EMESTRADA
EXÁMENES DE SELECTIVIDAD

PROBLEMAS RESUELTOS

SELECTIVIDAD ANDALUCÍA

2017

FISICA

TEMA 1: CAMPO GRAVITATORIO

- Junio, Ejercicio 1, Opción A
- Junio, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 1, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 1, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 2, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 2, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 3, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 4, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 4, Ejercicio 1, Opción B
- Septiembre, Ejercicio 1, Opción A
- Septiembre, Ejercicio 1, Opción B

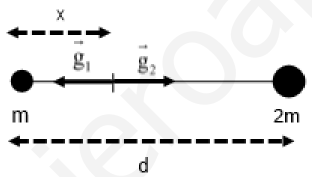
a) Dos partículas de masas m y 2m, se encuentran situadas en dos puntos del espacio separadas una distancia d. ¿Es nulo el campo gravitatorio en algún punto cercano a las dos masas? ¿Y el potencial gravitatorio?. Justifique las respuestas.
b) Dos masas de 10 kg se encuentran situadas, respectivamente, en los puntos (0,0) m y (0,4) m. Represente en un esquema el campo gravitatorio que crean en el punto (2,2) m y calcule su valor.
$\mathbf{G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N m^2 kg^{-2}}$
FISICA. 2017. JUNIO. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I O N

a) Para calcular el campo gravitatorio total se aplica el principio de superposición:

$$\vec{g}(x) = 0 = \vec{g}_{masa\ 1}(x) + \vec{g}_{masa\ 2}(x)$$

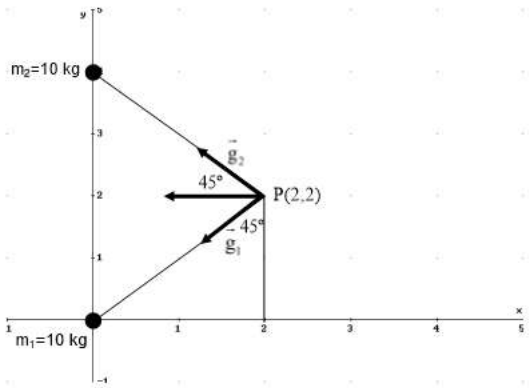
Para que la suma de esos dos vectores sea cero, deben tener sentido contrario y así es, como vemos en el dibujo



El punto "x" buscado deberá estar más cerca de la masa m, ya que deben igualarse los módulos de $\vec{g}_1(x)$ y $\vec{g}_2(x)$. A menor distancia vale más $\left|\vec{g}(x)\right|$ y al revés, ya que: $\left|\vec{g}(x)\right| = G\dfrac{M}{R^2}$

El potencial gravitatorio $V_g = -G\dfrac{M}{R}$ es un escalar y aplicando el principio de superposición, el potencial gravitatorio total: $V_T(x) = V_{masa\ 1}(x) + V_{masa\ 2}(x)$. Esta suma no vale cero nunca. Luego, no existe un punto "x" donde $V_T(x) = 0$

b)



Aplicamos el principio de superposición: $\vec{g}_T(P) = \vec{g}_1(P) + \vec{g}_2(P)$

Vemos que:

- las masas son iguales: $m = m_1 = m_2 = 10$ kg
- las distancias son iguales: $r = r_1 = r_2 = \sqrt{8}$ m
- los ángulos que forman $\vec{g}_1$ y $\vec{g}_2$ con los ejes son iguales: 45º

Por lo tanto, los módulos de $\left|\vec{g}_1(P)\right|$ y $\left|\vec{g}_2(P)\right|$ son iguales:

$$\left|\vec{g}_1(P)\right| = \left|\vec{g}_2(P)\right| = 6'67 \cdot 10^{-11} \frac{10}{\left(\sqrt{8}\right)^2} = 8'34 \cdot 10^{-11}$$

Calculamos sus componentes: las componentes con el eje Y se anulan.

$$g_{1x} = G \cdot \frac{m}{r^2} \cos 45º = 8'34 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 5'89 \cdot 10^{-11}$$

$$g_{2x} = G \cdot \frac{m}{r^2} \cos 45º = 8'34 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 5'89 \cdot 10^{-11}$$

Luego:

$$\vec{g}_T = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 = -g_{1x}\vec{i} - g_{2x}\vec{i} = -5'89 \cdot 10^{-11}\vec{i} - 5'89 \cdot 10^{-11}\vec{i} = -1'179 \cdot 10^{-11}\vec{i} \ \ m/s^2$$

a) Un bloque de acero está situado sobre la superficie terrestre. Indique justificadamente cómo se modificaría el valor de su peso si la masa de la Tierra se redujese a la mitad y se duplicase su radio.
b) El planeta Mercurio tiene un radio de 2440 km y la aceleración de la gravedad en su superficie es 3,7 $m s^{-2}$. Calcule la altura máxima que alcanza un objeto que se lanza verticalmente desde la superficie del planeta con una velocidad de 0,5 $m s^{-1}$. $G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N m^2 kg^{-2}$
FISICA. 2017. JUNIO. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I O N

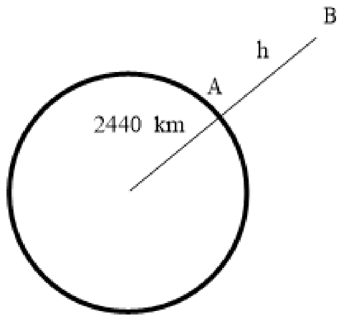
a) El módulo del peso es: $P = G \cdot \dfrac{m \cdot M_T}{(R_T)^2}$

El nuevo peso será: $P' = G \cdot \dfrac{m \cdot M'_T}{(R'_T)^2} = G \cdot \dfrac{m \cdot \dfrac{M_T}{2}}{(2R_T)^2} = G \cdot \dfrac{m \cdot M_T}{8(R_T)^2} = \dfrac{1}{8} P$

Luego, el peso se reduce a la octava parte.

b) Como la velocidad de lanzamiento es pequeña, suponemos que la altura que alcanza el objeto es despreciable en comparación con el radio de Mercurio, luego la gravedad es constante.
En ausencia de rozamiento, aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica

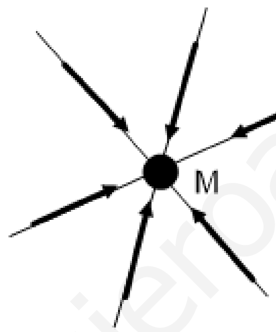
$$E_m(A) = E_m(B) \Rightarrow E_c(A) = E_p(B) \Rightarrow \frac{1}{2} m v_A^2 = m g h_B \Rightarrow h_B = \frac{v_A^2}{2g} = \frac{0'5^2}{2 \cdot 3'7} = 0'034 \text{ m}$$

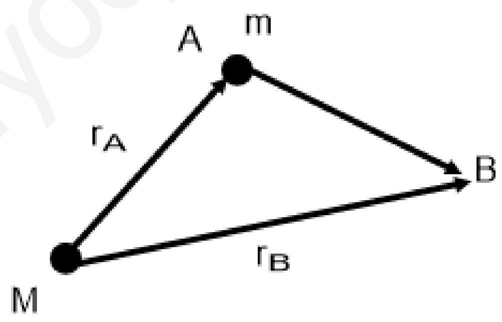


a) Dibuje en un esquema las líneas del campo gravitatorio creado por una masa puntual M. Otra masa puntual m se traslada desde un punto A hasta otro B, más alejado de M. Razone si aumenta o disminuye su energía potencial.
b) Dos esferas de 100 kg se encuentran, respectivamente, en los puntos $(0,-3)$ m y $(0,3)$ m. Determine el campo gravitatorio creado por ambas en el punto (4,0) m.
$G = 6'67\cdot 10^{-11}\ N m^2 kg^{-2}$
FISICA. 2017. RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I O N

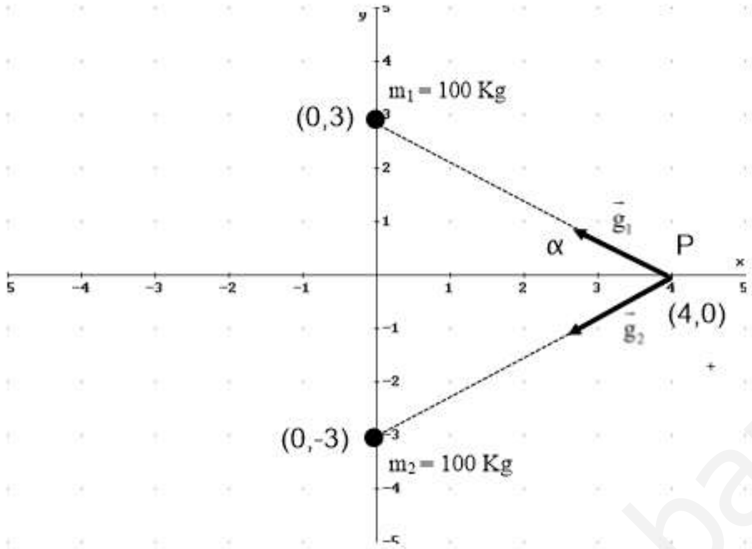
a) Las líneas de campo gravitatorio son líneas rectas que pasan por M





$$r_B > r_A \Rightarrow \frac{1}{r_B} < \frac{1}{r_A} \Rightarrow G\cdot\frac{M\cdot m}{r_B} < G\cdot\frac{M\cdot m}{r_A} \Rightarrow -G\cdot\frac{M\cdot m}{r_B} > -G\cdot\frac{M\cdot m}{r_A} \Rightarrow E_{pg}(B) > E_{pg}(A)$$

Cuánto más se aleje m de M, mayor energía potencial gravitatoria tiene b)



Para calcular el campo gravitatorio total se aplica el principio de superposición:

$$\vec{g}(P) = \vec{g}_1(P) + \vec{g}_2(P)$$

$$\left|\vec{g}_1(P)\right| = \left|\vec{g}_2(P)\right| = G\frac{m_1}{r_1^2} = 6'67\cdot 10^{-11}\cdot\frac{100}{5^2} = 2'668\cdot 10^{-10}\ \ m\cdot s^{-2}$$

$$tg\,\alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow \alpha = 36'87^{\circ} \quad ; \quad \cos\alpha = \frac{4}{5}$$

$$\vec{g}(P) = 2'668\cdot 10^{-10}\left(-\cos\alpha\,\vec{i} + \text{sen}\,\alpha\,\vec{j}\right) + 2'668\cdot 10^{-10}\left(-\cos\alpha\,\vec{i} - \text{sen}\,\alpha\,\vec{j}\right) =$$

$$= -2\cdot 2'668\cdot 10^{-10}\cdot\frac{4}{5}\,\vec{i} = -4'27\cdot 10^{-10}\ \vec{i}\ \ m\cdot s^{-2}$$

a) Indique razonadamente la relación que existe entre las energías cinética y potencial gravitatoria de un satélite que gira en una órbita circular en torno a un planeta.
b) La masa del planeta Júpiter es, aproximadamente, 300 veces la de la Tierra y su diámetro 10 veces mayor que el terrestre. Calcule razonadamente la velocidad de escape de un cuerpo desde la superficie de Júpiter.
$\mathbf{R_T = 6'37\cdot 10^6\ m\ ;\ g = 9'8\ m\cdot s^{-2}}$
FISICA. 2017. RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I O N

a) La relación es: $\dfrac{E_c}{E_{pg}} = \dfrac{\frac{1}{2}m\cdot v^2}{-G\dfrac{M_T\cdot m}{R}} = \dfrac{\frac{1}{2}m\cdot G\dfrac{M_T}{R}}{-G\dfrac{M_T\cdot m}{R}} = -\dfrac{1}{2}$

b)

$$v_{escape}(\text{Tierra}) = \sqrt{2G\frac{M_T}{R_T}}$$

$$v_{escape}(\text{Júpiter}) = \sqrt{2G\frac{M_J}{R_J}} = \sqrt{2G\frac{300\cdot M_T}{10\cdot R_T}} = \sqrt{30}\cdot\sqrt{2G\frac{M_T}{R_T}} = \sqrt{30}\cdot v_{escape}(\text{Tierra})$$

Como: $g = 9'8 = G\dfrac{M_T}{R_T^2} \Rightarrow G\cdot M_T = 9'8 R_T^2$

Luego:

$$v_{escape}(\text{Júpiter}) = \sqrt{30}\cdot\sqrt{2G\frac{M_T}{R_T}} = \sqrt{30}\cdot\sqrt{2\frac{9'8\cdot R_T^2}{R_T}} = \sqrt{30}\cdot\sqrt{2\cdot 9'8\cdot R_T} =$$
$$= \sqrt{30}\cdot\sqrt{2\cdot 9'8\cdot 6'37\cdot 10^6} = 61200'98\ m\cdot s^{-1}$$

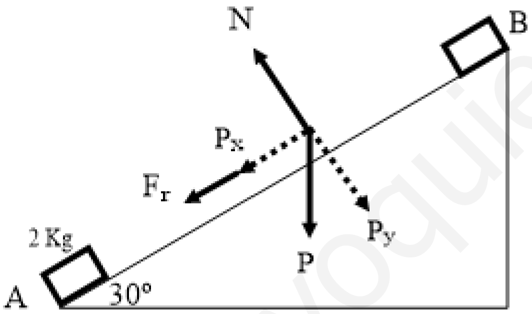
a) Si sobre una partícula actúan fuerzas conservativas y no conservativas, razone cómo cambian las energías cinética, potencial y mecánica de la partícula.
b) Un bloque de 2 kg se lanza hacia arriba por una rampa rugosa ($\mu = 0'3$), que forma un ángulo de 30º con la horizontal, con una velocidad inicial de $6\ m \cdot s^{-1}$. Calcule la altura máxima que alcanza el bloque respecto del suelo.
$g = 9'8\ m \cdot s^{-2}$
FISICA. 2017. RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

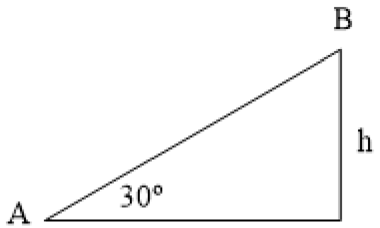
R E S O L U C I O N

a) La energía mecánica disminuye debido al trabajo de las fuerzas no conservativas.
Por otra parte, si la energía cinética aumenta, la energía potencial disminuye y viceversa. De forma que se cumple el balance de energías:

$$E_{mec}(A) = E_{mec}(B) + |W_{AB}(f_{roz})|$$

b)





$$\text{sen}\,30^o = \frac{h}{\overline{AB}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h}{\overline{AB}} \Rightarrow \overline{AB} = 2 \cdot h$$

$$F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot P \cdot \cos 30^o = 0'3 \cdot 2 \cdot 9'8 \cdot \cos 30^o = 5'09\ N$$

Balance de energías entre A y B:

$$E_c(A) = E_{pg}(B) + |W_{AB}(f_{roz})| \Rightarrow \frac{1}{2} mv^2 = mgh + F_{roz} \cdot \overline{AB} \Rightarrow \frac{1}{2} 2 \cdot 6^2 = 2 \cdot 9'8 \cdot h + 5'09 \cdot 2 \cdot h \Rightarrow h = 1'21\ m$$

a) Supongamos que la Tierra reduce su radio a la mitad manteniendo constante su masa. Razone cómo se modificarían la intensidad del campo gravitatorio en su superficie y su órbita alrededor del Sol.
b) La Luna describe una órbita circular alrededor de la Tierra. Si se supone que la Tierra se encuentra en reposo, calcule la velocidad de la Luna en su órbita y su periodo orbital.
$\mathbf{G = 6'67\cdot 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}\ ;\ M_T = 5'97\cdot 10^{24}\ kg;\ D_{Tierra-Luna} = 3'84\cdot 10^{8}\ m}$

FISICA. 2017. RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I O N

a)

$$\left.\begin{array}{l} R_T^{\ *} = \dfrac{R_T}{2} \\ g_0 = G\dfrac{M_T}{R_T^{\ 2}} \end{array}\right\} \Rightarrow g_0^{\ *} = G\frac{M_T}{R_T^{*\,2}} = G\frac{M_T}{\left(\dfrac{R_T}{2}\right)^2} = 4\cdot G\frac{M_T}{R_T^{\ 2}} = 4\cdot g_0$$

Luego, el campo gravitatorio en la superficie se multiplica por 4.

La velocidad orbital es: $v = \sqrt{G\dfrac{M_{Sol}}{R_{orbital}}}$, vemos que no aparece la masa de la Tierra ni su radio, con lo cual no varía su órbita alrededor del Sol.

b)

$$v_{Luna} = \sqrt{G\frac{M_T}{R}} = \sqrt{6'67\cdot 10^{-11}\,\frac{5'97\cdot 10^{24}}{3'84\cdot 10^{8}}} = 1018'32\ m\cdot s^{-1}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi\cdot 3'84\cdot 10^{8}}{1018'32} = 2'37\cdot 10^{6}\ s = 658'15\ horas = 27'42\ días$$

a) Una partícula de masa m se desplaza desde un punto A hasta otro punto B en una región en la que existe un campo gravitatorio creado por otra masa M. Si el valor del potencial gravitatorio en el punto B es mayor que en el punto A, razone si el desplazamiento de la partícula es espontáneo o no.
b) Una masa m_1, de 500 kg, se encuentra en el punto $(0,4)$ m y otra masa m_2, de 500 kg, en el punto $(-3,0)$ m. Determine el trabajo de la fuerza gravitatoria para desplazar una partícula m_3, de 250 kg, desde el punto $(3,0)$ m hasta el punto $(0,-4)$ m.
$\mathbf{G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N m^2 kg^{-2}}$
FISICA. 2017. RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

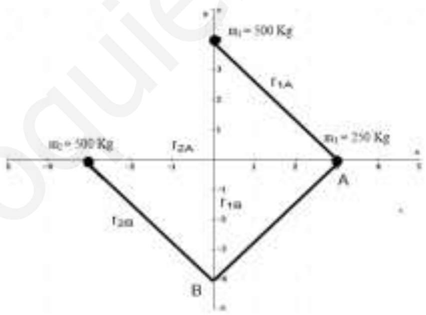
R E S O L U C I O N

a) Sabemos que: $V_g(B) > V_g(A)$

Luego: $W_{A\to B} = -\left[E_p(B) - E_p(A)\right] = -m\cdot\left[V_g(B) - V_g(A)\right] < 0$

El trabajo realizado por las fuerzas gravitatorias sale negativo, luego el desplazamiento de la partícula no es espontáneo. Para que el desplazamiento fuera espontáneo, el trabajo debería ser positivo. Por ejemplo: cuando cae una piedra, el trabajo realizado por el peso es positivo y el potencial gravitatorio va disminuyendo. Cuando sube una piedra, ocurre lo contrario.

b)



En el dibujo vemos que: $r_{1A} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5\,m$; $r_{2A} = 6\,m$; $r_{1B} = 8\,m$; $r_{2B} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5\,m$

Calculamos la energía potencial en A y en B

$$E_p(A) = E_{p1}(A) + E_{p2}(A) = -G\cdot\frac{m_1\cdot m_3}{r_{1A}} - G\cdot\frac{m_2\cdot m_3}{r_{2A}} = -G\cdot m_1\cdot m_3\left(\frac{1}{r_{1A}} + \frac{1}{r_{2A}}\right) =$$

$$= -6'67\cdot 10^{-11}\cdot 500\cdot 250\cdot\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right) = -3'057\cdot 10^{-6}\ \text{J}$$

$$E_p(B) = E_{p1}(B) + E_{p2}(B) = -G\cdot\frac{m_1\cdot m_3}{r_{1B}} - G\cdot\frac{m_2\cdot m_3}{r_{2B}} = -G\cdot m_1\cdot m_3\left(\frac{1}{r_{1B}} + \frac{1}{r_{2B}}\right) =$$

$$= -6'67\cdot 10^{-11}\cdot 500\cdot 250\cdot\left(\frac{1}{8} + \frac{1}{5}\right) = -2'709\cdot 10^{-6}\ \text{J}$$

Calculamos el trabajo: $W_{A\to B} = E_p(A) - E_p(B) = -3'057\cdot 10^{-6} - (-2'709\cdot 10^{-6}) = -3'48\cdot 10^{-7}\ \text{J}$

a) Discuta la veracidad de la siguiente afirmación: "Cuanto mayor sea la altura de la órbita de un satélite sobre la superficie terrestre, mayor es su energía mecánica y, por tanto, mayores serán tanto la energía cinética como la energía potencial del satélite".
b) Un tornillo de 150 g, procedente de un satélite, se encuentra en órbita a 900 km de altura sobre la superficie de la Tierra. Calcule la fuerza con que se atraen la Tierra y el tornillo y el tiempo que tarda el tornillo en pasar sucesivamente por el mismo punto.
$\mathbf{G = 6'67\cdot 10^{-11}\ N\,m^2\,kg^{-2}\ ;\ M_T = 5'97\cdot 10^{24}\ kg\ ;\ R_T = 6'37\cdot 10^{6}\ m}$
FISICA. 2017. RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I O N

a) La energía mecánica de un satélite viene dada por: $E_m = -\frac{1}{2} G \frac{M_T m}{R}$

Cuanto mayor sea $R = R_T + h$, el cociente disminuye, pero al ser un número negativo, la energía mecánica aumenta.

$$E_m = E_c + E_{pg} \Rightarrow \begin{cases} E_{pg} = -G\frac{M_T \cdot m}{R} \Rightarrow \text{cuanto mayor es } h \Rightarrow \text{mayor es } E_{pg} \\ E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mG\frac{M_T}{R} \Rightarrow \text{cuanto mayor es } h, \text{mayor es } R \text{ y menor } E_c \end{cases}$$

Por lo tanto, la afirmación es falsa.

b) Calculamos la fuerza con que se atraen la Tierra y el tornillo

$$F_g = G\frac{M_T \cdot m}{R^2} = 6'67\cdot 10^{-11} \cdot \frac{5'97\cdot 10^{24} \cdot 0'15}{\left(6'37\cdot 10^6 + 9\cdot 10^5\right)^2} = 1'13\ N$$

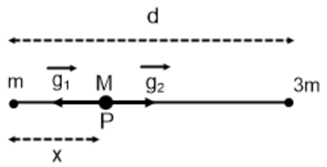
Calculamos el tiempo que tarda en dar una vuelta completa

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi R}{\sqrt{G\frac{M_T}{R}}} = \frac{2\pi \cdot 7'27\cdot 10^6}{\sqrt{6'67\cdot 10^{-11}\frac{5'97\cdot 10^{24}}{7'27\cdot 10^6}}} = 6172'085\ s = 1'71\ horas$$

a) Dos partículas, de masas m y 3m, están situadas a una distancia d la una de la otra. Indique razonadamente en qué punto habría que colocar otra masa M para que estuviera en equilibrio.
b) Dos masas iguales, de 50 kg, se encuentran situadas en los puntos $(-3,0)$ m y (3,0) m. Calcule el trabajo necesario para desplazar una tercera masa de 30 kg desde el punto (0,4) m al punto $(0,-4)$ m y comente el resultado obtenido.
$\mathbf{G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N m^2 kg^{-2}}$
FISICA. 2017. RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I O N

a)

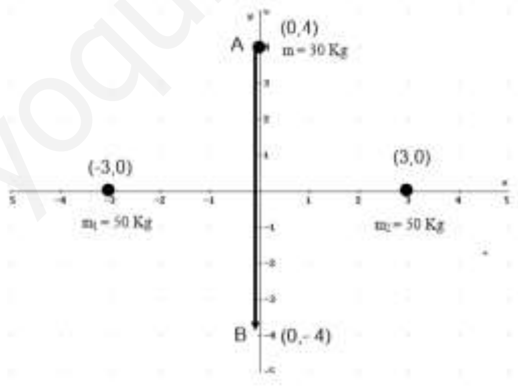


Aplicamos el principio de superposición.

Para que $\vec{g}(P) = 0 \Rightarrow \vec{g}_1(P) + \vec{g}_2(P) = 0 \Rightarrow \left|\vec{g}_1(P)\right| = \left|\vec{g}_2(P)\right|$

Luego: $G \cdot \dfrac{m \cdot M}{x^2} = G \cdot \dfrac{3m \cdot M}{(d-x)^2} \Rightarrow (d-x)^2 = 3x^2 \Rightarrow 2x^2 + 2dx - d^2 = 0 \Rightarrow x = 0'37\,d$

b)



El trabajo va a resultar nulo, ya que las distancias y las masas son iguales.

Calculamos la energía potencial en A y en B

$$E_{pg}(B) = E_{pg\,m_1}(B) + E_{pg\,m_2}(B) = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m}{R_1} - G \cdot \frac{m_2 \cdot m}{R_2} = -6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \left(\frac{50 \cdot 30}{5} + \frac{50 \cdot 30}{5}\right) = -4'002 \cdot 10^{-8}\ \text{J}$$

$$E_{pg}(A) = E_{pg\,m_1}(A) + E_{pg\,m_2}(A) = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m}{R_1} - G \cdot \frac{m_2 \cdot m}{R_2} = -6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \left(\frac{50 \cdot 30}{5} + \frac{50 \cdot 30}{5}\right) = -4'002 \cdot 10^{-8}\ \text{J}$$

Calculamos el trabajo: $W_{A \to B} = E_p(A) - E_p(B) = -4'002 \cdot 10^{-8} - (-4'002 \cdot 10^{-8}) = 0\ \text{J}$

a) Dos satélites de igual masa se encuentran en órbitas de igual radio alrededor de la Tierra y de la Luna, respectivamente. ¿Tienen el mismo periodo orbital? ¿Y la misma energía cinética? Razone las respuestas.
b) Según la NASA, el asteroide que en 2013 cayó sobre Rusia explotó cuando estaba a 20 km de altura sobre la superficie terrestre y su velocidad era $18\ km \cdot s^{-1}$. Calcule la velocidad del asteroide cuando se encontraba a 30000 km de la superficie de la Tierra. Considere despreciable el rozamiento del aire.
$G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ Nm^2 kg^{-2}$; $M_T = 5'97 \cdot 10^{24}\ kg$; $R_T = 6'37 \cdot 10^6\ m$
FISICA. 2017. RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I O N

a) Sabemos que: $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi R}{\sqrt{G\frac{M}{R}}}$

Como : $M_T > M_L \Rightarrow T_{Tierra} < T_{Luna}$. Luego el satélite orbíta más rápido alrededor de la Luna.

Sabemos que: $E_c = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m \cdot G \cdot \frac{M}{R}$

Como: $M_T > M_L \Rightarrow E_{c\ Tierra} > E_{c\ Luna}$. Luego, el satélite tiene más energía cinética alrededor de la Tierra

b)

$$R_A = R_T + 20\ km = 6'37 \cdot 10^6 + 2 \cdot 10^4 = 6'39 \cdot 10^6\ m$$
$$R_B = R_T + 30000\ km = 6'37 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^7 = 3'637 \cdot 10^7\ m$$

En ausencia de rozamiento se aplica el principio de conservación de la energía mecánica

$$E_m(B) = E_m(A) \Rightarrow E_c(B) + E_{pg}(B) = E_c(A) + E_{pg}(A) \Rightarrow \frac{1}{2} mv_{(B)}^2 - G \cdot \frac{m \cdot M_T}{R_B} = \frac{1}{2} mv_{(A)}^2 - G \cdot \frac{m \cdot M_T}{R_A} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} v_{(B)}^2 = \frac{1}{2} v_{(A)}^2 + G \cdot M_T \cdot \left(\frac{1}{R_B} - \frac{1}{R_A} \right) \Rightarrow v_{(B)}^2 = v_{(A)}^2 + 2 \cdot G \cdot M_T \cdot \left(\frac{1}{R_B} - \frac{1}{R_A} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{(B)}^2 = 18000^2 + 2 \cdot 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 5'97 \cdot 10^{24} \cdot \left(\frac{1}{3'637 \cdot 10^7} - \frac{1}{6'39 \cdot 10^6} \right) \Rightarrow v_{(B)} = 14875\ m \cdot s^{-1}$$

a) Explique brevemente el concepto de potencial gravitatorio. Discuta si es posible que existan puntos en los que se anule el campo gravitatorio y no lo haga el potencial en el caso de dos masas puntuales iguales separadas una distancia d.
b) Un cuerpo de 3 kg se lanza hacia arriba con una velocidad de $20\ m \cdot s^{-1}$ por un plano inclinado 60º con la horizontal. Si el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es 0,3, calcule la distancia que recorre el cuerpo sobre el plano durante su ascenso y el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento, comentando su signo.
$g = 10\ m \cdot s^{-2}$
FISICA. 2017. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

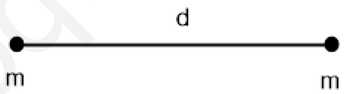
R E S O L U C I O N

a) El potencial gravitatorio es el cociente entre la energía potencial gravitatoria que adquiere un cuerpo y la masa de ese cuerpo.

$$V_g = \frac{E_{pg}}{m} = -G \cdot \frac{M}{r} \quad J/kg$$

$G =$ constante de gravitación universal
$M =$ masa del cuerpo que produce el potencial gravitatorio sobre m.
$r =$ distancia entre M y m

El potencial gravitatorio se puede interpretar como el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria para trasladar la masa unidad desde un punto hasta el infinito.



Principio de superposición: $V_g(P) = V_{g1}(P) + V_{g2}(P) = -G \cdot \frac{m}{r_1} - G \cdot \frac{m}{r_2}$

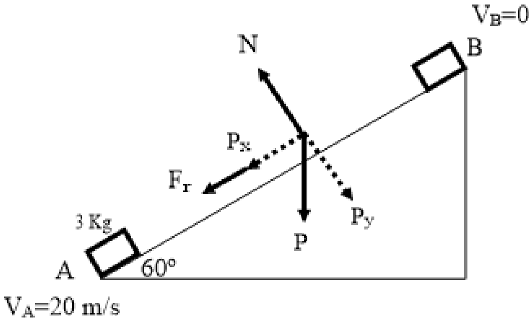
Esta suma nunca vale cero, ya que son dos números negativos. Luego, no hay puntos donde el potencial valga 0

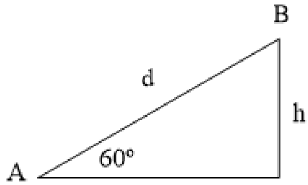
Calculamos el campo gravitatorio: $\vec{g}(P) = \vec{g}_1(P) + \vec{g}_2(P) = 0$
Para que la suma de dos vectores sea 0, deben ser opuestos y de igual módulo, es decir:

$$\left|\vec{g}_1(P)\right| = \left|\vec{g}_2(P)\right| \Rightarrow G\frac{M}{R_1^2} = G\frac{M}{R_2^2} \Rightarrow R_1 = R_2$$

Luego, el campo gravitatorio se hace cero en el punto medio del segmento que une las masas.

b)





$$\text{sen } 60^{o} = \frac{h}{d} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{d} \Rightarrow h = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot d$$

$$F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot P \cdot \cos 60^{o} = 0'3 \cdot 3 \cdot 9'8 \cdot \cos 60^{o} = 4'41 \text{ N}$$

Balance de energías entre A y B:

$$E_c(A) = E_{pg}(B) + \left|W_{AB}(f_{roz})\right| \Rightarrow \frac{1}{2} m v_A^{\,2} = mgh + \left|F_{roz} \cdot d \cdot \cos 180^{o}\right| \Rightarrow \frac{1}{2} 3 \cdot 20^2 = 3 \cdot 9'8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} d + 4'41 \cdot d \Rightarrow$$
$$\Rightarrow d = 20'09 \text{ m}$$

Calculamos el trabajo de la fuerza de rozamiento

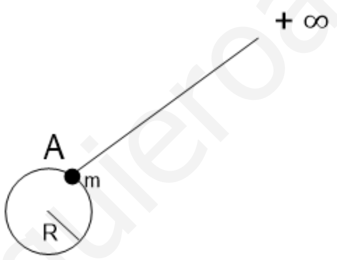
$$W_{AB}(f_{roz}) = -f_{roz} \cdot d = -4'41 \cdot 20'09 = -88'6 \text{ J}$$

El trabajo es negativo porque la fuerza de rozamiento se opone al movimiento.

a) Haciendo uso de consideraciones energéticas, deduzca la expresión de la velocidad mínima que habría que imprimirle a un objeto de masa m, situado en la superficie de un planeta de masa M y radio R, para que saliera de la influencia del campo gravitatorio del planeta.
b) El satélite español PAZ es un satélite radar del Programa Nacional de Observación de la Tierra que podrá tomar imágenes diurnas y nocturnas bajo cualquier condición meteorológica. Se ha diseñado para que tenga una masa de 1400 kg y describa una órbita circular con una velocidad de $7611'9\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Calcule, razonadamente, cuál será la energía potencial gravitatoria de dicho satélite cuando esté en órbita.
$\mathbf{G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ Nm^2 kg^{-2}\ ;\ M_T = 5'97 \cdot 10^{24}\ kg\ ;\ R_T = 6'37 \cdot 10^{6}\ m}$
FISICA. 2017. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I O N

a)



Para que salga la masa m del campo gravitatorio, hay que llevarla al infinito. En ausencia de rozamiento se aplica el principio de conservación de la energía mecánica.

$$E_m(A) = E_m(+\infty) \Rightarrow E_p(A) + E_c(A) = \cancel{E_p(+\infty)} + \cancel{E_c(+\infty)}$$

En el infinito se toma origen de energía potencial gravitatoria y para gastar el mínimo de energía, la masa m llega con velocidad cero al infinito.

La velocidad orbital del satélite: $-G\dfrac{M \cdot m}{R} + \dfrac{1}{2} m v_{escape}^2 = 0 \Rightarrow v_{escape\ mínima} = \sqrt{2G\dfrac{M}{R}}$

b)

$$\left.\begin{array}{l} E_{pg} = -G\dfrac{M \cdot m}{R} = -G\dfrac{M_T \cdot m}{R_T + h} = -G\dfrac{M_T \cdot m}{R} \\ v_{orbital} = \sqrt{G\dfrac{M_T}{R}} \end{array}\right\} \Rightarrow E_{pg} = -v_{orbital}^2 \cdot m = -7611'9^2 \cdot 1400 = -8'11 \cdot 10^{10}\ \ J$$