PROBLEMAS RESUELTOS

SELECTIVIDAD ANDALUCÍA

2019

FISICA

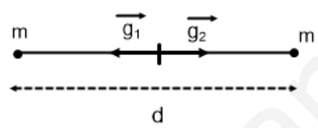
TEMA 1: CAMPO GRAVITATORIO

- Junio, Ejercicio 1, Opción A
- Junio, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 1, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 1, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 2, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 2, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 3, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 4, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 4, Ejercicio 1, Opción B
- Septiembre, Ejercicio 1, Opción A
- Septiembre, Ejercicio 1, Opción B

a) Razone si es verdadera o falsa la siguiente afirmación y justifique la respuesta: "Si en un punto del espacio la intensidad del campo gravitatorio creado por varias masas es nulo, también lo será el potencial gravitatorio".
b) Dos cuerpos, de 10 kg de masa, se encuentran en dos de los vértices de un triángulo equilátero, de 0'5 m de lado. (i) Calcule el campo gravitatorio que estas dos masas generan en el tercer vértice del triángulo. (ii) Calcule el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria de las dos masas para traer otro cuerpo de 10 kg desde el infinito hasta el tercer vértice del triángulo.
$\mathbf{G = 6'67 \cdot 10^{-11}\, N m^2 kg^{-2}}$
FISICA. 2019. JUNIO. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I O N

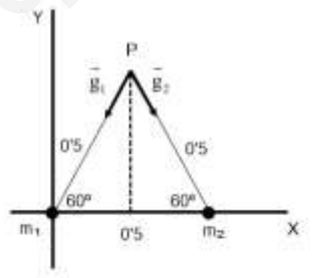
a) Falsa. Supongamos dos masas idénticas, en el punto medio del segmento que las une, el campo gravitatorio es nulo, pero el potencial gravitatorio no vale cero.



Aplicamos el principio de superposición:

$$V_g = V_{g1} + V_{g2} = -G\frac{M}{R} - G\frac{M}{R} = -G\frac{M}{\frac{d}{2}} - G\frac{M}{\frac{d}{2}} = -4G\frac{M}{d} \neq 0$$

b)



(i) Aplicamos el principio de superposición: $\vec{g}(P) = \vec{g_1}(P) + \vec{g_2}(P)$

$$\left|\vec{g_1}(P)\right| = \left|\vec{g_2}(P)\right| = G\frac{M}{R^2} = 6'67 \cdot 10^{-11}\frac{10}{0'5^2} = 2'67 \cdot 10^{-9}\ m \cdot s^{-2}$$

$$\left|\vec{g}(P)\right| = 2'67 \cdot 10^{-9} \cdot \cos 30^{o} \cdot 2 = 4'62 \cdot 10^{-9}\ m \cdot s^{-2} \Rightarrow \vec{g}(P) = -4'62 \cdot 10^{-9}\ \vec{j}\ m \cdot s^{-2}$$

(ii) $W_{\infty \to P}(F_g) = -\left[E_{pg}(P) - \cancel{E_{pg}(\infty)}\right]$

Como: $r_1 = r_2 = 0'5$ y $m = m_1 = m_2 = 10$, entonces:

$$E_{pg}(P) = E_{pg1}(P) + E_{pg2}(P) = -G\frac{m_1 \cdot m}{r_1} - G\frac{m_2 \cdot m}{r_2} = -2G\frac{10^2}{0'5} = -2'67 \cdot 10^{-8}\ J \Rightarrow W(F_g) = 2'67 \cdot 10^{-8}\ J$$

a) Una partícula que se encuentra en reposo empieza a moverse por la acción de una fuerza conservativa. (i) ¿Cómo se modifica su energía mecánica?. (ii) ¿Y su energía potencial?. Justifique las respuestas.
b) Se quiere hacer subir un objeto de 100 kg una altura de 20 m. Para ello se usa una rampa que forma un ángulo de 30º con la horizontal. Determine: (i) El trabajo necesario para subir el objeto si no hay rozamiento. (ii) El trabajo necesario para subir el objeto si el coeficiente de rozamiento es 0’2.
$\mathbf{g = 9'8\ m \cdot s^{-2}}$
FISICA. 2019. JUNIO. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I O N

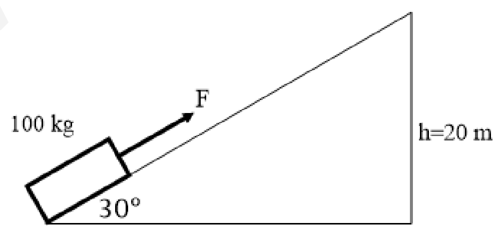
a) (i) Si no hay fuerzas no conservativas actuando, la energía mecánica se conserva debido al Principio de conservación de la energía mecánica.
Si hay alguna fuerza no conservativa actuando, la energía mecánica disminuye debido al trabajo de la fuerza no conservativa.

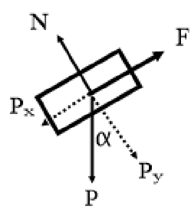
Ejemplo: Soltamos una partícula desde una altura.
Sin rozamiento, la energía mecánica se conserva porque la energía potencial gravitatoria se transforma en energía cinética.
Con rozamiento, la energía mecánica va disminuyendo porque el trabajo del rozamiento es negativo y disipa energía en calor.

(ii) La energía potencial disminuye al moverse la partícula ya que el trabajo de la fuerza conservativa es positivo.

$$W_{A\to B}(F) = -\left[E_p(B) - E_p(A)\right] > 0 \Rightarrow E_p(B) - E_p(A) < 0 \Rightarrow E_p(B) < E_p(A)$$

b)(i)





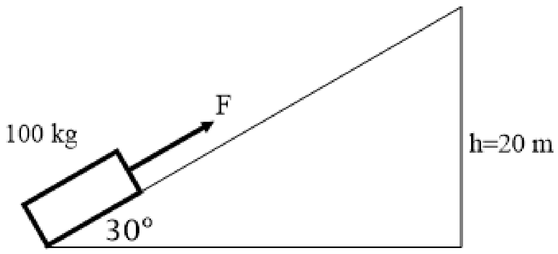
Si se sube el cuerpo con velocidad constante, según la 1ª Ley de Newton $\Rightarrow \sum \vec{F} = 0$

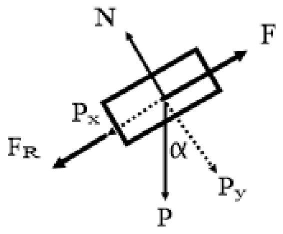
$$F = P \cdot \text{sen}\, 30^\circ = 100 \cdot 9'8 \cdot 0'5 = 490\ \text{N}$$

$$N = P \cdot \cos\alpha = 100 \cdot 9'8 \cdot \cos 30^\circ = 848'7\ \text{N}$$

El trabajo realizado es: $W(F) = F \cdot e \cdot \cos 0^\circ = 490 \cdot \dfrac{20}{\text{sen}\, 30^\circ} \cdot 1 = 19.600\ \text{Julios}$

(ii)



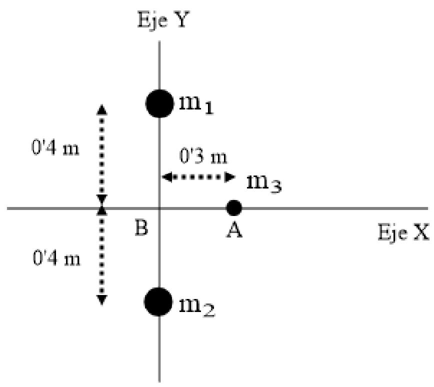


$$F = P \cdot \text{sen}\,30^{\circ} + F_R = 100 \cdot 9'8 \cdot 0'5 + \mu \cdot N = 490 + 0'2 \cdot 100 \cdot 9'8 \cdot \cos 30^{\circ} = 659'74 \ \text{N}$$
$$N = P \cdot \cos\alpha = 100 \cdot 9'8 \cdot \cos 30^{\circ} = 848'7 \ \text{N}$$

El trabajo realizado es:

$$W(F) = F \cdot e \cdot \cos 0^{\circ} = 659'74 \cdot \frac{20}{\text{sen}\,30^{\circ}} \cdot 1 = 26.389'64 \ \text{Julios}$$

a) Razone las respuestas a las siguientes cuestiones: ¿Puede ser negativo el trabajo realizado por una fuerza gravitatoria?, ¿puede ser negativa la energía potencial gravitatoria?
b) Dos masas $m_1 = 200$ Kg y $m_2 = 100$ Kg se encuentran dispuestas en el eje Y, como se indica en la figura.

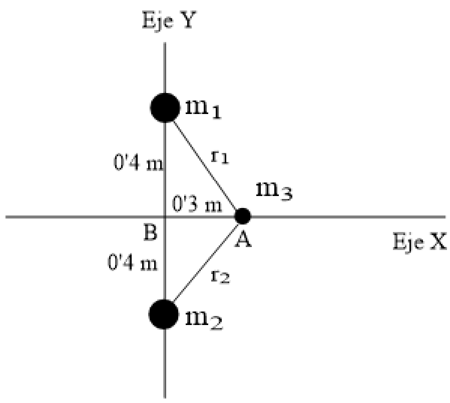


Determine, justificando su respuesta, el trabajo necesario para desplazar una pequeña masa $m_3 = 0'1$ Kg, situada sobre el eje X, desde A hasta B. Comente el signo de dicho trabajo.
$G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N m^2 kg^{-2}$
FISICA. 2019. RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I O N

a) El trabajo realizado por una fuerza gravitatoria puede ser negativo, basta con que el ángulo de la fuerza gravitatoria con el vector desplazamiento sea mayor de 90º. Poe ejemplo, en un tiro vertical, la fuerza gravitatoria es hacia abajo y el desplazamiento es hacia arriba. El trabajo del peso es negativo.
La energía potencial gravitatoria puede ser negativa. Por ejemplo, si tomamos el suelo como energía potencial gravitatoria cero, en el sótano tenemos energía potencial gravitatoria negativa.

b)



$$r_1 = r_2 = \sqrt{0'3^2 + 0'4^2} = 0'5$$

$$E_{pg}(A) = E_{pg1}(A) + E_{pg2}(A) = -G\frac{m_1 \cdot m}{r_1} - G\frac{m_2 \cdot m}{r_2} = -6'67\cdot 10^{-11}\frac{200\cdot 0'1}{0'5} - 6'67\cdot 10^{\quad 11}\frac{100 \quad 0'1}{0'5} =$$

$$= -2'668\cdot 10^{-9} - 1'334\cdot 10^{-9} = -4\cdot 10^{-9} \text{ Julios}$$

$$E_{pg}(B) = E_{pg1}(B) + E_{pg2}(B) = -G\frac{m_1 \cdot m}{r^*_1} - G\frac{m_2 \cdot m}{r^*_2} = -6'67\cdot 10^{-11}\frac{200\cdot 0'1}{0'4} - 6'67\cdot 10^{\quad 11}\frac{100 \quad 0'1}{0'4} =$$

$$= -3'335\cdot 10^{-9} - 1'668\cdot 10^{-9} = -5\cdot 10^{-9} \text{ Julios}$$

$$W_{A\to P} = -\left[E_{pg}(B) - E_{pg}(A)\right] = -\left[-5\cdot 10^{-9} + 4\cdot 10^{-9}\right] = 1\cdot 10^{-9} \text{ Julios}$$

El signo del trabajo es positivo porque las fuerzas gravitatorias hacen el trabajo de forma espontánea para trasladar la masa m_3 desde A hasta B.

a) Tenemos una fuerza no conservativa actuando sobre una partícula de masa m que está en un campo gravitatorio. i) ¿Existe alguna relación entre el trabajo realizado por la fuerza no conservativa y la energía mecánica de la masa? ii) ¿Y entre el trabajo total de las fuerzas y la energía cinética? Justifique las respuestas.
b) Por un plano inclinado que forma un ángulo de 30º con la horizontal se lanza hacia arriba un bloque de 10 kg con una velocidad inicial de $5\ m \cdot s^{-1}$. El coeficiente de rozamiento entre el plano y el bloque es 0,1. A partir del balance de energías, determine: i) La altura máxima que alcanzará en su ascenso. ii) La velocidad al regresar al punto de partida.
$\mathbf{g = 10\ m \cdot s^{-2}}$
FISICA. 2019. RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I O N

a) (i) Haciendo un balance de energías, tenemos:

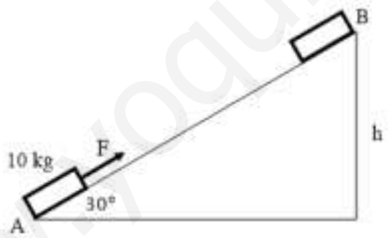
$$E_m(A) = E_m(B) + \left| W(F_{\text{no conservativa}}) \right| \Rightarrow \left| W(F_{\text{no conservativa}}) \right| = E_m(A) - E_m(B)$$

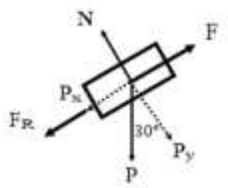
Esto significa que la pérdida de energía mecánica de la masa m es igual al trabajo de la fuerza no conservativa.

(ii) Haciendo uso del teorema de la energía cinética, el trabajo de las fuerzas que actúan sobre m es igual a la variación de energía cinética que sufre m.

$$\left| W(F_{\text{resultante}}) \right| = E_c(\text{final}) - E_c(\text{inicial})$$

b)





(i) $\text{sen}\, 30º = \dfrac{h}{\overline{AB}} \Rightarrow \overline{AB} = \dfrac{h}{\text{sen}\, 30º} = 2h$; $F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot P \cdot \cos 30º = 0'1 \cdot 10 \cdot 9'8 \cdot \cos 30º = 8'49\ N$

Hacemos un balance de energía entre A y B

$$E_m(A) = E_m(B) + \left| W_{AB}(f_{roz}) \right| \Rightarrow E_c(A) = E_{pg}(B) + \left| W_{AB}(f_{roz}) \right| \Rightarrow \frac{1}{2} m v_A^{\ 2} = mgh + F_{roz} \cdot \overline{AB} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} 10 \cdot 5^2 = 10 \cdot 9'8 \cdot h + 8'49 \cdot 2h \Rightarrow 125 = 98h + 16'98h \Rightarrow h = \frac{125}{114'98} = 1'087\ m$$

(ii) Hacemos un balance de energía entre B y A

$$E_{pg}(B) = E_c(A) + \left| W_{AB}(f_{roz}) \right| \Rightarrow mgh = \frac{1}{2} m v_A^{\ 2} + F_{roz} \cdot \overline{AB} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10 \cdot 9'8 \cdot 1'087 = \frac{1}{2} 10 \cdot v_A^2 + 8'49 \cdot 2 \cdot 1'087 \Rightarrow 106'526 = 5 \cdot v_A^2 + 18'457 \Rightarrow v_A = 4'2\ m/s$$

a) Conteste razonadamente a las siguientes preguntas: i) Una partícula se desplaza bajo la acción de una fuerza. ¿Puede asegurarse que esta fuerza realiza trabajo? ii) Una partícula, inicialmente en reposo, se desplaza bajo la acción de una fuerza conservativa. ¿Aumenta o disminuye su energía potencial? ¿Y la energía cinética?
b) Un objeto de 3 kg, inicialmente en reposo, asciende por un plano inclinado de 30º respecto a la horizontal por la acción de una fuerza paralela al plano de 200 N. El coeficiente de rozamiento entre el objeto y el plano es de 0,2. Calcule: i) El trabajo que realiza la fuerza cuando recorre 5 m a lo largo del plano inclinado. ii) La velocidad que alcanza al final del trayecto usando consideraciones energéticas.
$\mathbf{g = 10\ m \cdot s^{-2}}$
FISICA. 2019. RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I O N

a) (i) No puede asegurarse que realiza trabajo. Por ejemplo, la fuerza gravitatoria sobre un cuerpo en órbita no realiza trabajo, ya que el cuerpo se mueve sobre una superficie equipotencial.

(ii) Mediante el principio de conservación de la energía mecánica

$$E_m(\text{inicial}) = E_m(\text{final}) \Rightarrow E_{pi} + E_{ci} = E_{pf} + E_{cf} \Rightarrow E_{pi} - E_{pf} = E_{cf}$$

La energía potencial disminuye y aumenta la energía cinética.
Ejemplo: Un cuerpo baja por un plano inclinado debido al peso. La E_{pg} disminuye y la E_c aumenta.

b)

(i) $W(F) = F \cdot e \cdot \cos 0º = 200 \cdot 5 \cdot 1 = 1000$ Julios

(ii) Usamos el teorema de la energía cinética: $W(F_{resultante}) = \Delta E_c$

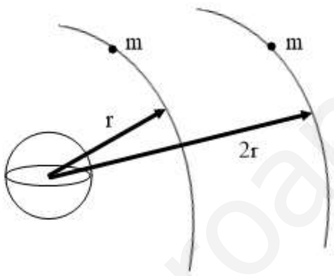
$$\left.\begin{array}{l} P_x = P \operatorname{sen} 30º = 3 \cdot 9'8 \cdot \operatorname{sen} 30º = 14'7\ N \\ P_y = P \cos 30º = 3 \cdot 9'8 \cdot \cos 30º = 25'46\ N \\ F_{roz} = \mu \cdot N = \mu \cdot P_y = 5'09\ N \end{array}\right\} \Rightarrow F_{resultante} = F - F_{roz} - P_x = 200 - 5'09 - 14'7 = 180'21\ N$$

$$\left.\begin{array}{l} W(F_{resultante}) = F_R \cdot e = 180'21 \cdot 5 = 901'05 \\ \Delta E_c = E_{cf} - E_{ci} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot v_f^2 + 0 \end{array}\right\} \Rightarrow W(F_{resultante}) = \Delta E_c \Rightarrow 901'05 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot v_f^2 \Rightarrow v_f = 24'51\ m/s$$

a) Considere dos satélites de masas iguales en órbitas circulares alrededor de la Tierra. Uno de ellos gira en una órbita de radio r y el otro en una órbita de radio 2r. Conteste razonadamente a las siguientes preguntas: i) ¿Cuál de los dos se desplaza con mayor velocidad? ii) ¿Cuál de los dos tiene mayor energía potencial?
b) Un satélite de 500 kg se pone a orbitar en torno a un planeta, a una distancia de 24000 km de su centro y con un periodo de 31 horas terrestres. i) Calcule la masa del planeta. ii) Si se traslada el satélite a una órbita de radio 10000 km, calcule la variación de energía cinética entre ambas órbitas.
$\mathbf{G = 6'67 \cdot 10^{-11}\, N m^2 kg^{-2}}$
FISICA. 2019. RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I O N

a)



(i) $v_{orbital} = \sqrt{G\dfrac{M_T}{R}}$

Si R aumenta, el cociente disminuye, luego v disminuye. Es decir, se desplaza con más velocidad el satélite cuya órbita tenga menor radio.
Otra forma de verlo es que el satélite más cercano a la Tierra tiene que tener más velocidad orbital para evitar caer a la Tierra.

(ii) $E_{pg} = -G\dfrac{M_T \cdot m}{R}$

Si R aumenta, el cociente disminuye, pero como es un valor negativo entonces E_{pg} aumenta. Luego el satélite más alejado de la Tierra tiene más E_{pg}.

b) (i) $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{2\pi R}{v} \Rightarrow v = \dfrac{2\pi R}{T} = \dfrac{2\pi \cdot 24.000.000}{31 \cdot 3.600} = 1.351'22 \text{ m/s}$

$$v = 1.351'22 = \sqrt{G\frac{M_p}{R}} = \sqrt{6'67 \cdot 10^{-11}\frac{M_p}{24.000.000}} \Rightarrow M_p = 6'57 \cdot 10^{23} \text{ Kg}$$

(ii)

$$\Delta E_c = E_c(B) - E_c(A) = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mG\frac{M_p}{R_2} - \frac{1}{2}mG\frac{M_p}{R_1} =$$

$$= \frac{1}{2}500 \cdot 6'67 \cdot 10^{-11}\frac{6'57 \cdot 10^{23}}{10.000.000} - \frac{1}{2}500 \cdot 6'67 \cdot 10^{-11}\frac{6'57 \cdot 10^{23}}{24.000.000} = 6'39 \cdot 10^{8} \text{ Julios}$$

a) Conteste razonadamente: ¿Puede ser negativa la energía cinética de una partícula? ¿Y la energía potencial? En caso afirmativo, explique el significado físico del signo. ¿Se cumple siempre que el aumento de energía cinética es igual a la disminución de energía potencial?.
b) Por un plano inclinado 30º respecto a la horizontal asciende, con velocidad constante, un bloque de 100 kg por acción de una fuerza paralela a dicho plano. Se sabe que el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es 0,2. i) Determine el aumento de energía potencial del bloque en un desplazamiento de 20 m. ii) Dibuje en un esquema las fuerzas que actúan sobre el bloque y calcule el trabajo realizado por la fuerza paralela en ese desplazamiento.
$\mathbf{g = 10\ m \cdot s^{-2}}$
FISICA. 2019. RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I O N

a) La energía cinética de una partícula no puede ser negativa ya que $E_c = \frac{1}{2}mv^2$, en donde m no puede ser negativa y v al estar elevado al cuadrado siempre sale positivo.

La energía potencial puede ser negativa ya que depende del sistema de referencia elegido. Por ejemplo, si tomo como energía potencial 0 el suelo, un objeto que está en un sótano tiene energía potencial gravitatoria negativa. El signo negativo indica que estoy por debajo del origen de energía potencial, es decir, que el trabajo de la fuerza gravitatoria para subir el cuerpo desde el sótano hasta el suelo es negativo.

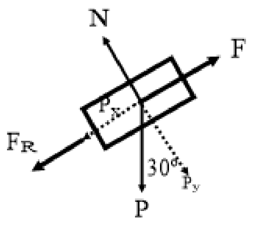
No siempre se cumple que el aumento de energía cinética es igual a la disminución de energía potencial. Cuando hay fuerzas no conservativas, no se cumple el principio de conservación de la energía mecánica, es decir, $\Delta E_c \neq \Delta E_p$.

b)

(i) $\text{sen}\,30º = \frac{h}{20} \Rightarrow h = 20 \cdot \text{sen}\,30º = 10\ \text{m}$

$$\Delta E_p = E_{pf} - E_{pi} = mg\Delta h = 100 \cdot 9'8 \cdot 10 = 9800\ \text{Julios}$$

(ii) Como la velocidad es constante $\Rightarrow F_{resultante} = F - F_{roz} - P_x = 0$



$$\left.\begin{aligned} P_x &= P\,\text{sen}\,30º = 100 \cdot 9'8 \cdot \text{sen}\,30º = 490\ \text{N} \\ P_y &= P\cos 30º = 100 \cdot 9'8 \cdot \cos 30º = 848'7\ \text{N} \\ F_{roz} &= \mu \cdot N = \mu \cdot P_y = 0'2 \cdot 848'7 = 169'74\ \text{N} \end{aligned}\right\} \Rightarrow F - F_{roz} - P_x = 0 \Rightarrow F = 169'74 + 490 = 659'74\ \text{N}$$

$$W(F) = F \cdot e \cdot \cos 0º = 659'74 \cdot 20 \cdot 1 = 13194'82\ \text{Julios}$$

a) Un satélite artificial describe una órbita circular alrededor de la Tierra. La velocidad de escape desde esa órbita es la mitad que la velocidad de escape desde la superficie terrestre. ¿A qué altura se encuentra el satélite? b) En un planeta esférico de radio 2200 km, la aceleración de la gravedad en la superficie es $g_0 = 5'2\ m \cdot s^{-2}$.i) Determine la masa del planeta. ii) Calcule la velocidad de escape desde su superficie.

$\mathbf{G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N m^2 kg^{-2}}$

FISICA. 2019. RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I O N

a)

$$v_{escape} = \frac{1}{2} v_{escape\ Tierra} \Rightarrow \sqrt{2G\frac{M_T}{R}} = \frac{1}{2}\sqrt{2G\frac{M_T}{R_T}} \Rightarrow 2G\frac{M_T}{R} = \frac{1}{4} 2G\frac{M_T}{R_T} \Rightarrow R = 4R_T \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_T + h = 4R_T \Rightarrow h = 3R_T$$

b)

(i) $$g = G\frac{M_p}{R_p^2} \Rightarrow 5'2 = 6'67 \cdot 10^{-11} \frac{M_p}{(2.200.000)^2} \Rightarrow M_p = 3'77 \cdot 10^{23}\ Kg$$

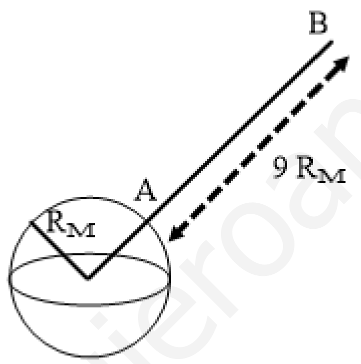
(ii)

$$v_{escape} = \sqrt{2G\frac{M_p}{R_p}} = \sqrt{2 \cdot 6'67 \cdot 10^{-11} \frac{3'77 \cdot 10^{23}}{2.200.000}} = 4.781'2\ m/s$$

a) Determine cuánto varía la masa, el peso y la energía potencial de un cuerpo cuando pasa de estar en la superficie marciana a elevarse sobre la superficie a una altura igual a nueve veces el radio de Marte.
b) Se coloca una masa de 3 kg en el punto $(3,0)$ m y otra masa de 5 kg en el punto $(0,1)$ m.
(i) Calcule el campo gravitatorio en el origen de coordenadas. (ii) Calcule el trabajo necesario para llevar la masa de 3 kg desde donde se encontraba inicialmente hasta el punto $(-3,0)$ m.
$G = 6'67\cdot 10^{-11}\ Nm^2 kg^{-2}$
FISICA. 2019. RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I O N

a)



- La masa no varía, permanece constante, esté a la altura que esté.

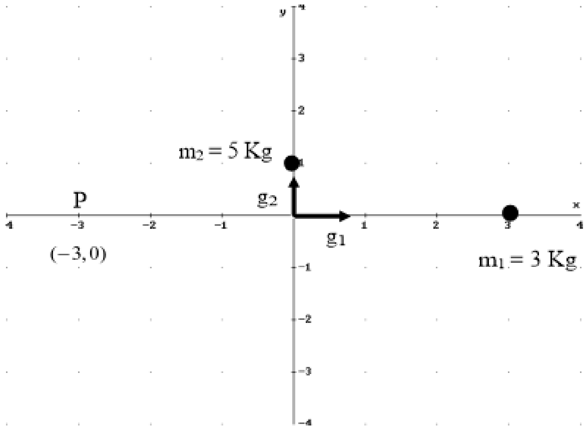
- El peso en B es 100 veces menor que en A, ya que:

$$\left.\begin{array}{l} Peso(A) = mg_M(A) = G\dfrac{M_M\cdot m}{R_M^2} \\ Peso(B) = mg_M(B) = G\dfrac{M_M\cdot m}{(10R_M)^2} \end{array}\right\} \Rightarrow Peso(B) = G\dfrac{M_M\cdot m}{(10R_M)^2} = \dfrac{Peso(A)}{100}$$

- La energía potencial gravitatoria va a aumentar ya que son números negativos.

$$\left.\begin{array}{l} E_{pg}(A) = -G\dfrac{M_M\cdot m}{R_M} \\ E_{pg}(B) = -G\dfrac{M_M\cdot m}{10R_M} \end{array}\right\} \Rightarrow E_{pg}(B) = -G\dfrac{M_M\cdot m}{10R_M} = \dfrac{E_{pg}(A)}{10}$$

b)



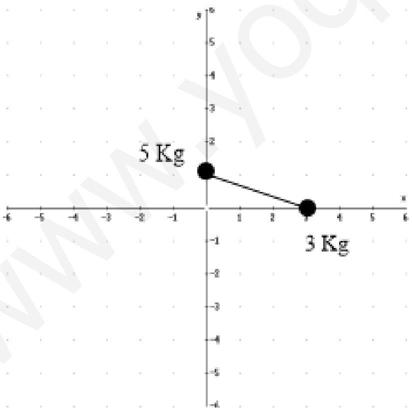
(i)

$$\left|\vec{g}_{masa\,1}(O)\right| = G\,\frac{m_1}{r_1^2} = 6'67\cdot 10^{-11}\,\frac{3}{3^2} = 2'22\cdot 10^{-11}$$

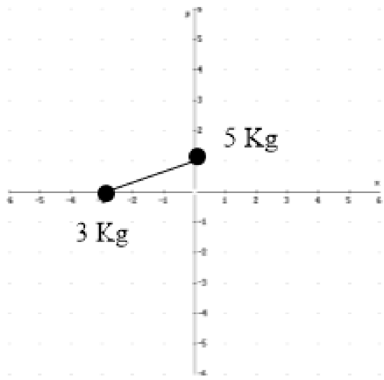
$$\left|\vec{g}_{masa\,2}(O)\right| = G\,\frac{m_2}{r_2^2} = 6'67\cdot 10^{-11}\,\frac{5}{1^2} = 3'34\cdot 10^{-10}$$

Principio de superposición: $\vec{g}(O) = \vec{g}_{masa\,1}(O) + \vec{g}_{masa\,2}(O) = 2'22\cdot 10^{-11}\,\vec{i} + 3'34\cdot 10^{-10}\,\vec{j}$

(ii) Este campo es conservativo, luego, el trabajo no depende de la trayectoria seguida, sino de los valores de la energía potencial en los puntos inicial y final del recorrido.



Configuración A



Configuración B

El trabajo es cero, ya que las dos configuraciones tienen la misma energía potencial. Esto es debido a que estamos moviendo la masa de 3 Kg en una superficie equipotencial del campo producido por la masa de 5 Kg.

a) Dos cuerpos de masas m y 2m se encuentran en una misma órbita circular alrededor de la Tierra. Deduzca la relación entre: i) Las velocidades orbitales de los cuerpos. ii) Las energías totales en las órbitas.
b) Una nave espacial se encuentra en una órbita circular a 2000 km de altura sobre la superficie terrestre. i) Calcule el periodo y la velocidad de la nave. ii) ¿Qué energía se necesita comunicar a la nave para que pase a orbitar a 5200 km de altura sobre la sobre la superficie de la Tierra si su masa es de 55000 kg?
$\mathbf{G = 6'67\cdot 10^{-11}\,Nm^2kg^{-2}\ ;\ M_T = 5'98\cdot 10^{24}\ kg\ ;\ R_T = 6370\ km}$

FISICA. 2019. RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I O N

a) i) La velocidad orbital no depende de la masa de los cuerpos $\Rightarrow \dfrac{v_{orbital\,1}}{v_{orbital\,2}} = 1$

(ii) $E_{Total} = E_{mecánica} = -\dfrac{1}{2}G\dfrac{M_T\cdot m}{R}$

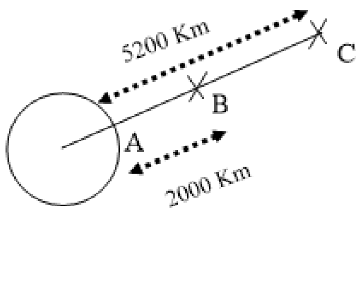
$$\left.\begin{aligned} E_{m1} &= -\frac{1}{2}G\frac{M_T\cdot m}{R} \\ E_{m2} &= -\frac{1}{2}G\frac{M_T\cdot 2m}{R} = 2\cdot E_{m1} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{E_{m2}}{E_{m1}} = 2$$

b) (i)

$$v_{orbital} = \sqrt{G\frac{M_T}{R}} = \sqrt{6'67\cdot 10^{-11}\frac{5'98\cdot 10^{24}}{6.370.000+2.000.000}} = 6.903'2\ m/s$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi\cdot 8.370.000}{6.903'2} = 7.618'2\ s \simeq 2'12\ horas$$

(ii)



Energía a comunicar

$$E_m(C) - E_m(B) = -\frac{1}{2}G\frac{M_T\cdot m}{R_C} + \frac{1}{2}G\frac{M_T\cdot m}{R_B} = \frac{1}{2}GM_T\cdot m\left(-\frac{1}{R_C}+\frac{1}{R_B}\right) =$$

$$= \frac{1}{2}6'67\cdot 10^{-11}\cdot 5'98\cdot 10^{24}\cdot 55000\left(-\frac{1}{11570000}+\frac{1}{8370000}\right) = 3'625\cdot 10^{11}\ \text{Julios}$$

a) Conteste razonadamente: i) ¿Puede asociarse una energía potencial a una fuerza de rozamiento?. ii) ¿Qué tiene más sentido físico, la energía potencial en un punto o la variación de energía potencial entre dos puntos?.
b) Se quiere subir un objeto de 1000 kg a una altura de 40 m usando una rampa que presenta un coeficiente de rozamiento con el objeto de 0'3. Calcule: i) El trabajo necesario para ello si la rampa forma un ángulo de 10º con la horizontal. ii) El trabajo necesario si la rampa forma un ángulo de 20º. Justifique la diferencia encontrada en ambos casos.
$\mathbf{g = 9'8\ m \cdot s^{-2}}$
FISICA. 2019. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

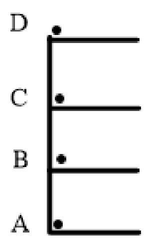
R E S O L U C I O N

a) i) No puede asociarse una energía potencial a una fuerza de rozamiento, ya que esta fuerza no es conservativa, es decir, el trabajo de la fuerza de rozamiento depende de la trayectoria, por lo que no se cumple que: $W(F_{roz}) = -\Delta E_p$.

Ejemplo: Si se mueve un cuerpo arrastrándolo por un suelo entre dos puntos A y B, el trabajo de la fuerza de rozamiento no vale igual si lo llevo en línea recta que si lo llevo por otro camino. Con lo cual no podemos asociar una energía potencial a una fuerza de rozamiento.

ii) Tiene más sentido físico la variación de energía potencial entre dos puntos, ya que siempre vale lo mismo, independientemente del sistema de referencia que se elija. Mientras que la energía potencial en un punto no es siempre la misma ya que depende del sistema de referencia elegido.

Ejemplo: Supongamos una masa m en la azotea de un bloque de pisos de 3 m de altura cada piso.



$E_{pg}(D) = 0$ si tomo la referencia de altura en D

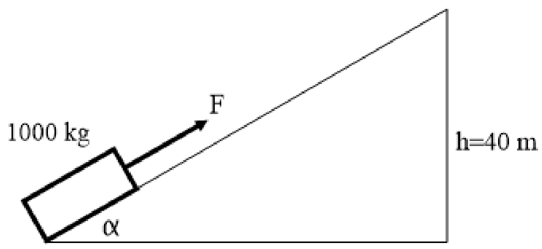
$E_{pg}(D) = mgh = 3mg$ si tomo la referencia de altura en C

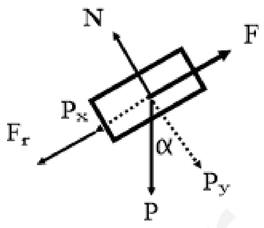
$E_{pg}(D) = mgh = 6mg$ si tomo la referencia de altura en B

$E_{pg}(D) = mgh = 9mg$ si tomo la referencia de altura en A

Sin embargo, la diferencia de potencial gravitatoria vale siempre lo mismo:

$$\text{Sistema de referencia en C: } E_{pg}(D) - E_{pg}(C) = 3mg - 0 = 3mg$$
$$\text{Sistema de referencia en B: } E_{pg}(D) - E_{pg}(C) = 6mg - 3mg = 3mg$$
$$\text{Sistema de referencia en A: } E_{pg}(D) - E_{pg}(C) = 9mg - 6mg = 3mg$$





i)

$$P = m \cdot g = 1000 \cdot 9'8 = 9800 \text{ N}$$
$$P_x = P \cdot \text{sen}\,\alpha = 9800 \cdot \text{sen}\,10^o = 1.701'75 \text{ N}$$
$$P_y = P \cdot \cos\alpha = 9800 \cdot \cos 10^o = 9.651'12 \text{ N}$$
$$F_{roz} = \mu \cdot N = \mu \cdot P_y = 0'3 \cdot 9.651'12 = 2.895'34 \text{ N}$$
$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow F - F_{roz} - P_x = 0 \Rightarrow F = 2.895'34 + 1.701'75 = 4.597'09 \text{ N}$$

El trabajo realizado es:

$$W(F) = F \cdot e \cdot \cos 0^o = 4.597'09 \cdot \frac{h}{\text{sen}\,\alpha} = 4.597'09 \cdot \frac{40}{\text{sen}\,10^o} = 1.058.943'45 \text{ Julios}$$

ii)

$$P = m \cdot g = 1000 \cdot 9'8 = 9800 \text{ N}$$
$$P_x = P \cdot \text{sen}\,\alpha = 9800 \cdot \text{sen}\,20^o = 3.351'8 \text{ N}$$
$$P_y = P \cdot \cos\alpha = 9800 \cdot \cos 20^o = 9.208'99 \text{ N}$$
$$F_{roz} = \mu \cdot N = \mu \cdot P_y = 0'3 \cdot 9.208'99 = 2.762'7 \text{ N}$$
$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow F - F_{roz} - P_x = 0 \Rightarrow F = 2.762'7 + 3.351'8 = 6.114'5 \text{ N}$$

El trabajo realizado es:

$$W(F) = F \cdot e \cdot \cos 0^o = 6.114'5 \cdot \frac{h}{\text{sen}\,\alpha} = 6.114'5 \cdot \frac{40}{\text{sen}\,20^o} = 715.104'08 \text{ Julios}$$

Hay diferencia entre los dos casos. Aunque en el 2º caso la fuerza es mayor que en el 1º, resulta que la distancia a recorrer en el 2º caso es casi la mitad de la distancia en el primer caso, lo cual hace que el trabajo en el 2º caso sea menor que en el 1º.

a) i) Defina velocidad orbital y deduzca su expresión para un satélite en órbita circular en torno a la Tierra. ii) ¿Qué relación existe entre las velocidades de escape de un cuerpo si cambia su altura sobre la superficie terrestre de $2R_T$ a $3R_T$?.

b) El satélite Astra 2C, empleado para emitir señales de televisión, es un satélite en órbita circular geoestacionaria. Calcule: i) La altura a la que orbita respecto de la superficie de la Tierra y su velocidad. ii) La energía invertida para llevar el satélite desde la superficie de la Tierra hasta la altura de su órbita.

$\mathbf{G = 6'67\cdot 10^{-11}\, N m^2 kg^{-2}\ ;\ M_T = 5'98\cdot 10^{24}\ kg\ ;\ R_T = 6370\ km\ ;\ m_{satélite} = 4500\ kg}$

FISICA. 2019. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I O N

a) i) La velocidad orbital es la velocidad que lleva un cuerpo en una órbita determinada.

Usamos la 2ª Ley de Newton aplicada al satélite:

$$\sum \vec{F} = m\cdot\vec{a} \Rightarrow F_g = m\cdot a_n \Rightarrow G\frac{M_T\cdot m}{R^2} = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow v_{orbital} = \sqrt{G\frac{M_T}{R}} = \sqrt{G\frac{M_T}{R_T+h}}$$

ii) Sabemos que: $v_{escape} = \sqrt{2\,G\frac{M_T}{R}}$, luego: $\dfrac{v_{escape}\ a\ 2R_T}{v_{escape}\ a\ 3R_T} = \dfrac{\sqrt{2\,G\frac{M_T}{2R_T}}}{\sqrt{2\,G\frac{M_T}{3R_T}}} = \sqrt{\dfrac{3}{2}}$

b)(i) Órbita geoestacionaria $\Rightarrow \omega_{satélite} = \omega_{Tierra} = \dfrac{1\ vuelta}{24\ horas} = \dfrac{2\pi\ rad}{24\cdot 3600\ s}$

2ª Ley de Newton $\Rightarrow v_{orbital} = \sqrt{G\frac{M_T}{R}}$

Sabemos que:

$$v = \omega\cdot R \Rightarrow \omega\cdot R = \sqrt{G\frac{M_T}{R}} \Rightarrow \omega^2\cdot R^2 = G\frac{M_T}{R} \Rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{G\cdot M_T}{\omega^2}} = \sqrt[3]{\frac{6'67\cdot 10^{-11}\cdot 5'98\cdot 20^{24}}{\left(\frac{2\pi}{24\cdot 3600}\right)^2}} = 42250'47\ km$$

y como: $R = R_T + h \Rightarrow h = R - R_T = 42.250'47 - 6.370 = 35.880'47\ km$

(ii) Por el principio de conservación de la energía mecánica:

$$E_m(A) = E_m(B) \Rightarrow E_c(A) + E_{pg}(A) = E_c(B) + E_{pg}(B) \Rightarrow E_c(A) = E_c(B) + E_{pg}(B) - E_{pg}(A) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_c(A) = \frac{1}{2}m\cdot G\frac{M_T}{R} - G\frac{M_T m}{R} + G\frac{M_T m}{R_T} = G\cdot M_T\cdot m\cdot\left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{2R}\right) =$$

$$= 6'67\cdot 10^{-11}\cdot 5'98\cdot 10^{24}\cdot 4500\cdot\left(\frac{1}{6370000} - \frac{1}{2\cdot 42250470}\right) = 2'6\cdot 10^{11}\ Julios$$