



- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
  - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
  - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
  - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
  - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin el uso de la misma. Justifique las respuestas.

### OPCIÓN A

#### EJERCICIO 1

**(2.5 puntos)** Se quiere elaborar dos suplementos alimenticios UNAL y DOSAL con idea de completar la dieta de ciertos individuos. Cada comprimido de UNAL aporta 5 unidades de calcio, 5 de proteínas y 1 caloría y tiene un coste 0.6 euros, mientras que un comprimido de DOSAL aporta 2 unidades de calcio, 5 de proteínas y 3 calorías, siendo su coste de 1 euro. Sabiendo que los mínimos diarios requeridos son 10 unidades de calcio, 20 de proteínas y 6 calorías, encuentre la combinación de comprimidos de los dos suplementos que satisfacen las necesidades diarias con el menor coste.

#### EJERCICIO 2

Se considera la función  $f(x) = x - \frac{3x - 1}{x + 1}$ .

- a) **(1 punto)** Indique el dominio de  $f$  y calcule  $f'(x)$ .
- b) **(0.5 puntos)** Calcule la pendiente de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = \frac{2}{3}$ .
- c) **(1 punto)** Halle los puntos de la gráfica de  $f$  en los que la recta tangente a dicha gráfica es horizontal.

#### EJERCICIO 3

Para tratar cierta enfermedad, en un hospital se utilizan tres fármacos distintos, A, B y C, administrándose a cada enfermo un solo fármaco. El 30% de los pacientes es tratado con el fármaco A, el 50% es tratado con el B y el resto con el fármaco C. La probabilidad de que la enfermedad se cure con el fármaco A es de 0.6, de que se cure con el fármaco B es de 0.8 y de que se cure con el fármaco C es de 0.7. Se elige al azar un paciente de ese hospital con esa enfermedad.

- a) **(1.5 puntos)** Calcule la probabilidad de que el paciente se cure.
- b) **(1 punto)** Sabiendo que el paciente se ha curado, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido tratado con el fármaco A?

#### EJERCICIO 4

La producción en kilogramos por árbol de aguacates de una comarca sigue una distribución Normal de desviación típica 4 y media desconocida.

- a) **(1 punto)** Obtenga el tamaño muestral mínimo necesario para estimar la media poblacional con un error de estimación inferior a 2.1 kg y una confianza del 97%.
- b) **(1.5 puntos)** Se toma una muestra aleatoria de 9 árboles, cuyas producciones en kilogramos han sido:

15      120      50      40      5      46      52      48      10

Obtenga el intervalo de confianza al 97% para estimar la producción media de aguacates por árbol y calcule el error máximo de estimación.



- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
  - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
  - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
  - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
  - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin el uso de la misma. Justifique las respuestas.

### OPCIÓN B

#### EJERCICIO 1

Se consideran las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- a) **(1.5 puntos)** Justifique que la matriz  $A$  tiene inversa y calcule  $A^{-1}$ .
- b) **(1 punto)** Calcule, si existe, la matrix  $X$  que satisface la ecuación matricial  $A \cdot X = B$ .

#### EJERCICIO 2

Se considera la función  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ .

- a) **(0.75 puntos)** Estudie su monotonía y halle sus extremos relativos.
- b) **(0.75 puntos)** Determine los intervalos de concavidad y convexidad. Calcule su punto de inflexión.
- c) **(0.5 puntos)** Calcule la pendiente de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 0$ .
- d) **(0.5 puntos)** Calcule  $\int f(x) dx$ .

#### EJERCICIO 3

Sean  $A$  y  $B$  dos sucesos asociados a un experimento aleatorio tales que  $P(B) = 0.4$ ,  $P(A/B) = 0.25$  y  $P(A - B) = 0.4$ .

- a) **(0.5 puntos)** Calcule  $P(A \cap B)$ .
- b) **(1 punto)** Calcule  $P(A)$  y  $P(A \cup B)$ .
- c) **(1 punto)** ¿Son  $A$  y  $B$  independientes? ¿Son incompatibles?

#### EJERCICIO 4

En una muestra de 320 personas jubiladas elegidas al azar en un distrito de una ciudad, resultó que 96 de ellas realizaban alguna actividad física.

- a) **(1.5 puntos)** Construya un intervalo de confianza al 95 % para la proporción de personas jubiladas que realizan alguna actividad física en ese distrito.
- b) **(1 punto)** Suponiendo que se mantiene la misma proporción muestral, halle el tamaño mínimo de la muestra para que el error cometido sea inferior a 0.1 con un nivel de confianza del 98 %.