

FISICA

TEMA 1: CAMPO GRAVITATORIO

- Junio, Ejercicio 1, Opción A
- Junio, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 1, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 1, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 2, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 2, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 3, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 4, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 4, Ejercicio 1, Opción B
- Septiembre, Ejercicio 1, Opción A
- Septiembre, Ejercicio 1, Opción B

a) Si la masa y el radio de la Tierra se duplican, razone si las siguientes afirmaciones son correctas: (i) el periodo orbital de la Luna se duplica. (ii) su velocidad orbital permanece constante.

b) La masa de Marte es aproximadamente la décima parte de la masa de la Tierra y su radio la mitad del radio terrestre. Calcule cuál sería la masa y el peso en la superficie de Marte de una persona que en la superficie terrestre tuviera un peso de 700 N.

$$g_T = 9'8 \text{ ms}^{-2}$$

**FISICA. 2018. JUNIO. EJERCICIO 1. OPCIÓN A**

### R E S O L U C I O N

a) Los datos son: 
$$\begin{cases} M_T^* = 2M_T \\ R_T^* = 2R_T \end{cases}$$

(i). Falsa. El periodo orbital de la Luna es:  $T = \frac{2\pi R}{\omega} = \frac{2\pi R}{v_0}$ , el nuevo periodo orbital será:

$$T^* = \frac{2\pi R}{v_0^*} = \frac{2\pi R}{\sqrt{2}v_0} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2\pi R}{v_0} = \frac{T}{\sqrt{2}}$$

Luego, el periodo orbital disminuye en  $\sqrt{2}$ .

(ii). Falsa. La velocidad orbital de la Luna es:  $v_0 = \sqrt{G \frac{M_T}{R_L}}$ , la nueva velocidad orbital será:

$$v_0^* = \sqrt{G \frac{M_T^*}{R_L}} = \sqrt{G \frac{2M_T}{R_L}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{G \frac{M_T}{R_L}} = \sqrt{2} \cdot v_0$$

Luego, la velocidad orbital aumenta en  $\sqrt{2}$

Es razonable que así sea, ya que si aumenta la masa de la Tierra, la fuerza gravitatoria sobre la Luna debe aumentar, para mantener a la Luna en su órbita, debe de ir más rápido por lo que tardará menos en dar una vuelta completa a la Tierra.

b) Sabemos por el enunciado que:  $M_m = \frac{M_T}{10}$  y  $R_m = \frac{R_T}{2}$

Calculamos la masa de esa persona, que no varía al estar en la Tierra o en Marte

$$P_T = m \cdot g_T \Rightarrow m = \frac{P_T}{g_T} = \frac{700}{9'8} = 71'43 \text{ kg}$$

Calculamos la gravedad en Marte:

$$\frac{g_m}{g_T} = \frac{G \cdot \frac{M_m}{R_m^2}}{G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}} = \frac{M_m \cdot R_T^2}{M_T \cdot R_m^2} = \frac{M_T \cdot R_T^2}{10 \cdot R_T^2} = \frac{4}{10} = 0'4 \Rightarrow g_m = g_T \cdot 0'4 = 9'8 \cdot 0'4 = 3'92 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Por lo tanto, el peso de esa persona en Marte es:  $P_m = m \cdot g_m = 71'43 \cdot 3'92 = 280 \text{ N}$

a) Un satélite artificial describe una órbita circular en torno a la Tierra. ¿Cómo cambiaría su velocidad orbital si la masa de la Tierra se duplicase, manteniendo constante su radio? ¿Y su energía mecánica?

b) Se desea situar un satélite de 100 kg de masa en una órbita circular a 100 km de altura alrededor de la Tierra. (i) Determine la velocidad inicial mínima necesaria para que alcance dicha altura; (ii) una vez alcanzada dicha altura, calcule la velocidad que habría que proporcionarle para que se mantenga en órbita.

$$G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} ; M_T = 5'98 \cdot 10^{24} \text{ kg} ; R_T = 6370 \text{ km}$$

**FISICA. 2018. JUNIO. EJERCICIO 1. OPCIÓN B**

### RESOLUCION

a) Los datos son: 
$$\begin{cases} M_T^* = 2M_T \\ R_T^* = R_T \end{cases}$$

La velocidad orbital del satélite:  $v_0 = \sqrt{G \frac{M_T}{R_s}}$ , la nueva velocidad orbital será:

$$v_0^* = \sqrt{G \frac{M_T^*}{R_s}} = \sqrt{G \frac{2M_T}{R_s}} = \sqrt{2} \sqrt{G \frac{M_T}{R_s}} = \sqrt{2} \cdot v_0$$

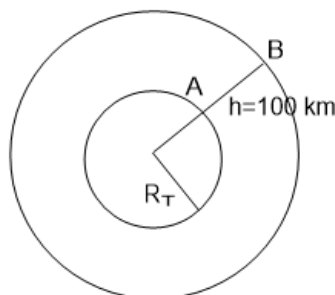
Luego, la velocidad orbital aumenta en  $\sqrt{2}$

La energía mecánica de un satélite es:  $E_m = -\frac{1}{2} G \frac{M_T \cdot m}{R}$ , la nueva energía mecánica, será:

$$E_m^* = -\frac{1}{2} G \frac{M_T^* \cdot m}{R} = -\frac{1}{2} G \frac{2M_T \cdot m}{R} = 2 \cdot \left( -\frac{1}{2} G \frac{M_T \cdot m}{R} \right) = 2 \cdot E_m$$

Luego, la energía mecánica se duplica.

b)



(i) En ausencia de rozamiento, se aplica el principio de conservación de la energía mecánica entre A y B:  $E_m(A) = E_m(B)$

$$\begin{aligned} E_m(A) = E_m(B) &\Rightarrow E_p(A) + E_c(A) = E_p(B) + E_c(B) \Rightarrow -G \frac{M_T m}{R_A} + \frac{1}{2} m v_A^2 = -G \frac{M_T m}{R_B} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_A^2 = 2 \cdot \left( -G \frac{M_T}{R_B} + G \frac{M_T}{R_A} \right) = 2 \cdot G \cdot M_T \cdot \left( -\frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_A} \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_A = \sqrt{2 \cdot 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 5'98 \cdot 10^{24} \left( -\frac{1}{6470000} + \frac{1}{6370000} \right)} = 1391'25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \end{aligned}$$

(ii) Para que se mantenga en órbita debe tener una velocidad orbital

$$v_0 = \sqrt{G \frac{M_T}{R}} = \sqrt{6'67 \cdot 10^{-11} \frac{5'98 \cdot 10^{24}}{6470000}} = 7851'66 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

a) Fuerzas conservativas y energía potencial. Ponga un ejemplo de fuerza conservativa y otro de fuerza no conservativa.

b) Dos masas puntuales  $m_1 = 2 \text{ kg}$  y  $m_2 = 3 \text{ kg}$  se encuentran situadas respectivamente en los puntos  $(0,2) \text{ m}$  y  $(0,-3) \text{ m}$ . Calcule el trabajo necesario para trasladar una masa  $m_3 = 1 \text{ kg}$  desde el punto  $(0,0) \text{ m}$  al punto  $(1,0) \text{ m}$ .

$$G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$$

**FISICA. 2018. RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCIÓN A**

### R E S O L U C I O N

a) Una fuerza es conservativa cuando su trabajo entre dos puntos no depende de la trayectoria (camino) entre esos dos puntos.

Esto hace que para hacer el cálculo del trabajo no sea necesario hacer una integral a lo largo de un camino, sino que se define una función potencial (llamada también energía potencial) que depende del punto de cálculo. Entonces el trabajo de la fuerza conservativa se puede calcular como la variación de la función potencial entre dos puntos (punto inicial y punto final).

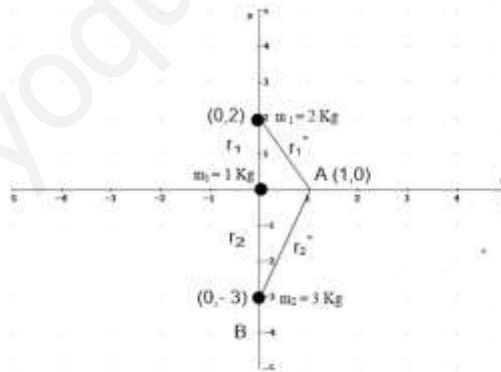
$$W_{A \rightarrow B} = -[E_p(B) - E_p(A)]$$

Ejemplo: La fuerza gravitatoria es una fuerza conservativa

$$W(F_g) = -[mgh(B) - mgh(A)]$$

Siendo  $mgh$  el valor de la energía potencial gravitatoria

b)



En el dibujo vemos que:  $r_1^* = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} \text{ m}$ ;  $r_1 = 2 \text{ m}$ ;  $r_2 = 3 \text{ m}$ ;  $r_2^* = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10} \text{ m}$

Calculamos la energía potencial en A y en O

$$E_p(O) = E_{p1}(O) + E_{p2}(O) = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m}{r_1} - G \cdot \frac{m_2 \cdot m}{r_2} = -6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \left( \frac{2 \cdot 1}{2} + \frac{3 \cdot 1}{3} \right) = -1'334 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

$$E_p(A) = E_{p1}(A) + E_{p2}(A) = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m}{r_1^*} - G \cdot \frac{m_2 \cdot m}{r_2^*} = -6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \left( \frac{2 \cdot 1}{\sqrt{5}} + \frac{3 \cdot 1}{\sqrt{10}} \right) = -1'229 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

$$\text{Calculamos el trabajo: } W_{O \rightarrow A} = E_p(O) - E_p(A) = -1'334 \cdot 10^{-10} - (-1'229 \cdot 10^{-10}) = -1'05 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$

a) Explique qué se entiende por velocidad orbital y deduzca su expresión para un satélite que describe una órbita circular alrededor de la Tierra. ¿Cuál es mayor, la velocidad orbital de un satélite de 2000 kg o la de otro de 1000 kg? Razone sus respuestas.

b) Un satélite de masa  $2 \cdot 10^3$  kg describe una órbita circular de 5500 km en torno a la Tierra. Calcule: (i) La velocidad orbital; (ii) la velocidad con que llegaría a la superficie terrestre si se dejara caer desde esa altura con velocidad inicial nula.

$$G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} ; M_T = 5'98 \cdot 10^{24} \text{ kg} ; R_T = 6370 \text{ km}$$

**FISICA. 2018. RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCIÓN B**

### R E S O L U C I O N

a) La velocidad orbital es la velocidad que lleva un cuerpo en una órbita determinada.

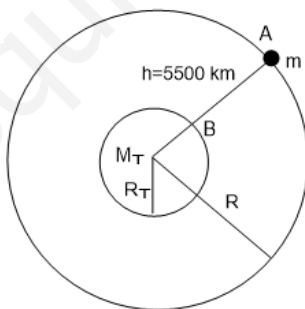
Usamos la 2ª Ley de Newton aplicada al satélite:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow F_g = m \cdot a_n \Rightarrow G \frac{M_T \cdot m}{R^2} = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow v_{\text{orbital}} = \sqrt{G \frac{M_T}{R}} = \sqrt{G \frac{M_T}{R_T + h}}$$

Si los dos satélites se encuentran en la misma órbita, la velocidad orbital es la misma para los dos satélites, ya que la velocidad orbital no depende de la masa del satélite.

Si están en órbitas diferentes, el satélite que esté más cerca de la Tierra, tendrá mayor velocidad orbital.

b)



$$(i) v_{\text{orbital}} = \sqrt{G \frac{M_T}{R_T + h}} = \sqrt{6'67 \cdot 10^{-11} \frac{5'98 \cdot 10^{24}}{6.370.000 + 5.500.000}} = 5.796'8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

(ii) En ausencia de rozamiento se aplica el principio de conservación de la energía mecánica

$$E_m(A) = E_m(B) \Rightarrow E_p(A) + E_c(A) = E_p(B) + E_c(B) \Rightarrow -G \frac{M_T m}{R_A} = -G \frac{M_T m}{R_B} + \frac{1}{2} m v_B^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_B^2 = 2 \cdot \left( G \frac{M_T}{R_B} - G \frac{M_T}{R_A} \right) = 2 \cdot G \cdot M_T \cdot \left( \frac{1}{R_B} - \frac{1}{R_A} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_B = \sqrt{2 \cdot 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 5'98 \cdot 10^{24} \left( \frac{1}{6370000} - \frac{1}{6370000 + 5500000} \right)} = 5.386'41 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Es la velocidad con la que chocaría con la superficie terrestre.

a) Razone la veracidad o falsedad de las siguientes frases: (i) La energía cinética y potencial toman siempre valores positivos; (ii) en un campo gravitatorio una masa en reposo comienza a moverse hacia donde su energía potencial disminuye.

b) Un objeto de 2 kg con una velocidad inicial de  $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  se desplaza 20 cm por una superficie horizontal para, a continuación, comenzar a ascender por un plano inclinado  $30^\circ$ . El coeficiente de rozamiento entre el objeto y ambas superficies es 0,1. Dibuje en un esquema las fuerzas que actúan sobre el objeto en ambas superficies y calcule la altura máxima que alcanza el objeto mediante consideraciones energéticas.

$$g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

FISICA. 2018. RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

### R E S O L U C I O N

a)

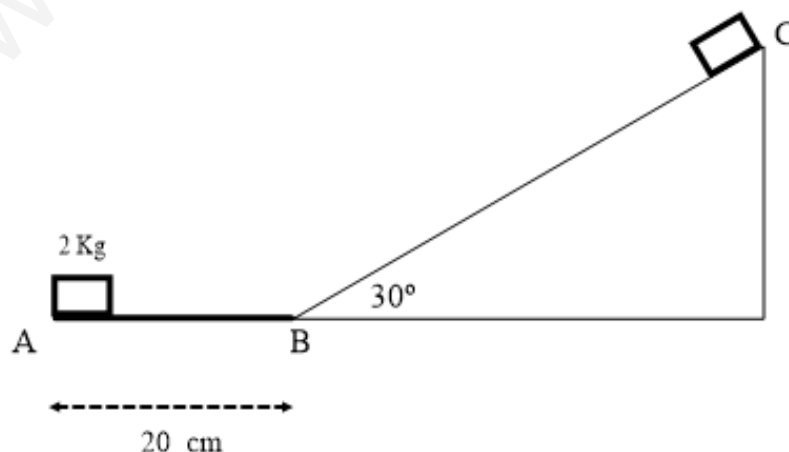
(i) La energía cinética  $E_c = \frac{1}{2}mv^2$  es siempre mayor o igual que cero, ya que la masa es positiva y  $v^2$  es positivo o cero si la velocidad es cero.

La energía potencial puede tomar valores negativos, dependiendo de donde se tome la  $E_p = 0$ . Por ejemplo: si  $E_p = mgh$ , con  $h$  por debajo del suelo, entonces  $h$  es negativa y  $E_{pg} < 0$

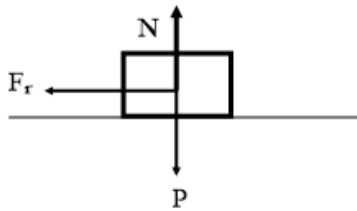
Luego la afirmación es falsa.

(ii) La afirmación es verdadera, ya que una masa en reposo tiende a tener la menor energía posible. Por ejemplo: Se suelta un cuerpo desde una altura  $h$ , la  $E_{pg}$  va disminuyendo conforme disminuye la altura. Ocurre que la fuerza gravitatoria realiza un trabajo positivo a mover a la masa.

b)



Tramo  $\overline{AB}$  : Diagrama de fuerzas



$$P = m \cdot g = 2 \cdot 9.8 = 19.6 \text{ N}$$

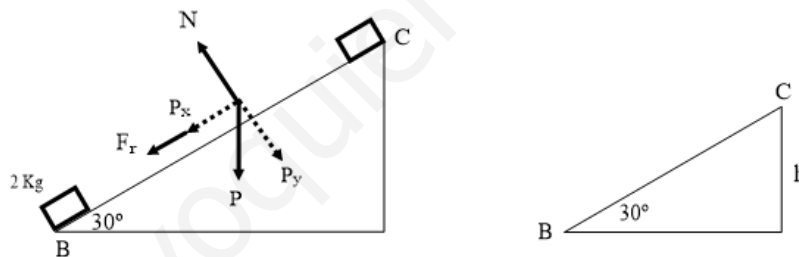
$$N = P = 19.6 \text{ N}$$

$$F_R = \mu \cdot N = 0.1 \cdot 19.6 = 1.96 \text{ N}$$

Balance de energías entre A y B:

$$E_c(A) = E_c(B) + |W_{AB}(f_{roz})| \Rightarrow \frac{1}{2} m v_A^2 = E_c(B) + F_{roz} \cdot \overline{AB} \Rightarrow \frac{1}{2} 2 \cdot 5^2 = E_c(B) + 1.96 \cdot 0.2 \Rightarrow E_c(B) = 24.608 \text{ J}$$

Tramo  $\overline{BC}$  : Diagrama de fuerzas



$$P = m \cdot g = 2 \cdot 9.8 = 19.6 \text{ N}$$

$$N = P_y = P \cdot \cos 30^\circ = 16.97 \text{ N}$$

$$F_R = \mu \cdot N = 0.1 \cdot 16.97 = 1.697 \text{ N}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{h}{BC} \Rightarrow h = \frac{\overline{BC}}{2}$$

Balance de energías entre B y C:

$$E_c(B) = E_{pg}(C) + |W_{BC}(f_{roz})| \Rightarrow 24.608 = 2 \cdot 9.8 \cdot h + F_{roz} \cdot \overline{AB} \Rightarrow 24.608 = 2 \cdot 9.8 \cdot h + 1.697 \cdot 2 \cdot h \Rightarrow h = 1.07 \text{ m}$$



- a) Defina velocidad de escape y deduzca razonadamente su expresión.  
 b) Un satélite artificial de 100 kg se mueve en una órbita circular alrededor de la Tierra con una velocidad de  $7'5 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Calcule: (i) El radio de la órbita; (ii) la energía potencial del satélite; (iii) la energía mecánica del satélite.

$$G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} ; M_T = 5'98 \cdot 10^{24} \text{ kg} ; R_T = 6370 \text{ km}$$

**FISICA. 2018. RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCIÓN B**

### R E S O L U C I O N

a) La velocidad de escape es la velocidad necesaria que hay que dar a un cuerpo para que salga del campo gravitatorio de otro cuerpo, es decir, para trasladarlo al infinito.

En ausencia de rozamiento se aplica el principio de conservación de la energía mecánica:

$$E_m(A) = E_m(+\infty) \Rightarrow E_{pg}(A) + E_c(A) = E_{pg}(+\infty) + E_c(+\infty) \Rightarrow -G \frac{M \cdot m}{R} + \frac{1}{2} m v_{\text{escape}}^2 = 0 \Rightarrow v_{\text{escape}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

b)

$$(i) v(B) = 7'5 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = v_{\text{orbital}}$$

$$v_{\text{orbital}} = \sqrt{G \frac{M_T}{R}} \Rightarrow R = G \frac{M_T}{v_{\text{orbital}}^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5'98 \cdot 10^{24}}{(7.500)^2} = 7090951 \text{ m} = 7090'95 \text{ km}$$

$$(ii) E_{pg} = -G \frac{M_T \cdot m}{R} = -7500^2 \cdot 100 = -5'625 \cdot 10^9 \text{ J}$$

$$(iii) E_m = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m G \frac{M_T}{R} = -\frac{1}{2} (5'625 \cdot 10^9) = -2'8125 \cdot 10^9 \text{ J}$$

a) ¿A qué altura de la superficie terrestre la intensidad del campo gravitatorio se reduce a la cuarta parte de su valor sobre dicha superficie? Exprese el resultado en función del radio de la Tierra  $R_T$ .

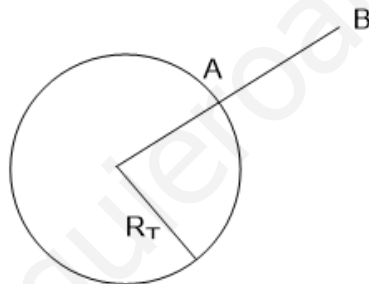
b) Sabiendo que el radio de Marte es 0,531 veces el radio de la Tierra y que la masa de Marte es 0,107 veces la masa de la Tierra. Determine: (i) El valor de la gravedad en la superficie de Marte; (ii) el tiempo que tardaría en llegar al suelo una piedra de 1 kg de masa que se deja caer desde una altura de 10 m sobre la superficie de Marte.

$$G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} ; M_T = 5'98 \cdot 10^{24} \text{ kg} ; R_T = 6370 \text{ km}$$

**FISICA. 2018. RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCIÓN A**

### RESOLUCION

a)



$$g(B) = \frac{1}{4} g(A) \Rightarrow G \frac{M_T}{(R_T + h)^2} = \frac{1}{4} G \frac{M_T}{R_T^2} \Rightarrow 4 \cdot R_T^2 = (R_T + h)^2 \Rightarrow 2 \cdot R_T = (R_T + h) \Rightarrow R_T = h$$

Luego, a una altura igual al radio de la Tierra.

b) Sabemos que:  $R_M = 0'531 R_T$  ;  $M_M = 0'107 M_T$

$$(i) g(M) = G \frac{M_M}{R_M^2} = G \frac{0'107 M_T}{(0'531 R_T)^2} = \frac{0'107}{0'531^2} G \frac{M_T}{R_T^2} = 3'73 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

(ii) Es un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. Se puede considerar la gravedad de Marte constante en esos 10 m ya que 10 m es muy pequeño respecto del radio de Marte.

$$e = e_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow 10 = \frac{1}{2} 3'73 t^2 \Rightarrow t = 2'32 \text{ s}$$

Luego, el tiempo que tarda en caer es 2'32 s

- a) Indique las características de la interacción gravitatoria entre dos masas puntuales.  
 b) Un cuerpo de 20 kg de masa se encuentra inicialmente en reposo en la parte más alta de una rampa que forma un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal. El cuerpo desciende por la rampa recorriendo 15 m, sin rozamiento, y cuando llega al final de la misma recorre 20 m por una superficie horizontal rugosa hasta que se detiene. Calcule el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y la superficie horizontal haciendo uso de consideraciones energéticas.  
 $g = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

**FISICA. 2018. RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCIÓN B**

R E S O L U C I O N

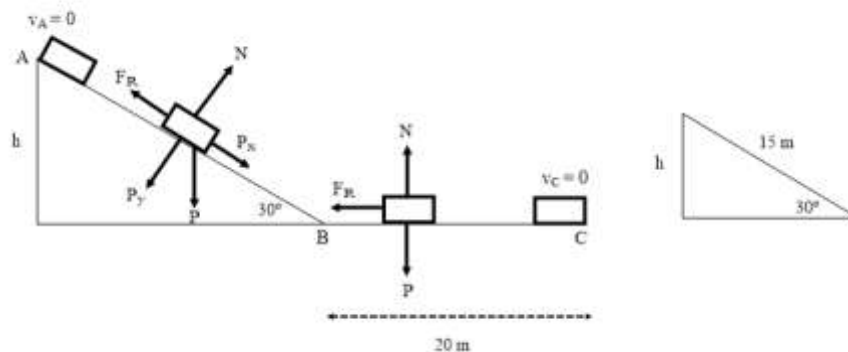
- a) La fuerza gravitatoria viene dada por la ley de gravitación universal.

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{d^2}$$

- F = Fuerza gravitatoria (N)  
 G = Constante de gravitación universal  
 M = Masa de un cuerpo (kg)  
 m = Masa de un cuerpo (kg)  
 d = Distancia entre las masas (m)

- Las fuerzas gravitatorias son siempre atractivas.
- Las fuerzas gravitatorias son centrales (de centro de M a centro de m).
- Las fuerzas gravitatorias son conservativas (el trabajo realizado entre dos puntos no depende del camino seguido).
- Las fuerzas gravitatorias son independientes del medio que las rodeen (G es constante universal, no depende del medio).
- Las fuerzas gravitatorias varían con el inverso del cuadrado de la distancia, extiende su acción hasta el infinito.
- El movimiento de las masas no influye en las fuerzas gravitatorias, mientras se mantenga la distancia entre las masas.

- b)



$$\text{sen } 30^\circ = \frac{h}{15} \Rightarrow h = 7'5 \text{ m}$$

$$F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g$$

Al no haber rozamiento entre A y B se puede aplicar el principio de conservación de la energía mecánica

$$E_m(A) = E_m(B) \Rightarrow E_c(A) + E_{pg}(A) = E_c(B) + E_{pg}(B) \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{2 \cdot 9'8 \cdot 7'5} = 12'12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$E_c(B) = \frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}20 \cdot 147 = 1470 \text{ J}$$

Balance de energías entre B y C:

$$E_c(B) = E_c(C) + |W_{BC}(f_{roz})| \Rightarrow 1470 = F_{roz} \cdot \overline{BC} \Rightarrow 1470 = \mu \cdot m \cdot g \cdot \overline{BC} = \mu \cdot 20 \cdot 9'8 \cdot 20 \Rightarrow \mu = 0'375$$

a) Para calcular la energía potencial gravitatoria se suelen utilizar las fórmulas  $E_p = mgh$  y  $E_p = -G \frac{M \cdot m}{r}$ . Indique la validez de ambas expresiones y dónde se sitúa el sistema de referencia que utiliza cada una de ellas.

b) Sobre un bloque de 10 kg, inicialmente en reposo sobre una superficie horizontal rugosa, se aplica una fuerza de 40 N que forma un ángulo de  $60^\circ$  con la horizontal. El coeficiente de rozamiento entre el bloque y la superficie vale 0,2. Realice un esquema indicando las fuerzas que actúan sobre el bloque y calcule la variación de energía cinética del bloque cuando éste se desplaza 0,5 m.

$$g = 9'8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

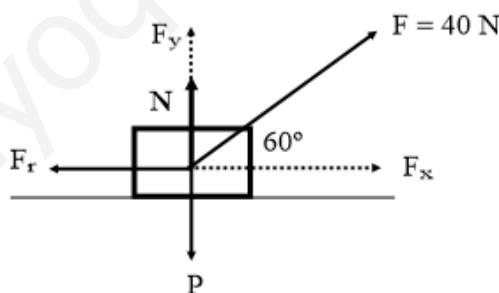
FISICA. 2018. RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

### RESOLUCIÓN

a) La expresión  $E_p = mgh$  tiene validez cuando  $g$  se mantenga constante. Esto ocurre para valores de  $h$  despreciables frente al radio terrestre. En este caso el sistema de referencia ( $h=0$ ) se toma a nivel del suelo (nivel del mar).

La expresión  $E_p = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$  es una expresión general que se puede utilizar para  $r \geq R_T$ . En este caso, en el infinito,  $E_p = 0$ , allí está la referencia.

b)



Se aplica el teorema de la energía cinética: El trabajo realizado por la fuerza resultante es igual a la variación de energía cinética:  $W(\vec{R}) = E_{cf} - E_{ci}$

$$\begin{cases} \text{Eje X: } F \cdot \cos 60^\circ - F_R = m \cdot a \\ \text{Eje Y: } F \cdot \sin 60^\circ + N = P \Rightarrow N = P - F \cdot \sin 60^\circ = 9'8 \cdot 10 - 40 \cdot \sin 60^\circ = 63'36 \end{cases}$$

$$F_R = \mu \cdot N = 0'2 \cdot 63'36 = 12'67$$

$$\vec{R} = \vec{F} + \vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_R = (F \cdot \cos 60^\circ - F_R) \vec{i} = \left( 40 \cdot \frac{1}{2} - 12'67 \right) \vec{i} = 7'33 \vec{i}$$

$$W(\vec{R}) = E_{cf} - E_{ci} = 7'33 \cdot 0'5 = 3'67 \text{ J}$$

a) Un bloque de masa  $m$  tiene un peso  $P$  sobre la superficie terrestre. Indique justificadamente cómo se modificaría el valor de su peso en los siguientes casos: (i) Si la masa de la Tierra se redujese a la mitad sin variar su radio; (ii) si la masa de la Tierra no variase pero su radio se redujese a la mitad.

b) Un bloque de 1 kg de masa asciende por un plano inclinado que forma un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal. La velocidad inicial del bloque es de  $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  y el coeficiente de rozamiento entre las superficies del bloque y el plano inclinado es 0,3. Determine mediante consideraciones energéticas: (i) La altura máxima a la que llega el bloque; (ii) el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento.  
 $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

**FISICA. 2018. RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCIÓN B**

### RESOLUCION

a)

$$(i) M_T^* = \frac{M_T}{2}$$

$$P = m \cdot g = G \frac{M_T \cdot m}{R_T^2} \Rightarrow P^* = G \frac{M_T^* \cdot m}{R_T^2} = \frac{1}{2} G \frac{M_T \cdot m}{R_T^2} = \frac{P}{2}$$

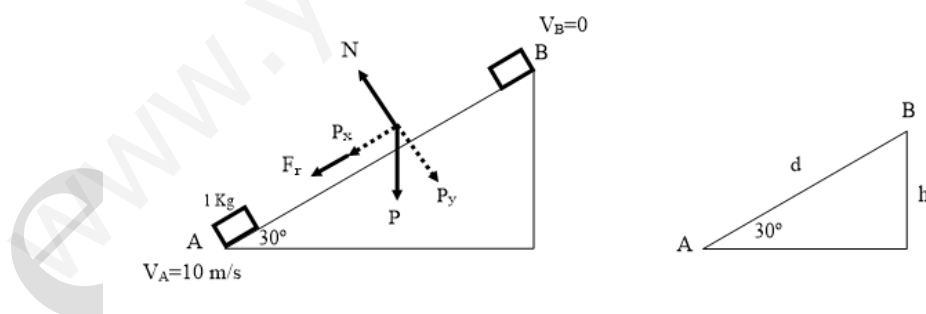
Luego, vemos que el nuevo peso se reduce a la mitad.

$$(ii) R_T^* = \frac{R_T}{2}$$

$$P = m \cdot g = G \frac{M_T \cdot m}{R_T^2} \Rightarrow P^* = G \frac{M_T \cdot m}{\left(\frac{R_T}{2}\right)^2} = 4P$$

Luego, vemos que el nuevo peso se cuadruplica.

b)



$$\text{sen } 30^\circ = \frac{h}{AB} \Rightarrow \overline{AB} = 2h$$

$$F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot P \cdot \cos 30^\circ = 0,3 \cdot 1 \cdot 9,8 \cdot \cos 30^\circ = 2,546 \text{ N}$$

(i) Mediante un balance de energía

$$E_c(A) = E_{pg}(B) + |W_{F_{roz}}| \Rightarrow \frac{1}{2} m v_A^2 = mgh + F_{roz} \cdot \overline{AB} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 10^2 = 1 \cdot 9,8 \cdot h + 2h \cdot 2,546 \Rightarrow h = 3,36 \text{ m}$$

$$(ii) W_{F_{roz}} = F_{roz} \cdot \overline{AB} \cdot \cos 180^\circ = -2,546 \cdot 2 \cdot 3,36 = -17,11 \text{ J}$$

a) Analice las siguientes proposiciones, razonando si son verdaderas o falsas: (i) sólo las fuerzas conservativas realizan trabajo; (ii) si sobre una partícula únicamente actúan fuerzas conservativas la energía cinética de la partícula no varía.

b) En la superficie de un planeta de 2000 km de radio, la aceleración de la gravedad es de  $3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ . Calcule: (i) La masa del planeta; (ii) la velocidad de escape de un cuerpo desde la superficie.

$$G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$$

**FISICA. 2018. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCIÓN A**

### R E S O L U C I O N

a)

(i) Es Falsa. Por ejemplo, la fuerza de rozamiento es una fuerza no conservativa y realiza trabajo cuando se desplaza un cuerpo (trabajo negativo porque se opone al movimiento).

(ii) Es Falsa. Por ejemplo, en ausencia de rozamiento, al soltar un cuerpo desde una altura, el peso (que es fuerza conservativa) hace que el cuerpo acelere, por lo que aumenta la energía cinética.

b)

(i) 2ª Ley de Newton:

$$F_g = G \frac{M_p \cdot m}{R_p^2} = m \cdot a_p \Rightarrow a_p = G \frac{M_p}{R_p^2} \Rightarrow 3 = 6'67 \cdot 10^{-11} \frac{M_p}{(2 \cdot 10^6)^2} \Rightarrow M_p = 1'8 \cdot 10^{23} \text{ kg}$$

(ii) La velocidad de escape es:

$$v_{\text{escape}} = \sqrt{2G \frac{M_p}{R_p}} = \sqrt{2 \cdot 6'67 \cdot 10^{-11} \frac{1'8 \cdot 10^{23}}{2 \cdot 10^6}} = 3464'97 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

a) Dibuje las líneas de campo gravitatorio de dos masas puntuales de igual valor y separadas una cierta distancia. ¿Existe algún punto donde la intensidad de campo gravitatorio se anula? ¿Y el potencial gravitatorio? Razone sus respuestas.

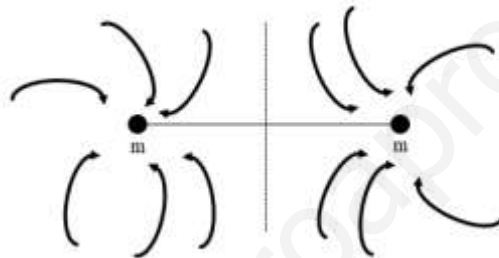
b) Dos masas iguales de 50 kg se sitúan en los puntos A(0,0) m y B(6,0) m. Calcule: (i) El valor de la intensidad del campo gravitatorio en el punto P(3,3) m; (ii) si situamos una tercera masa de 2 kg en el punto P, determine el valor de la fuerza gravitatoria que actúa sobre ella.

$$G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$$

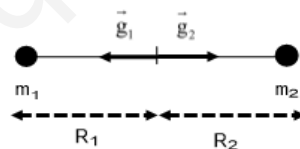
FISICA. 2018. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

### R E S O L U C I O N

a)



El campo gravitatorio vale cero en el punto medio del segmento que une las dos masas.



Aplicamos el principio de superposición:  $\vec{g}(P) = \vec{g}_1(P) + \vec{g}_2(P) = 0$

Para que la suma de los dos vectores sea cero, los módulos deben ser iguales.

$$\left. \begin{aligned} |\vec{g}_1(P)| &= G \frac{m_1}{R_1^2} \\ |\vec{g}_2(P)| &= G \frac{m_2}{R_2^2} \end{aligned} \right\} \text{ Como las masas son iguales } (m_1 = m_2 = m) \text{ y la distancia es la misma, }$$

pues es el punto medio ( $R_1 = R_2 = R$ ), entonces, en el punto medio  $\vec{g}(P) = 0$

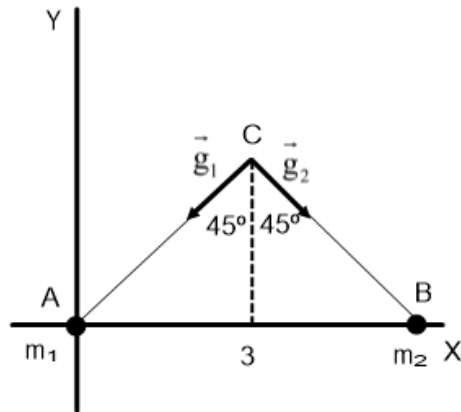
Hacemos el mismo razonamiento para el potencial gravitatorio, teniendo en cuenta que es un escalar.

$$V_g(P) = V_{g1}(P) + V_{g2}(P) = 0$$



Para que la suma sea 0, uno de los potenciales debe ser negativo y el otro positivo. Esto no es posible porque los dos potenciales gravitatorios son negativos. Luego, no existe ningún punto P donde  $V_g(P) = 0$ .

b)



(i) Aplicamos el principio de superposición:  $\vec{g}(C) = \vec{g}_1(C) + \vec{g}_2(C)$

$$|\vec{g}_1(C)| = G \frac{m}{R_1^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \frac{50}{18} = 1'85 \cdot 10^{-10}$$

$$|\vec{g}_2(C)| = G \frac{m}{R_2^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \frac{50}{18} = 1'85 \cdot 10^{-10}$$

Los módulos son iguales y los vectores forman el mismo ángulo ( $45^\circ$ ) con la vertical, luego, la suma es un vector vertical hacia abajo. Luego, el campo gravitatorio en C vale:

$$\begin{aligned} \vec{g}(C) &= 1'85 \cdot 10^{-10} (-\cos 45^\circ \vec{i} - \sin 45^\circ \vec{j}) + 1'85 \cdot 10^{-10} (\cos 45^\circ \vec{i} - \sin 45^\circ \vec{j}) = -2 \cdot 1'85 \cdot 10^{-10} \sin 45^\circ \vec{j} = \\ &= -2'62 \cdot 10^{-10} \vec{j} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \end{aligned}$$

(ii) Calculamos la fuerza gravitatoria

$$\vec{F}_g(C) = m \cdot \vec{g}(C) = 2 \cdot (-2'62 \cdot 10^{-10} \vec{j}) = -5'42 \cdot 10^{-10} \vec{j} \text{ N}$$