times10^{-11}$ *C de masa* $m = 5\times10^{-21}$ *kg se mueve en el plano XY con una velocidad* $v = 300\ m\ s^{-1}$ *en el seno de un campo magnético* $\mathbf{B} = 5\ \mathbf{k}\ \mu T$ *describiendo una trayectoria circular. Determine:*
a) El radio de giro de la carga y su periodo.
b) El campo eléctrico que habría que aplicar para que la carga describiera una trayectoria rectilínea en el instante en el que su velocidad es paralela al eje X y con sentido positivo.

Solución

a) La partícula cargada dentro de un campo magnético describe una trayectoria circular cuyo radio sería

$$F_m = m\cdot a_c \quad\Rightarrow\quad q\ v\ B = m\cdot\frac{v^2}{R} \quad\Rightarrow\quad R = \frac{m\ v}{q\ B}$$

$$R = \frac{5\times10^{-21}\times300}{1\times10^{-11}\times5\times10^{-6}} = 0{,}03\ \text{m}$$

b) En ese instante **v** = 300 **i** m/s

Para que la carga no cambie la velocidad la fuerza total sobre ella debe ser cero

$$\mathbf{F_m} + \mathbf{F_e} = 0$$

La fuerza que se ejerce sobre la carga, que se mueve con velocidad **v**, dentro de un campo magnético **B** es:

$$\mathbf{F_m} = q\cdot(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

En este caso

$$\mathbf{F_m} = q\cdot\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 300 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5\times10^{-6} \end{vmatrix} = -1\times10^{-11}\,(-300\times5\times10^{-6}\,\mathbf{j}) = 1{,}5\times10^{-14}\,\mathbf{j}\ \text{N}$$

La fuerza eléctrica es: $\mathbf{F_e} = q\cdot\mathbf{E}$, por tanto

$$1{,}5\times10^{-14}\,\mathbf{j} - 1\times10^{-11}\cdot\mathbf{E} = 0$$

Despejamos el vector campo eléctrico, obtenemos

$$\mathbf{E} = \frac{1{,}5\times10^{-14}}{1\times10^{-11}}\,\mathbf{j} = 1{,}5\times10^{-3}\,\mathbf{j}\ \text{N/C}$$

El módulo es $E = 1{,}5\times10^{-3}$ N/C, la dirección es la del eje *y*, y el sentido es el positivo.

26.- *Una barra metálica, inicialmente coincidente con el eje Y, se desplaza a lo largo del sentido positivo del eje X con una velocidad constante $v = 2\ m\ s^{-1}$. En toda esta región del espacio existe un campo magnético uniforme, dirigido en el sentido positivo del eje Z, de valor $B = 10^{-4}$ T.*
Calcule:
a) La fuerza magnética que experimenta un electrón de la barra metálica.
b) El campo eléctrico necesario para compensar la mencionada fuerza magnética.
Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1{,}60\times10^{-19}$ C

Solución

a) La fuerza magnética vale:

$$\mathbf{F_m} = q\,(\mathbf{v}\times\mathbf{B}) = -e\,v\,B\,(\mathbf{i}\times\mathbf{k}) = e\,v\,B\,\mathbf{j}$$

El electrón es desplazado en sentido positive del eje Y. Su módulo es:

$$F_m = 3{,}2\times10^{-23}\ \text{N}$$

b) La fuerza debido a un campo eléctrico es $\mathbf{F_e} = -e\,\mathbf{E}$. Esta fuerza debe ser igual y de sentido contrario a la magnética

$$\mathbf{F_m} + \mathbf{F_e} = 0 \quad\Rightarrow\quad \mathbf{F_e} = -\mathbf{F_m} = -e\,v\,B\,\mathbf{j}$$

Por tanto

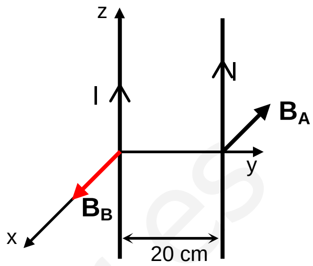
$$\mathbf{E} = v\,B\,\mathbf{j} = 2\times10^{-4}\,\mathbf{j}\ \text{V/m}$$

CAMPO MAGNETICO

1C.- *Dos alambres A y B rectos, largos y paralelos están separados 20 cm y cada uno lleva una corriente del mismo sentido y de 100 A. Encontrar: (a) La inducción magnética en un punto de cada alambre producida por el otro. (b) La fuerza sobre un trozo de 4,20 m de largo en cada alambre, producida por el otro. $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$ UI*
Sol.: *a) $B_A = B_B = 10^{-4}$ T; b) F = $4{,}2\cdot10^{-2}$ N.*

Solución

a) El campo magnético que crea un hilo conductor rectilíneo y largo por el que pasa una corriente de I amperios en un punto situado a una distancia r de el tiene el valor de



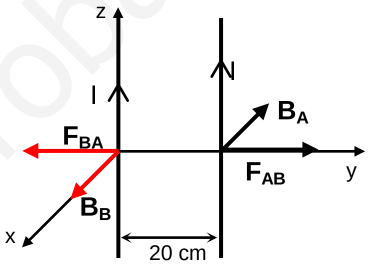
$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi \cdot r}$$

siendo la dirección y sentido el que marca la regla de la mano derecha.

Por tanto

$$B_A = B_B = 4\pi\cdot10^{-7}\frac{100}{2\pi\cdot0{,}2} = 10^{-4}\ \text{T}$$

b) Cada uno de los alambres, al estar inmerso en el campo magnético que crea el otro estará sometido a una fuerza magnética



$$\mathbf{F} = I\cdot(\mathbf{l} \times \mathbf{B})$$

Como el alambre y el campo son perpendiculares, el valor de la fuerza es

$$F = I\cdot l\cdot B \;\Rightarrow\; F_{AB} = F_{BA} = 100\cdot4{,}20\cdot10^{-4} = 0{,}042\ \text{N}$$

Utilizando la regla de la mano izquierda podemos decir que la dirección es la misma y los sentidos son contrarios.

2C.- *Por un alambre de cobre situado en el Ecuador terrestre y paralelamente a el, pasa una corriente que lo mantiene flotando por la acción del magnetismo terrestre. Determínese dicha intensidad. Densidad lineal del conductor 8 g/m ; $B_T = 5\cdot10^{-5}$ T.*
Sol.: *I = 1570 A*

Solución

Para mantenerse flotando el peso del alambre (P = m·g) debe ser igual, en módulo, que la fuerza que el campo magnético terrestre ejerce sobre el alambre que como en el Ecuador el campo magnético terrestre es perpendicular al suelo será simplemente, $F_m = I\cdot l\cdot B$.

$$m\cdot g = I\cdot l\cdot B \;\Rightarrow\; I = \frac{m\cdot g}{l\cdot B}$$

Por cada metro de alambre se tiene

$$I = \frac{8\cdot10^{-3}\cdot9{,}81}{5\cdot10^{-5}} = 1570\ \text{A}$$

3.- *La diferencia de potencial entre los extremos de un hilo conductor muy largo de 5 Ω de resistencia es 40 V. Calcula el campo magnético que crea en un punto situado a 2 mm del conductor, cuando este se halla en el vacío.*
Sol.: *$B = 8\cdot10^{-4}$ T*

Solución

La intensidad que pasa por el conductor es

$$I = \frac{V}{R} = \frac{40}{5} = 8\ \text{A}$$

El campo magnético que crea un hilo conductor rectilíneo y largo por el que pasa una corriente de I amperios en un punto situado a una distancia r de el tiene el valor de

$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi \cdot r}$$

siendo la dirección y sentido el que marca la regla de la mano derecha.

Por tanto

$$B = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{8}{2\pi \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 8 \cdot 10^{-4}\ T$$

4.- *Sobre un tubo de plástico hueco de 15 cm de largo, 0,5 cm de diámetro y espesor despreciable se enrollan 1,57 m de un hilo de cobre, de tal manera que las vueltas equidistan comenzando a enrollarse el hilo en un extremo y terminando en el otro. Si se hace circular por el hilo una corriente de 1,5 A. ¿Cual es la intensidad del campo magnético en el interior del tubo?*
Sol.: *$B = 1,26 \cdot 10^{-3}$ T*

Solución

El campo magnético que crea un solenoide es

$$B = \mu_0 \frac{N}{L} I$$

donde N es el número de espiras y L la longitud del solenoide.

Cada vuelta que se da con el hilo se emplea una longitud, $L = 2\pi \cdot r = 1,57$ cm, por tanto el número de espiras que se pueden dar con 1,57 m de hilo serán

$$N = \frac{1,57}{1,57 \cdot 10^{-2}} = 100 \text{ vueltas}$$

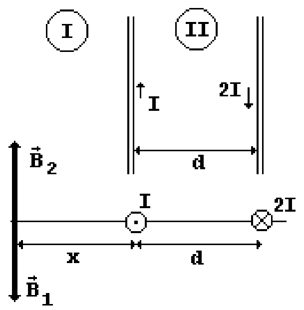
por tanto

$$B = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{100}{15 \cdot 10^{-2}} 1,5 = 1,26 \cdot 10^{-3}\ T$$

5*L(J-94)*.- *Por dos conductores rectilíneos, paralelos y de longitud infinita circulan intensidades de corrientes, una doble que la otra, y en sentidos opuestos. Si la distancia entre los conductores viene dada por "d" ¿En qué puntos el campo magnético resultante es nulo?*
Sol.: *x = d*

Solución

Un conductor recto y de longitud infinita por el que circula una corriente eléctrica continua, "crea" en el exterior de él una perturbación llamada campo magnético, definida en cada punto por el vector inducción magnética **B**, y cuyas líneas de fuerza son círculos concéntricos con el conductor en un plano perpendicular a este y en el sentido que indica la regla de la mano derecha.



El valor de la inducción magnética creada por un conductor recto y de longitud infinita, en el vacío es

$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi \cdot r}$$

siendo μ_0 la permeabilidad magnética del vacío, I la intensidad que circula por él y r la distancia del conductor al punto en donde se quiere calcular el valor de la inducción magnética.

La condición teórica impuesta sobre la longitud es para evitar problemas en los extremos del conductor.

En este ejercicio ambos conductores "crean" campos magnéticos en el exterior de ellos cuyos valores son

$$B_1 = \mu_0 \frac{I}{2\pi \cdot r} \quad ; \quad B_2 = \mu_0 \frac{2 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

Aplicando el principio de superposición, el campo magnético resultante en un punto, se puede calcular como la suma de los campos magnéticos creados por cada conductor en dicho punto y será nulo cuando ambos vectores tengan la misma dirección, mismo módulo y sentidos contrarios.

La condición de tener la misma dirección nos obliga a trabajar en el plano que contenga a ambos conductores ya que en el resto de los puntos del espacio las direcciones de los vectores campo creados por ambos conductores no coinciden.
Los dos conductores dividen el plano que los contiene en tres regiones bien determinadas

zona I: A la izquierda de ambos conductores. En esta zona los vectores campo llevan sentidos contrarios y por tanto pueden existir puntos en los que el campo resultante sea cero.
zona II: Entre los dos conductores. En esta zona los vectores campo llevan el mismo sentido por lo que no habrá puntos en los que el campo resultante se anule.
zona III: A la derecha de ambos conductores. En esta zona ocurre lo mismo que en la zona I.

En la zona I, supongamos que un punto a distancia x del conductor 1 y d+x del conductor 2 es uno de esos puntos en los que el campo magnético resultante es nulo.

$$B_1 = B_2$$

$$\mu_0 \frac{I}{2\pi \cdot x} = \mu_0 \frac{2 \cdot I}{2\pi \cdot (d+x)}$$

En ese punto se cumple

$$\frac{1}{x} = \frac{2}{d+x}$$

simplificando

$$d+x = 2x \Rightarrow x = d$$

Por tanto, en todos los puntos situados sobre una recta paralela a los conductores y a la izquierda de ellos, a una distancia igual a la de separación entre los conductores respecto al conductor de la izquierda, el campo resultante es nulo.

En la zona III, supongamos que un punto a distancia x del conductor 2 y d+x del conductor 1 es uno de esos puntos en los que el campo magnético resultante es nulo.

$$B_1 = B_2$$

$$\mu_0 \frac{I}{2\pi \cdot (d+x)} = \mu_0 \frac{2 \cdot I}{2\pi \cdot x}$$

En ese punto se cumple

$$\frac{1}{d+x} = \frac{2}{x}$$

simplificando

$$x = 2(d+x) \Rightarrow x = -2d$$

Es decir en la zona III no hay puntos en los cuales se anule el campo resultante. Este resultado, que coincide con los mismos puntos que obtuvimos al resolver el ejercicio para la zona I, era de esperar si te fijas en la relación que existe entre el valor del campo, la intensidad y la distancia, los puntos a la derecha del conductor 2 por el que pasan 2I amperios siempre están a menor distancia de él que del conductor 1 por el que pasan I amperios, por lo que es imposible que igualen sus valores en esa zona.

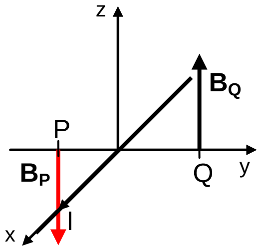
6*L(S-01)*.- *Por un hilo conductor rectilíneo e infinitamente largo, situado sobre el eje X, circula una corriente eléctrica en el sentido positivo del eje X. El valor del campo magnético producido por dicha corriente es de $3\cdot10^{-5}$ T en el punto P (0, $-d_P$, 0), y es de $4\cdot10^{-5}$ T en el punto Q (0, $+d_Q$, 0). Sabiendo que $d_P + d_Q = 7$ cm, determine:* ***(a)*** *La intensidad que circula por el hilo conductor.* ***(b)*** *Valor y dirección del campo magnético producido por dicha corriente en el punto de coordenadas (0, 6, 0) cm*
Datos: Permeabilidad magnética del vacío $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$ N·A^{-2} ; las cantidades d_P y d_Q son positivas
Sol.: *a) I = 6 A; b) B = $2\cdot10^{-5}$ T*

Solución

a) El valor del campo magnético creado por un conductor recto y de longitud infinita, en el vacío es

$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi \cdot r}$$

siendo μ_0 la permeabilidad magnética del vacío, I, la intensidad que circula por él y r, la distancia del conductor al punto en donde se quiere calcular el valor de la inducción magnética.



Por tanto

$$B_P = \mu_0 \frac{I}{2\pi \cdot d_P} \quad ; \quad B_Q = \mu_0 \frac{I}{2\pi \cdot d_Q}$$

$$3\cdot 10^{-5} = 4\pi\cdot 10^{-7} \frac{I}{2\pi \cdot d_P} \quad ; \quad 4\cdot 10^{-5} = 4\pi\cdot 10^{-7} \frac{I}{2\pi \cdot d_Q}$$

$$150 = \frac{I}{d_P} \quad ; \quad 200 \frac{I}{d_Q}$$

$$I = 150\cdot d_P \quad ; \quad I = 200\cdot d_Q \quad \Rightarrow \quad 150\cdot d_P = 200\cdot d_Q$$

además sabemos que

$$d_P + d_Q = 0{,}07 \quad \Rightarrow \quad d_P = 0{,}07 - d_Q$$

por tanto

$$150\cdot(0{,}07 - d_Q) = 200\cdot d_Q \quad \Rightarrow \quad 10{,}5 = 350\cdot d_Q$$

$$d_Q = 0{,}03 \text{ m} \quad ; \quad d_P = 0{,}04 \text{ m}$$

sustituyendo en cualquiera de las ecuaciones

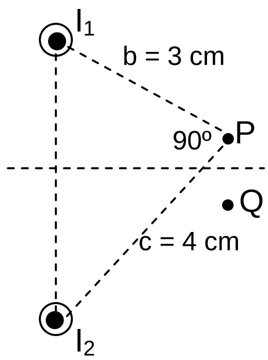
$$I = 150\cdot 0{,}04 = 6 \text{ A}$$

b) El campo magnético pedido será

$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi \cdot r} = 4\pi\cdot 10^{-7} \frac{6}{2\pi \cdot 0{,}06} = 2\cdot 10^{-5} \text{ T}$$

7L(S-02).- *En la figura se representan dos hilos conductores rectilíneos de gran longitud que son perpendiculares al plano del papel y llevan corrientes de intensidades I_1 e I_2 de sentidos hacia el lector.* ***(a)*** *Determine la relación entre I_1 e I_2 para que el campo magnético* ***B*** *en el punto P sea paralelo a la recta que une los hilos indicada en la figura.* ***(b)*** *Para la relación entre I_1 e I_2 obtenida anteriormente, determine la dirección del campo magnético* ***B*** *en el punto Q (simétrico del punto P respecto del plano perpendicular a la citada recta que une los hilos y equidistante de ambos)*

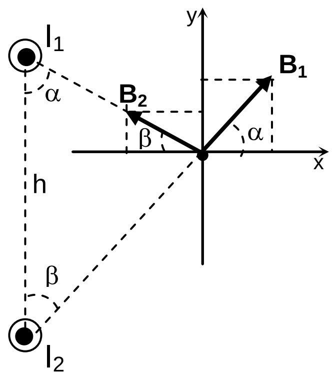
Sol.: *(a) $I_1 = I_2$; (b) Paralela a la línea que une los cables.*



Solución

a) El valor del campo magnético creado por un conductor recto y de longitud infinita, en el vacío es

$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi \cdot r}$$



siendo μ_0 la permeabilidad magnética del vacío, I, la intensidad que circula por él y r, la distancia del conductor al punto en donde se quiere calcular el valor de la inducción magnética.

El campo magnético en el punto P será la suma de los campos que crean los dos hilos en dicho punto

$$\mathbf{B} = \mathbf{B_1} + \mathbf{B_2} = (B_{1x} \,;\, B_{1y}) + (B_{2x} \,;\, B_{2y}) = (B_{1x} + B_{2x} \,;\, B_{1y} + B_{2y})$$

para que el campo en el punto P sea paralelo al eje Y la condición que debemos imponer es

$$B_{1x} + B_{2x} = 0$$

$$B_1 \cdot \cos\alpha - B_2 \cdot \cos\beta = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{B_1}{B_2} = \frac{\cos\beta}{\cos\alpha}$$

sustituyendo los valores del campo y las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo

$$\frac{\mu_0 \dfrac{I_1}{2\pi \cdot b}}{\mu_0 \dfrac{I_2}{2\pi \cdot c}} = \frac{\dfrac{c}{h}}{\dfrac{b}{h}} \quad \Rightarrow \quad \frac{I_1 \cdot c}{I_2 \cdot b} = \frac{c}{b}$$

en definitiva

$$\frac{I_1}{I_2} = 1 \quad \Rightarrow \quad I_1 = I_2$$

b) La dirección del campo debe ser la misma que la de la recta que une los hilos, exactamente igual que en el apartado anterior, el punto Q es simétrico de P y por tanto las distancias únicamente se intercambian el valor y el triángulo formado sigue siendo rectángulo. En efecto

$$B_1 \cdot \cos\alpha - B_2 \cdot \cos\beta = \mu_0 \frac{I}{2\pi \cdot b} \cdot \frac{b}{h} - \mu_0 \frac{I}{2\pi \cdot c} \cdot \frac{c}{h} = \mu_0 \frac{I}{2\pi \cdot h} \cdot - \mu_0 \frac{I}{2\pi \cdot h} = 0$$

8*L(J-05).* *Por un hilo conductor rectilíneo y de gran longitud circula una corriente de 12 A. El hilo define el eje Z de coordenadas y la corriente fluye en el sentido positivo. Un electrón se encuentra situado en el eje Y a una distancia del hilo de 1 cm. Calcule el vector aceleración instantánea que experimentaría dicho electrón si:*
a)*Se encuentra en reposo.*
b)*Su velocidad es de 1 m/s según la dirección positiva del eje Y*
c)*Su velocidad es de 1 m/s según la dirección positiva del eje Z*
d)*Su velocidad es de 1 m/s según la dirección positiva del eje X*
Datos: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N·A^{-2} ; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg ; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C
Sol.: *(a)* **a** *= 0; (b)* **a** *=* $-4{,}22 \cdot 10^7$ **k** *m/s*^{2}*; (c)* **a** *=* $4{,}22 \cdot 10^7$ **j** *m/s*^{2}*; (d)* **a** *= 0.*

Solución

La fuerza que se ejerce sobre una partícula cargada, q, con velocidad, **v**, dentro de un campo magnético, **B**, se puede expresar como

F = q·(**v** x **B**)

Esta fuerza produce una aceleración en la partícula que, al ser la fuerza perpendicular a la velocidad, modifica exclusivamente la dirección de la velocidad.

$$\mathbf{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})}{m}$$

El valor del campo magnético creado por un conductor recto y de longitud infinita, en el vacío es

$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi \cdot r}$$

siendo μ_0 la permeabilidad magnética del vacío, I, la intensidad que circula por él y r, la distancia del conductor al punto en donde se quiere calcular el valor de la inducción magnética. Por tanto, en este caso

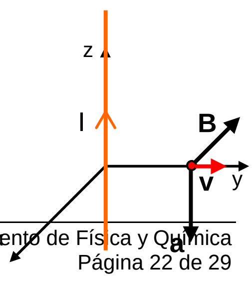
$$B = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{12}{2\pi \cdot 0{,}01} = 2{,}4 \cdot 10^{-4} \text{ T}$$

la regla de la mano derecha indica que la dirección del campo es la del eje X y en sentido negativo, es decir,

B = $(-2{,}4 \cdot 10^{-4}$; 0 ; 0) T

a) Si el electrón está en reposo, v = 0, la fuerza es nula y por tanto la aceleración también lo es.

b) Si el vector velocidad es **v** = (0 ; 1 ; 0) m/s, la aceleración será



$$\mathbf{a} = \frac{-1{,}6\cdot 10^{-19}}{9{,}1\cdot 10^{-31}}\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 1 & 0 \\ -2{,}4\cdot 10^{-4} & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{a} = -1{,}76\cdot 10^{11}\cdot(0\ ;\ 0\ ;\ 2{,}4\cdot 10^{-4})$$

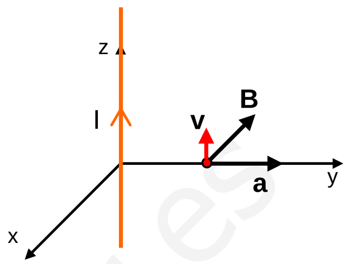
$$\mathbf{a} = (0\ ;\ 0\ ;\ -4{,}22\cdot 10^{7})\ \ \mathrm{m/s^2} = -4{,}22\cdot 10^{7}\ \mathbf{k}\ \ \mathrm{m/s^2}$$

c) Si el vector velocidad es **v** = (0 ; 0 ; 1) m/s, la aceleración será

$$\mathbf{a} = \frac{-1{,}6\cdot 10^{-19}}{9{,}1\cdot 10^{-31}}\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 1 \\ -2{,}4\cdot 10^{-4} & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

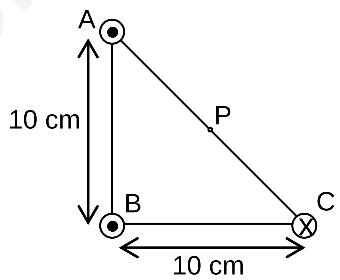
$$\mathbf{a} = -1{,}76\cdot 10^{11}\cdot(0\ ;\ -2{,}4\cdot 10^{-4}\ ;\ 0)$$

$$\mathbf{a} = (0\ ;\ 4{,}22\cdot 10^{7}\ ;\ 0)\ \ \mathrm{m/s^2} = 4{,}22\cdot 10^{7}\ \mathbf{j}\ \ \mathrm{m/s^2}$$



d) Si la velocidad está en la dirección del eje de las X, los vectores **v** y **B**, son paralelos, en consecuencia la fuerza es cero y la aceleración también lo es.

9*L(S-07).- *Tres hilos rectilíneos, muy largos y paralelos, se disponen como se muestra en la figura (perpendiculares al plano del papel pasando por los vértices de un triángulo rectángulo). La intensidad de corriente que circula por todos ellos es la misma, I = 25 A, aunque el sentido de la corriente en el hilo C es opuesto al de los otros dos hilos. Determine:* ***(a)*** *El campo magnético en el punto P, punto medio del segmento AC.* ***(b)*** *La fuerza que actúa sobre una carga positiva $Q = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ C si se encuentra en el punto P moviéndose con una velocidad de 10^6 m/s perpendicular al plano del papel y con sentido hacia fuera.*
Datos: $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ N·A^{-2}
Sol.: *a) $B = 1{,}59\cdot 10^{-4}$ T; b) $F = 2{,}55\cdot 10^{-17}$ N*



Solución

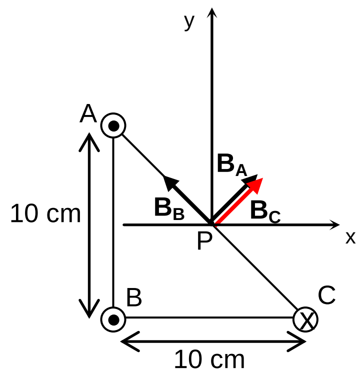
a) El valor del campo magnético creado por un hilo conductor recto y de longitud infinita, en el vacío es

$$B = \mu_0\frac{I}{2\pi\cdot r}$$

siendo μ_0 la permeabilidad magnética del vacío, I, la intensidad que circula por él y r, la distancia del conductor al punto en donde se quiere calcular el valor de la inducción magnética.

El campo magnético en el punto P será la suma de los campos magnéticos creados por los tres hilos en P.

$$\mathbf{B} = \mathbf{B_A} + \mathbf{B_B} + \mathbf{B_C}$$



Como se muestra en la figura los vectores, $\mathbf{B_A}$ y $\mathbf{B_C}$, son del mismo módulo, al ser las intensidades de corriente iguales y la distancia a P iguales, de la misma dirección y sentido, por tanto

$$\mathbf{B} = 2\cdot\mathbf{B_A} + \mathbf{B_B}$$

Las componentes de estos vectores son

$$\mathbf{B_A} = (B_A\cdot\cos 45^o\ ;\ B_A\cdot\sin 45^o)\quad ;\quad \mathbf{B_B} = (-B_B\cdot\cos 45^o\ ;\ B_B\cdot\sin 45^o)$$

en consecuencia

$$\mathbf{B} = (2\cdot B_A\cdot\cos 45^o - B_B\cdot\cos 45^o\ ;\ 2\cdot B_A\cdot\sin 45^o + B_B\cdot\sin 45^o)$$

agrupando

$$\mathbf{B} = ((2\cdot B_A - B_B)\cdot\cos 45^o\ ;\ (2\cdot B_A + B_B)\cdot\sin 45^o)$$

Los módulos serán

$$B_A = \mu_0 \frac{I}{2\pi \cdot d_{AP}} \quad ; \quad B_B = \mu_0 \frac{I}{2\pi \cdot d_{BP}}$$

Calculamos las distancias

$$d_{AP} = \frac{1}{2} d_{AC} = \frac{1}{2}\sqrt{10^2 + 10^2} = 5\cdot\sqrt{2}\text{ cm}$$

$$d_{BP} = h_B = 10\cdot\sin 45^\circ = 5\cdot\sqrt{2}\text{ cm}$$

Las distancias son iguales, por tanto, los módulos de los campos también la serán

$$B_A = B_B = 4\pi\cdot10^{-7}\frac{25}{2\pi\cdot5\sqrt{2}\cdot10^{-2}} = 7{,}1\cdot10^{-5}\text{ T}$$

En definitiva

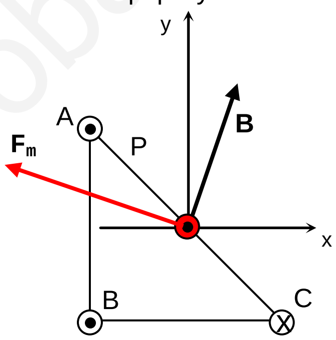
$$\mathbf{B} = (B_A\cdot\cos 45^\circ\ ;\ 3\cdot B_A\cdot\sin 45^\circ) = (5{,}02\cdot10^{-5}\cdot;\ 1{,}51\cdot10^{-4})\ \text{T}$$

cuyo módulo es

$$B = \sqrt{\left(5{,}02\cdot10^{-5}\right)^2 + \left(1{,}51\cdot10^{-4}\right)^2} = 1{,}59\cdot10^{-4}\text{ T}$$

b) La fuerza magnética sobre la carga Q, moviéndose a la velocidad v, perpendicular al papel y saliendo de él es

$$\mathbf{F_m} = Q\cdot(\mathbf{v}\times\mathbf{B})$$



El vector velocidad sería: $\mathbf{v} = (0\ ;\ 0\ ;\ 10^6)$ m/s

$$\mathbf{F_m} = 1{,}6\cdot10^{-19}\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 10^6 \\ 5{,}02\cdot10^{-5} & 1{,}51\cdot10^{-4} & 0 \end{vmatrix} = 1{,}6\cdot10^{-19}\cdot(-151\ ;\ 50{,}2\ ;\ 0)$$

$$\mathbf{F_m} = (-2{,}42\cdot10^{-17}\ ;\ 8{,}03\cdot10^{-18}\ ;\ 0)\ \text{N}$$

cuyo módulo es

$$F_m = \sqrt{\left(-2{,}42\cdot10^{-17}\right)^2 + \left(8{,}03\cdot10^{-18}\right)^2} = 2{,}55\cdot10^{-17}\text{ N}$$

10*L(S-09)*.- *Un hilo conductor rectilíneo de longitud infinita está situado en el eje Z y transporta una corriente de 20 A en el sentido positivo de dicho eje. Un segundo hilo conductor, también infinitamente largo y paralelo al anterior, corta al eje X en el punto de coordenada x = 10 cm. Determine:*

a) *La intensidad y el sentido de la corriente en el segundo hilo, sabiendo que el campo magnético resultante en el punto del eje X de coordenada x = 2 cm es nulo.*

b) *La fuerza por unidad de longitud que actúa sobre cada conductor, explicando cuál es su dirección y sentido.*

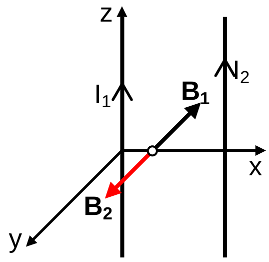
Dato: Permeabilidad magnética del vacío $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$ NA^{-2}.

Sol.: *a) I_2 = 80 A; sentido positivo del eje Z; b) $\frac{F_{12}}{l} = \frac{F_{21}}{l} = 3{,}2\cdot10^{-3}$ N/m; misma dirección y sentidos contrarios*

Solución

a) Para que el campo magnético sea cero en el punto x = 2 cm, la corriente en el segundo hilo debe tener el mismo sentido que en el primero para que los sentidos de los campos creados sean contrarios y se puedan anular según se deduce de la regla de la mano derecha.

Por otro lado los módulos tienen que ser iguales

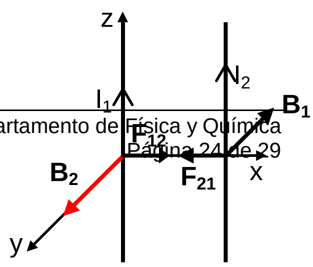


$$B_1 = B_2 \Rightarrow \mu_0\frac{I_1}{2\pi\cdot x} = \mu_0\frac{I_2}{2\pi\cdot(10-x)}$$

$$\frac{I_1}{x} = \frac{I_2}{(10-x)} \Rightarrow I_2 = \frac{10-x}{x}I_1 \Rightarrow I_2 = \frac{8}{2}20$$

$$I_2 = 80\text{ A}$$

b) El valor de la fuerza, por unidad de longitud, sobre el hilo 1 debida al campo magnético creado por el hilo 2 sobre él, F_{12}, es el mismo que el que crea el hilo



1 crea sobre el 2, F_{21}.

$$\frac{F_{12}}{l} = \frac{F_{21}}{l} = \mu_0 \frac{I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot d} = 4\pi\cdot 10^{-7} \frac{20 \cdot 80}{2\pi \cdot 0{,}1}$$

$$\frac{F_{12}}{l} = \frac{F_{21}}{l} = 3{,}2\cdot 10^{-3} \text{ N/m}$$

Según la regla de la mano izquierda estas fuerzas tienen la misma dirección y sentidos contrarios de forma que los hilos se atraen mutuamente.

11LE(J-10).- Por un hilo conductor rectilíneo y de gran longitud circula una corriente de 12 A. El hilo está situado en el eje Z de coordenadas y la corriente fluye en el sentido positivo. Un electrón se encuentra situado en el eje Y en el punto P de coordenadas (0, 20, 0) expresadas en centímetros. Determine el vector aceleración del electrón en los siguientes casos:
a) El electrón se encuentra en reposo en la posición indicada.
b) Su velocidad es de 1 m/s según la dirección positiva del eje Y.
c) Su velocidad es de 1 m/s según la dirección positiva del eje Z.
d) Su velocidad es de 1 m/s según la dirección negativa del eje X.
Datos: Permeabilidad magnética del vacío $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ NA^{-2}.
Masa del electrón $m_e = 9\cdot 10^{-31}$ kg
Valor absoluto de la carga del electrón e = $1{,}6\cdot 10^{-19}$ C.
Sol.: *a) **a** = 0; b) **a** = $-2{,}1\cdot 10^6$ **k** m/s^2; c) **a** = $2{,}1\cdot 10^6$ **j** m/s^2; d) **a** = 0*

Solución
La fuerza que se ejerce sobre una partícula cargada, q, con velocidad, **v**, dentro de un campo magnético, **B**, se puede expresar como

$$\mathbf{F} = q\cdot(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

El campo magnético que crea un hilo conductor rectilíneo de gran longitud colocado sobre el eje Z, por el que circula una corriente I, en la dirección positiva del eje Z, en un punto situado a una distancia r del hilo es.

$$\mathbf{B} = -B\,\mathbf{i}$$

donde

$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi \cdot r} \quad \Rightarrow \quad B = 4\pi\cdot 10^{-7} \frac{12}{2\pi \cdot 0{,}2} = 1{,}2\cdot 10^{-5} \text{ T}$$

a) Si el electrón se encuentra en **r** = 0,2 **j** en reposo (v = 0) la fuerza es nula y por tanto la aceleración también será cero.

b) Si el electrón se encuentra en **r** = 0,2 **j**, con velocidad, v = 1 m/s, en la dirección positiva del eje Y, **v** = **j** la fuerza es:

$$\mathbf{F} = q\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = -1{,}6\cdot 10^{-19}\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 1 & 0 \\ -1{,}2\cdot 10^{-5} & 0 & 0 \end{vmatrix} = -1{,}92\cdot 10^{-24}\,\mathbf{k} \text{ N}$$

Por tanto la aceleración es

$$\mathbf{F} = m\cdot\mathbf{a} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{-1{,}92\cdot 10^{-24}\,\vec{k}}{9{,}1\cdot 10^{-31}} = -2{,}1\cdot 10^6\,\mathbf{k} \text{ m/s}^2$$

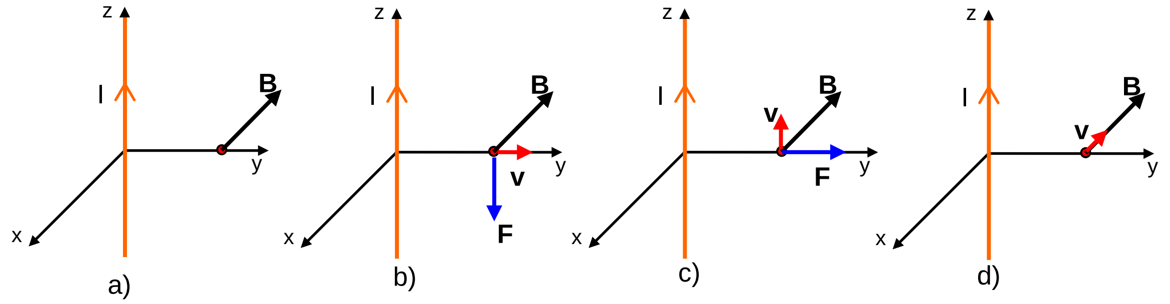
c) Si el electrón se encuentra en **r** = 0,2 **j**, con velocidad, v = 1 m/s, en la dirección positiva del eje Z, **v** = **k** la fuerza es:

$$\mathbf{F} = -1{,}6\cdot 10^{-19}\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 1 \\ -1{,}2\cdot 10^{-5} & 0 & 0 \end{vmatrix} = 1{,}92\cdot 10^{-24}\,\mathbf{j} \text{ N}$$

Por tanto la aceleración es

$$\mathbf{F} = m\cdot\mathbf{a} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{1{,}92\cdot 10^{-24}\,\vec{j}}{9{,}1\cdot 10^{-31}} = 2{,}1\cdot 10^6\,\mathbf{j} \text{ m/s}^2$$

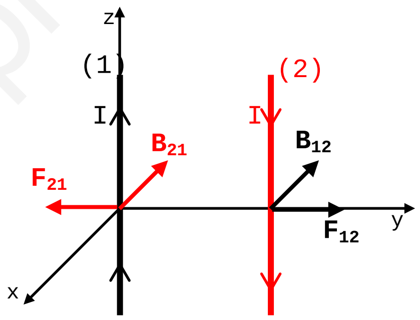
d) En este caso los vectores campo magnético y velocidad tienen la misma dirección y sentido, por tanto su producto vectorial será nula, en consecuencia la fuerza es cero y la aceleración también.



12*LE(S-10)***.-** *Dos conductores rectilíneos e indefinidos, paralelos, por los que circulan corrientes de igual intensidad, I, están separados una distancia de 0,12 m y se repelen con una fuerza por unidad de longitud de $6\cdot10^{-9}$ Nm^{-1}.*
a) Efectúe un esquema gráfico en el que se dibuje el campo magnético, la fuerza que actúa sobre cada conductor y el sentido de la corriente en cada uno de ellos.
b) Determine el valor de la intensidad de corriente I, que circula por cada conductor.
Datos: Permeabilidad magnética del vacío $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$ NA^{-2}.
Sol.: b) I = 0,06 A

Solución

a)Si los conductores se repelen las intensidades tienen que tener sentidos contrarios.



El conductor (1) crea un campo magnético sobre el (2), $\mathbf{B_{12}}$ en la dirección del eje X y sentido negativo. En consecuencia si la corriente del conductor (2) va en el sentido negativo del eje Z, la fuerza de repulsión que el (1) ejerce sobre el (2), $\mathbf{F_{12}}$, tendrá la dirección del eje Y en el sentido positivo de este eje.

Análogamente, el conductor (2) crea un campo magnético sobre el (1), $\mathbf{B_{21}}$ en la dirección del eje X y sentido negativo. En consecuencia si la corriente del conductor (1) va en el sentido positivo del eje Z, la fuerza de repulsión que el (2) ejerce sobre el (1), $\mathbf{F_{21}}$, tendrá el mismo módulo, la misma dirección, y sentido contrario, el sentido negativo del eje Y.

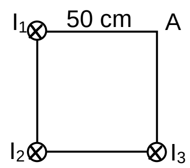
b) El valor de la fuerza por unidad de longitud

$$\frac{F_{12}}{\ell} = \frac{F_{21}}{\ell} = \mu_0 \frac{I \cdot I}{2\pi \cdot a} = \mu_0 \frac{I^2}{2\pi \cdot a}$$

donde a, es la distancia entre los conductores. Por tanto

$$6\cdot10^{-9} = 4\pi\cdot10^{-7} \frac{I^2}{2\pi \cdot 0{,}12} \quad \Rightarrow \quad I^2 = 3{,}6\cdot10^{-3} \quad \Rightarrow \quad I = 0{,}06 \text{ A}$$

13*LE(S-10)***.-** *Tres hilos conductores infinitos y paralelos pasan por los vértices de un cuadrado de 50 cm de lado como se indica en la figura. Las tres corrientes I_1, I_2 e I_3 circulan hacia dentro del papel.*



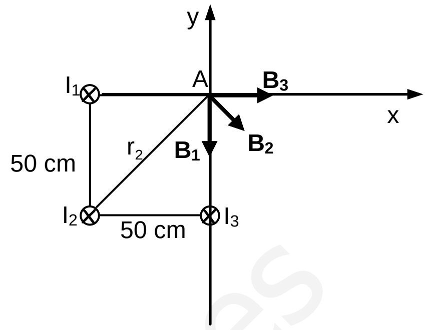
a) Si $I_1 = I_2 = I_3 = 10$ mA, determine el campo magnético en el vértice A del cuadrado.
b) Si $I_1 = 0$, $I_2 = 5$ mA e $I_3 = 10$ mA, determine la fuerza por unidad de longitud entre los hilos recorridos por las corrientes.
Datos: Permeabilidad magnética del vacío $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$ N·A^{-2}
Sol.: a) $B_A = 8{,}49\cdot10^{-9}$ T; b) $F = 2\cdot10^{-11}$ N/m

Solución

a) El valor del campo magnético que crea un hilo conductor infinito por el que circula una corriente de I amperios, en un punto situado a una distancia, r, de él es

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

Las líneas del campo magnético creado son circunferencias centradas en el conductor y en el sentido que marca la regla de la mano derecha.



En nuestro caso los vectores campo en el punto A son los que se indican en la figura

B₁ = (0 , –B₁) ; **B₂** = (B₂ cos 45º , –B₂ sin 45º) ; **B₃** = (B₃ , 0)

Los módulos al ser las intensidades y las distancias iguales son:

$$B_1 = B_3 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{2\pi \cdot 50 \cdot 10^{-2}} = 4\cdot 10^{-9}\ \text{T}$$

La distancia del hilo 2 al punto A será el valor de la hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles de lado 50 cm. $r_2 = 50\sqrt{2}$ cm

$$B_2 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{2\pi \cdot 50\sqrt{2} \cdot 10^{-2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} \cdot 10^{-9}\ \text{T}$$

El campo magnético en A será

$$\mathbf{B_A} = \mathbf{B_1} + \mathbf{B_2} + \mathbf{B_3} = (B_2 \cos 45^\circ + B_3\ ,\ -B_2 \sin 45^\circ - B_1)$$

$$\mathbf{B_A} = \left(\frac{4}{\sqrt{2}} \cdot 10^{-9} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 4\cdot 10^{-9}\ ,\ -\frac{4}{\sqrt{2}} \cdot 10^{-9} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 4\cdot 10^{-9}\right) = (6\cdot 10^{-9}\ ,\ -6\cdot 10^{-9})\ \text{T}$$

El módulo sería

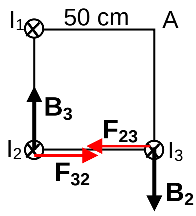
$$B_A = \sqrt{\left(6 \cdot 10^{-9}\right)^2 + \left(-6 \cdot 10^{-9}\right)^2} = 8{,}49\cdot 10^{-9}\ \text{T}$$

La dirección

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{-6 \cdot 10^{-9}}{6 \cdot 10^{-9}} = 45^\circ$$

b) Las fuerzas por unidad de longitud que se ejercen entre si los cables 2 y 3 tienen un valor de

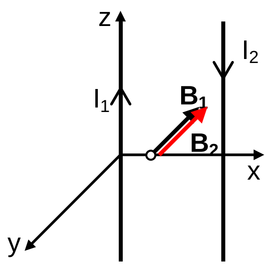
$$\frac{F}{l} = \mu_0 \frac{I_2 \cdot I_3}{2\pi \cdot a} \Rightarrow \frac{F}{l} = 4\pi\cdot 10^{-7} \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{2\pi \cdot 50 \cdot 10^{-2}} = 2\cdot 10^{-11}\ \text{N/m}$$



Al ser las corrientes en el mismo sentido, la regla de la mano izquierda indica que estas fuerzas mutuas serán en la misma dirección y en el sentido de atracción entre los cables.

14*LE(S-11)*.- *Dos conductores rectilíneos, paralelos y de longitud infinita, separados una distancia d = 30 cm están recorridos por corrientes eléctricas de igual intensidad I = 2 A.*
a) Determine la intensidad de campo magnético generado por los dos conductores en el punto medio de la línea que los une, en el caso de que las corrientes tengan sentidos contrarios.
b) Determine el módulo de la fuerza por unidad de longitud que se ejercen entre sí estos conductores.
***Datos:** Permeabilidad magnética del vacío $\mu_0 = 4\pi\times 10^{-7}\ N\cdot A^{-2}$*

Solución



El campo magnético en el punto medio, x = 15 cm., será la suma de los campos magnéticos creados por ambos conductores en ese punto. La regla de la mano derecha aplicada a ambos conductores indica que los vectores campo en ese punto están en la misma dirección y tienen el mismo sentido en el caso de que las corrientes sean contrarias. Por tanto:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B_1} + \mathbf{B_2} \Rightarrow B = B_1 + B_2$$

Los módulos de los campos han de ser iguales ya que las corrientes tienen el mismo valor y las distancias al punto también son iguales, en consecuencia

$$B = 2\,B_1 \quad \Rightarrow \quad B = 2\,\frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot x}$$

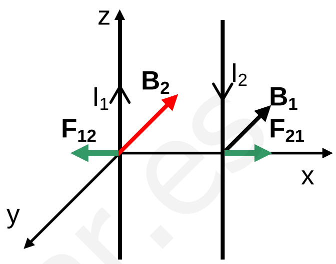
sustituimos los datos

$$B = 2\,\frac{4\pi \times 10^{-7} \times 2}{2\pi \cdot 15 \times 10^{-2}} = 5{,}33\times 10^{-3}\ \mathrm{T}$$

La dirección según el dibujo, es la del eje *y*, y el sentido negativo

$$\mathbf{B} = -5{,}33\times 10^{-3}\ \mathbf{j}\ \mathrm{T}$$

b) El valor de la fuerza, por unidad de longitud, sobre el hilo 1 debida al campo magnético creado por el hilo 2 sobre él, F_{12}, es el mismo que el que crea el hilo 1 crea sobre el 2, F_{21}.

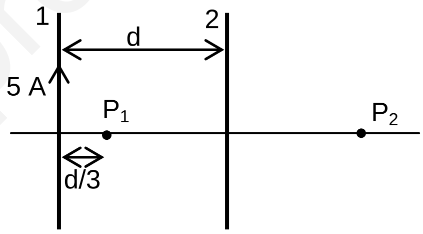


$$\frac{F_{12}}{l} = \frac{F_{21}}{l} = \mu_0\,\frac{I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot d} = 4\pi\times 10^{-7}\,\frac{2 \times 2}{2\pi \cdot 0{,}30}$$

$$\frac{F_{12}}{l} = \frac{F_{21}}{l} = 2{,}67\times 10^{-6}\ \mathrm{N/m}$$

Según la regla de la mano izquierda estas fuerzas tienen la misma dirección y sentidos contrarios de forma que los hilos se repelen mutuamente.

15*LE(J-13)*.- *Tenemos dos conductores rectilíneos, paralelos e indefinidos separados por una distancia d. Por el conductor 1 circula una corriente de intensidad 5 A con el sentido que se indica en el esquema. Determine:*
a) El valor y la dirección de la corriente eléctrica que ha de circular por el conductor 2 de forma que en el punto P_1 el campo magnético resultante sea cero.
*b) El vector campo magnético **B** en el punto P_2 situado a 50 cm del conductor 2, tal como muestra la figura, suponiendo que la distancia d, que separa los dos conductores es para este apartado, de 30 cm.*
***Datos:** Permeabilidad magnética del vacío $\mu_0 = 4\pi\times 10^{-7}\ \mathrm{N\cdot A^{-2}}$. Los conductores y los puntos P_1 y P_2 están contenidos en el mismo plano.*



Solución

a) El campo magnético que crea el conductor 1 en el punto P_1, $\mathbf{B_1}$, entra en el papel, por tanto el que crea el conductor 2, $\mathbf{B_2}$, debe salir del papel y tener el mismo módulo $\mathbf{B_1}$. En consecuencia, según la regla de la mano derecha, el sentido de la corriente en el conductor 2 debe ser el mismo que en el 1

$$B_1 = B_2 \quad \Rightarrow \quad \mu_0\,\frac{I_1}{2\pi\,\frac{d}{3}} = \mu_0\,\frac{I_2}{2\pi\,\frac{2\,d}{3}} \quad \Rightarrow \quad I_1 = \frac{I_2}{2}$$

$$I_2 = 2\,I_1 \quad \Rightarrow \quad I_2 = 2\times 5 = 10\ \mathrm{A}$$

b) En el punto P_2 los campos creados por ambos conductores tienen la misma dirección y el mismo sentido por tanto, el módulo será la suma de los módulos, la dirección perpendicular al papel y sentido hacia dentro del papel

$$B = B_1 + B_2 \quad \Rightarrow \quad B = \mu_0\,\frac{I_1}{2\pi \times 0{,}80} + \mu_0\,\frac{I_2}{2\pi \times 0{,}50} = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{I_1}{0{,}80} + \frac{I_2}{0{,}50}\right)$$

$$B = 2\times 10^{-7}\left(\frac{5}{0{,}80} + \frac{10}{0{,}50}\right) = 5{,}25\times 10^{-6}\ \mathrm{T}$$

16.- *Dos hilos conductores A y B, rectilíneos, indefinidos y paralelos se encuentran situados en el vacío separados entre si 25 cm y por ellos circulan, en sentidos opuestos, corrientes de intensidades 1 A y 2 A, respectivamente. Calcule;*
***a)** La fuerza magnética que experimenta 2 m del hilo A debida a la presencia del otro conductor, indicando su sentido.*
***b)** Los puntos del plano que contiene los hilos A y B donde el campo magnético creado por ambos hilos es nulo.*
***Datos:** Permeabilidad magnética del vacío $\mu_0 = 4\pi\times 10^{-7}\ \mathrm{N\cdot A^{-2}}$*

Solución

a) La fuerza magnética por unidad de longitud es

$$\frac{F}{l} = \mu_0 \frac{I_A \cdot I_B}{2\pi \cdot d} = 4\pi\times10^{-7} \frac{1\times 2}{2\pi \cdot 0{,}25} = 1{,}6\times10^{-6} \text{ N/m}$$

sobre 2 m de hilo

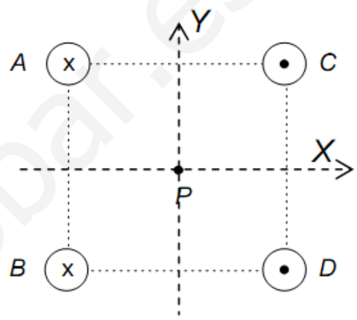
$$F = 2\times1{,}6\times10^{-6} = 3{,}2\times10^{-6} \text{ N (repulsiva)}$$

Como las corrientes son de sentido contrario, el campo magnético se anulará en algunas de las regiones no comprendidas entre ambos hilos. Concretamente, en la región mas alejada del hilo de mas intensidad B (en una recta paralela a ambos y a una distancia x del hilo A). Tomando origen en el hilo A, tenemos:

$$B_T = 0 \;\Rightarrow\; \frac{\mu_0\, I_A}{2\,\pi\, x} - \frac{\mu_0\, I_B}{2\,\pi\,(x+0{,}25)} = 0$$

$$x = 0{,}25 \text{ m del hilo A}$$

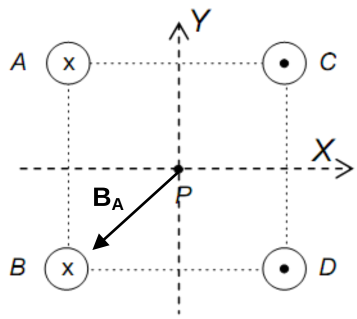
17*LE(S-15)*.- *Cuatro conductores muy largos y paralelos transportan intensidades de corriente iguales, de valor 5 A. La disposición de los conductores y sus sentidos de circulación de la corriente vienen indicados en la figura (A y B, con cruces, conducen la corriente hacia dentro del papel mientras que C y D, con puntos, lo hacen hacia fuera). El lado del cuadrado mide 0,2 m. Calcule:*
a) El vector campo magnético producido por el conductor A en el punto P, situado en el centro del cuadrado.
b) El vector campo magnético producido por los cuatro conductores en el centro del cuadrado.
Datos: *Permeabilidad magnética del vacío $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$ N·A^{-2}*



Solución

a) El módulo del campo magnético creado por el conductor A en el punto P es:

$$B_A = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot d}$$



Donde, $d = \sqrt{0{,}2^2 + 0{,}2^2} = 0{,}2\sqrt{2}$ m

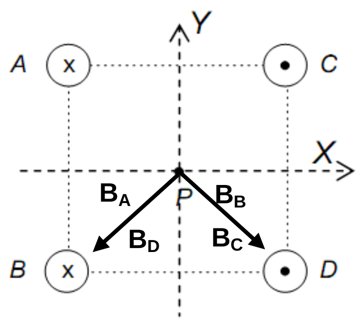
Sustituimos

$$B_A = \frac{4\pi\, 10^{-7} \times 5}{2\pi\, 0{,}2\sqrt{2}} = \frac{5\times10^{-6}}{\sqrt{2}} = 3{,}54\times10^{-6} \text{ T}$$

Las componentes del vector $\mathbf{B_A}$ en el sistema indicado serán:

$$\mathbf{B_A} = (-B_A \cos 45º\,,\, -B_A \sin 45º) = (-2{,}5\times10^{-6}\,,\, -2{,}5\times10^{-6}) \text{ T}$$

b) Los cuatro campos tienen el mismo módulo en el punto P. Los campos $\mathbf{B_A}$ y $\mathbf{B_D}$ tienen la misma dirección y sentido, lo mismo que los campos $\mathbf{B_B}$ y $\mathbf{B_C}$, por tanto



$$\mathbf{B_T} = \mathbf{B_A} + \mathbf{B_D} + \mathbf{B_B} + \mathbf{B_C} = 2\,\mathbf{B_A} + 2\,\mathbf{B_B}$$

Las componentes del vector $\mathbf{B_B}$ son: $\mathbf{B_B} = (2{,}5\times10^{-6}\,,\, -2{,}5\times10^{-6})$ T

La suma sale

$$\mathbf{B_T} = (0\,,\, -5\times10^{-6}) \text{ T}$$