OPCIÓN A

E1.- Tres números **x** , **y** , **z** cumplen lo siguiente:

- El primero de ellos, **x** , es la suma de los otros dos.
- El segundo, **y**, es la mitad del primero más el triple del tercero.

a) Demostrar que hay infinitos números que cumplen estas condiciones, encontrando una expresión general de la solución. **(1,5 puntos)**
b) Encontrar tres números concretos que cumplan estas condiciones. **(0,5 puntos)**

a) El sistema que hay que calcular es el siguiente:

$$\begin{cases} x = y + z \\ y = \dfrac{x}{2} + 3z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y - z = 0 \\ x - 2y + 6z = 0 \end{cases}$$ No puede ser Compatible Determinado ya que el número de ecuaciones es menor que el número de incógnitas

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 6 & 0 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 7 & 0 \end{array}\right) \Rightarrow rang\ (A) = rang\ (A/B) = 2 < Número\ de\ incógnitas \Rightarrow$$

$$Sistema\ Compatible\ In\det er\min ado$$

$b)$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 7 & 0 \end{array}\right) \Rightarrow -y + 7z = 0\ \ y = 7z \Rightarrow x - 7z - z = 0 \Rightarrow x = 8z \Rightarrow Solución \Rightarrow (x\ ,\ y\ ,\ z) = (8\lambda\ ,\ 7\lambda\ ,\ \lambda)$$

$$Con \begin{cases} \lambda = 1 \Rightarrow (x\ ,\ y\ ,\ z) = (8\ ,\ 7\ ,\ 1) \\ \lambda = 2 \Rightarrow (x\ ,\ y\ ,\ z) = (16\ ,\ 14\ ,\ 2) \\ \qquad \dots \end{cases}$$

E2.- Dado el plano $\pi \equiv 2x + y + z - 3 = 0$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x + y + z = 0 \\ x - y + z = 2 \end{cases}$. **(2 puntos)**

a) Calcular el punto de intersección del plano π y de la recta **r**. **(1 punto)**
b) Encontrar la ecuación de la recta **s** contenida en el plano π y que corta perpendicularmente a **r**. **(1 punto)**

a) Siendo P el punto de intersección

$$2x + 2z = 2 \Rightarrow x + z = 1 \Rightarrow x = 1 - z \Rightarrow 1 - z + y + z = 0 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow r \equiv \begin{cases} x = 1 - \lambda \\ y = -1 \\ z = \lambda \end{cases} \Rightarrow$$

$$Inter\sec ción\ con\ \pi \Rightarrow 2 \cdot (1 - \lambda) + (-1) + \lambda - 3 = 0 \Rightarrow 2 - 2\lambda - 1 + \lambda - 3 = 0 \Rightarrow -\lambda - 2 = 0 \Rightarrow \lambda = -2 \Rightarrow$$

$$P \begin{cases} x = 1 - (-2) \\ y = -1 \\ z = -2 \end{cases} \Rightarrow P(3\ ,-1\ ,-2)$$

b) El vector director de la recta **s** es perpendicular al vector director del plano y al de la recta **r**, por tanto es el producto vectorial de dichos vectores, y, además, contiene el punto de intersección **P** ya hallado.

$$\begin{cases} \overrightarrow{v_\pi} = (2\ ,1\ ,1) \\ \overrightarrow{v_r} = (-1\ ,0\ ,1) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{v_s} = \overrightarrow{v_\pi} \wedge \overrightarrow{v_r} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k} - 2\vec{j} = -\vec{i} - \vec{j} + \vec{k} \Rightarrow \overrightarrow{v_s} = (-1\ ,-1\ ,1) \equiv (1\ ,1\ ,-1) \Rightarrow$$

$$s \equiv x - 3 = y + 1 = \frac{z + 2}{-1}$$

E3.- Sea la función $f(x)=\frac{1}{x}+ax+b$

a) Encontrar **a** y **b** para que la función tenga un mínimo relativo en el punto $\left(\frac{1}{2},6\right)$. **(1 punto)**

b) Suponiendo que **a = 4** y **b = 2**, estudia su continuidad y, en el caso de tenerlas, sus asíntotas. **(1 punto)**

$a)$

$$f'(x)=-\frac{1}{x^2}+a \Rightarrow \begin{cases} f\left(\frac{1}{2}\right)=6 \Rightarrow \frac{1}{\frac{1}{2}}+a\cdot\frac{1}{2}+b=6 \Rightarrow 2+\frac{a}{2}+b=6 \Rightarrow 4+a+2b=12 \Rightarrow a+2b=8 \\ f'\left(\frac{1}{2}\right)=0 \Rightarrow -\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^2}+a=0 \Rightarrow -\frac{1}{\frac{1}{4}}+a=0 \Rightarrow -4+a=0 \Rightarrow a=4 \end{cases} \Rightarrow 4+2b=8$$

$$2b=4 \Rightarrow b=2$$

$b)$

$$f(x)=\frac{1}{x}+4x+2=\frac{4x^2+2x+1}{x} \Rightarrow x=0 \Rightarrow f(x)=\frac{4\cdot 0^2+2\cdot 0+1}{0}=\frac{1}{0} \Rightarrow Sin\ solución \Rightarrow Dom\left(f\right)=\forall x\in \Re-\{0\}$$

$Asíntota\ vertical \Rightarrow x=0$

$Asíntota\ horizontal$

$$y=\lim_{x\to\infty} f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{4x^2+2x+1}{x}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{x\to\infty}\frac{4\frac{x^2}{x^2}+2\frac{x}{x^2}+\frac{1}{x^2}}{\frac{x}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{4+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x}}=\frac{4+\frac{2}{\infty}+\frac{1}{\infty}}{\frac{1}{\infty}}=\frac{4+0+0}{0}=\frac{4}{0}=\infty$$

$No\ hay\ asíntota\ horizontal\ cuando\ x\to\infty$

$$y=\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{4x^2+2x+1}{x}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{x\to-\infty}\frac{4\frac{x^2}{x^2}+2\frac{x}{x^2}+\frac{1}{x^2}}{\frac{x}{x^2}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{4+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x}}=\frac{4+\frac{2}{-\infty}+\frac{1}{\infty}}{\frac{1}{-\infty}}=\frac{4+0+0}{0}=\frac{4}{0}=\infty$$

$No\ hay\ asíntota\ horizontal\ cuando\ x\to\infty$

$Asíntotas\ oblicuas$

$$m=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{4x^2+2x+1}{x}}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{4x^2+2x+1}{x^2}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{x\to\infty}\frac{4\frac{x^2}{x^2}+2\frac{x}{x^2}+\frac{1}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{4+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}}{1}=$$

$$=\frac{4+\frac{2}{\infty}+\frac{1}{\infty}}{1}=\frac{4+0+0}{1}=4$$

$$n=\lim_{x\to\infty}\left[f(x)-mx\right]=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{4x^2+2x+1}{x}-4x\right)=\lim_{x\to\infty}\frac{4x^2+2x+1-4x^2}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{2x+1}{x}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{x\to\infty}\frac{2\frac{x}{x}+\frac{1}{x}}{\frac{x}{x}}=\lim_{x\to\infty}\frac{2+\frac{1}{x}}{1}=$$

$$=\frac{2+\frac{1}{\infty}}{1}=\frac{2+0}{1}=2 \Rightarrow Existe\ asíntota\ oblicua,\ y=4x+2,\ cuando\ x\to\infty$$

Continuación del problema E3 de la Opción A

Asíntotas oblicuas (Continuación)

$$m=\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\frac{4x^2+2x+1}{x}}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{4x^2+2x+1}{x^2}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{x\to-\infty}\frac{4\frac{x^2}{x^2}+2\frac{x}{x^2}+\frac{1}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{4+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}}{1}=$$

$$=\frac{4+\frac{2}{-\infty}+\frac{1}{\infty}}{1}=\frac{4+0+0}{1}=4$$

$$n=\lim_{x\to-\infty}[f(x)-mx]=\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{4x^2+2x+1}{x}-4x\right)=\lim_{x\to-\infty}\frac{4x^2+2x+1-4x^2}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{2x+1}{x}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{x\to-\infty}\frac{2\frac{x}{x}+\frac{1}{x}}{\frac{x}{x}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{2+\frac{1}{x}}{1}=$$

$$=\frac{2+\frac{1}{-\infty}}{1}=\frac{2+0}{1}=2\Rightarrow \textit{Existe asíntota oblicua, } y=4x+2\textit{, cuando } x\to-\infty$$

E4.- Sea la función **f(x) = sen x**

a) Encontrar las rectas tangentes a la gráfica de la función **f(x)** en los puntos **x = 0** y $x=\pi$. Encontrar el punto en que se cortan ambas rectas tangentes. **(1 punto)**

b) Hallar el área comprendida entre la gráfica de **f(x)** y las rectas de ecuaciones: **y = x** e **y = -x +** π **(1 punto)**

a)

$$f'(x)=\cos x\Rightarrow\begin{cases} En\ x=0\Rightarrow\begin{cases} f(0)=sen\ 0=0\\ f'(0)=\cos 0=1\end{cases}\Rightarrow y-0=1\cdot(x-0)\Rightarrow y=x\\ En\ x=\pi\Rightarrow\begin{cases} f(\pi)=sen\ \pi=0\\ f'(\pi)=\cos\pi=-1\end{cases}\Rightarrow y-0=-1\cdot(x-\pi)\Rightarrow y=-x+\pi\end{cases}\Rightarrow$$

$$x=-x+\pi\Rightarrow 2x=\pi\Rightarrow x=\frac{\pi}{2}\Rightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right)=sen\ \frac{\pi}{2}=1$$

b)

$$\textit{Puntos de corte con OX}\Rightarrow y=0\Rightarrow\begin{cases} x=0\\ -x+\pi=0\Rightarrow x=\pi\end{cases}$$

$$\textit{Puntos de corte entre funciones}\Rightarrow x=\frac{\pi}{2}\quad(\textit{ya calculada en apartado a}))$$

$$Siendo\begin{cases} f(x)=x\\ g(x)=-x+\pi\end{cases}$$

$$x=\frac{\pi}{4}\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)\Rightarrow f\left(\frac{\pi}{4}\right)=sen\ \frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}>0\Rightarrow f(x)>0$$

$$x=\frac{3\pi}{4}\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)\Rightarrow f\left(\frac{3\pi}{4}\right)=sen\ \frac{3\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}>0\Rightarrow g(x)>0$$

$$A=\int_0^{\frac{\pi}{2}}x\,dx+\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}(-x+\pi)\,dx=\frac{1}{2}\cdot\left[x^2\right]_0^{\frac{\pi}{2}}-\frac{1}{2}\cdot\left[x^2\right]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}+\pi\cdot[x]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}=\frac{1}{2}\cdot\left[\left(\frac{\pi}{2}\right)^2-0^2\right]-\frac{1}{2}\cdot\left[\pi^2-\left(\frac{\pi}{2}\right)^2\right]+\pi\cdot\left(\pi-\frac{\pi}{2}\right)$$

$$A=\frac{1}{2}\cdot\frac{\pi^2}{4}-\frac{\pi^2}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{\pi^2}{4}+\pi^2-\frac{\pi^2}{2}=\frac{\pi^2}{4}+\pi^2-\pi^2=\frac{\pi^2}{4}\,u^2$$

E5.- Se lanzan tres monedas al aire:
a) Halla el espacio muestral. **(1 punto)**
b) Halla la probabilidad de:
i) Obtener más caras que cruces. **ii)** Obtener las mismas caras que cruces. **(1 punto)**

a)
Halla el espacio muestral.

El espacio muestral al lanzar una moneda tres veces, siendo "C" cara y "X" cruz es el siguiente:
E = {CCC, CCX, CXC, XCC, CXX, XCX, XXC, XXX}, en total hay ocho sucesos ($2\cdot2\cdot2 = 2^3 = 8$).

b) Halla la probabilidad de:
i) Obtener más caras que cruces. **ii)** Obtener las mismas caras que cruces. **(1 punto)**

Me piden **p(más caras que cruces) =** $\dfrac{\text{número de casos favorables}}{\text{número de casos posibles}}$ **= 4/8 = 0'5.**

Me piden **p(mismo número de caras que cruces) =** $\dfrac{\text{número de casos favorables}}{\text{número de casos posibles}}$ **= 0/8 = 0.**

OPCIÓN B

E1. Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&0\\1&0&k\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&2\\1&1&2\end{pmatrix}$

a) Discutir, según los valores de **k**, cuándo A tiene inversa y calcularla para **k = 2**. **(1 punto)**
b) Para **k = 2**, resolver la siguiente ecuación matricial: **AX + B = AB**. **(1 punto)**

a) Una matriz tiene inversa si su determinante es no nulo

$$|A|=\begin{vmatrix}1&0&1\\0&1&0\\1&0&k\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1&0&1\\0&1&0\\0&0&k-1\end{vmatrix}=1\cdot\begin{vmatrix}1&0\\0&k-1\end{vmatrix}=k-1\Rightarrow Si\,|A|=0\Rightarrow k-1=0\Rightarrow k=1$$

$$\forall k\in\Re-\{1\}\Rightarrow |A|\neq 0\Rightarrow Existe\ A^{-1}\Rightarrow A^{-1}=\frac{1}{|A|}\cdot adj\ A^t$$

$$Con\ k=2\Rightarrow |A|=2-1=1\Rightarrow A=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&0\\1&0&2\end{pmatrix}\Rightarrow A^t=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&0\\1&0&2\end{pmatrix}\Rightarrow adj\ A^t=\begin{pmatrix}2&0&-1\\0&1&0\\-1&0&1\end{pmatrix}$$

$$A^{-1}=\frac{1}{1}\cdot\begin{pmatrix}2&0&-1\\0&1&0\\-1&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&0&-1\\0&1&0\\-1&0&1\end{pmatrix}$$

$b)$

$$AX=AB-B\Rightarrow AX=(A-I)B\Rightarrow A^{-1}AX=A^{-1}(A-I)B\Rightarrow IX=A^{-1}(A-1)B\Rightarrow X=A^{-1}(A-I)B\Rightarrow$$

$$X=\begin{pmatrix}2&0&-1\\0&1&0\\-1&0&1\end{pmatrix}\cdot\left[\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&0\\1&0&2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\right]\cdot\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&2\\1&1&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&0&-1\\0&1&0\\-1&0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&0\\1&0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&2\\1&1&2\end{pmatrix}$$

$$X=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&2\\1&1&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&1&2\\0&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}$$

E2.- Dado el plano $\pi\equiv ax+y-z+b=0$ y la recta $r\equiv\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{1}$

a) Encontrar **a** y **b** para que la recta este contenida en el plano. **(1 punto)**
b) ¿Existen valores **a** y **b** para que la recta sea perpendicular al plano? Razonar la posible respuesta negativa o encontrarlos en su caso. **(1 punto)**

a) Los vectores directores de plano y recta son perpendiculares y su producto escalar nulo, además el punto R de la recta (determinado en su ecuación) pertenece al plano

$$\begin{cases}\overrightarrow{v_\pi}=(a,1,-1)\\\overrightarrow{v_r}=(1,-1,1)\end{cases}\Rightarrow \overrightarrow{v_\pi}\perp\overrightarrow{v_r}\Rightarrow\overrightarrow{v_\pi}\cdot\overrightarrow{v_r}=(a,1,-1)\cdot(1,-1,1)=a-1-1=0\Rightarrow a=2$$

$$R(1,2,3)\Rightarrow 2\cdot 1+2-3+b=0\Rightarrow 1+b=0\Rightarrow b=-1$$

Continuación del problema E2 de la Opción B

b) Para analizar si la recta puede ser perpendicular al plano, tenemos que estudiar si sus vectores directores son iguales o proporcionales (el valor de **b** puede ser cualquiera de los números reales)

$$\begin{cases} \overrightarrow{v_\pi} = (a\,,1\,,-1) \\ \overrightarrow{v_r} = (1\,,-1\,,1) \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{1} = \frac{1}{-1} = \frac{-1}{1} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{a}{1} = \dfrac{1}{-1} \Rightarrow -a = 1 \Rightarrow a = -1 \\ \dfrac{a}{1} = \dfrac{-1}{1} \Rightarrow a = -1 \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{v_\pi} \,|\,|\, \overrightarrow{v_r} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b \in \Re \end{cases}$$

E3.- De todos los rectángulos cuyo perímetro es 40 cm, encontrar el que tiene la diagonal de menor longitud. **(2 puntos)**

Sea **L** la longitud del rectángulo y **H** su altura

$$\begin{cases} 2L + 2H = 40 \Rightarrow L + H = 20 \Rightarrow H = 20 - L \\ D = \sqrt{L^2 + H^2} \end{cases} \Rightarrow D = \sqrt{L^2 + (20 - L)^2} = \sqrt{L^2 + 400 - 40L + L^2} = \sqrt{2L^2 - 40L + 400}$$

$$D = \sqrt{2}\sqrt{L^2 - 20L + 200} \Rightarrow D' = \frac{dD}{dL} = \sqrt{2} \cdot \frac{2L - 20}{2\sqrt{L^2 - 20L + 200}} = \sqrt{2} \cdot \frac{L - 10}{\sqrt{L^2 - 20L + 200}} \Rightarrow$$

$$D' = 0 \Rightarrow \sqrt{2} \cdot \frac{L - 10}{\sqrt{L^2 - 20L + 200}} = 0 \Rightarrow L - 10 = 0 \Rightarrow L = 10 \Rightarrow$$

$$D'' = \frac{dD'}{dL} = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{L^2 - 20L + 200} - \dfrac{2L - 20}{2\sqrt{L^2 - 20L + 200}}(L - 10)}{L^2 - 20L + 200} = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{L^2 - 20L + 200} - \dfrac{(L - 10)^2}{\sqrt{L^2 - 20L + 200}}}{L^2 - 20L + 200}$$

$$D'' = \frac{dD'}{dL} = \sqrt{2} \cdot \frac{L^2 - 20L + 200 - L^2 + 20L - 100}{(L^2 - 20L + 200)\sqrt{L^2 - 20L + 200}} = \sqrt{2} \cdot \frac{100}{(L^2 - 20L + 200)\sqrt{L^2 - 20L + 200}}$$

$$D''(10) = \sqrt{2} \cdot \frac{100}{(10^2 - 20 \cdot 10 + 200)\sqrt{10^2 - 20 \cdot 10 + 200}} = \sqrt{2} \cdot \frac{100}{100\sqrt{100}} = \sqrt{2} \cdot \frac{100}{1000} = \frac{\sqrt{2}}{10} > 0 \Rightarrow Mínimo$$

$$\begin{cases} L = 10\ cm \\ H = 10\ cm \end{cases} \Rightarrow Es\ un\ cuadrado$$

E4.- a) Calcular $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{3e^x - sen\ x}{e^x + x}$ **(1 punto)**

b) Encontrar el área del recinto limitado por las funciones $f(x) = |x| - 1$ **y** $g(x) = 1 - x^2$ **(1 punto)**

$a)$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{3e^x - sen\ x}{e^x + x} = \frac{\infty}{\infty} = \xrightarrow{Apicando\ L'Hopital} = \lim_{x \to +\infty} \frac{3e^x - \cos x}{e^x + 1} = \frac{\infty}{\infty} = \xrightarrow{Apicando\ L'Hopital} =$$

$$= \lim_{x \to +\infty} \frac{3e^x - (-sen\ x)}{e^x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{3e^x + sen\ x}{e^x} = \frac{\infty}{\infty} = \lim_{x \to +\infty} \frac{3\dfrac{e^x}{e^x} + \dfrac{sen\ x}{e^x}}{\dfrac{e^x}{e^x}} = \lim_{x \to +\infty} \frac{3 + \dfrac{sen\ x}{\infty}}{1} = \frac{3 + 0}{1} = 3$$

$b)$

$$\begin{cases} x>0 \Rightarrow f(x)=\begin{cases} -x-1 & si \quad x<0 \\ x-1 & si \quad x\geq 0 \end{cases} \\ \qquad\qquad g(x)=1-x^2 \end{cases}$$

$$Puntos\ de\ corte\ con\ OX\ \ y=0 \Rightarrow \begin{cases} f(x)=0 \Rightarrow \begin{cases} -x-1=0 \Rightarrow -x=1 \Rightarrow x=-1 \\ x-1=0 \Rightarrow x=1 \end{cases} \\ g(x)=0 \Rightarrow 1-x^2=0 \Rightarrow 1=x^2 \Rightarrow x=\pm\sqrt{1} \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=1 \end{cases} \end{cases}$$

$$Puntos\ de\ corte\ entre\ \ funciones \Rightarrow \begin{cases} 1-x^2=-x-1 \Rightarrow x^2-x-2=0 \Rightarrow \Delta=(-1)^2-4\cdot 1\cdot(-2)=9 \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=2 \notin x<0 \end{cases} \\ 1-x^2=x-1 \Rightarrow x^2+x-2=0 \Rightarrow \Delta=1^2-4\cdot 1\cdot(-2)=9 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-2 \notin x>0 \end{cases} \end{cases}$$

$$x=0 \in (-1\,,1) \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} f(0^-)=-0-1=-1<0 \\ f(0^+)=0-1=-1<0 \end{cases} \\ g(0^-)=1-0^2=1>0 \end{cases}$$

$$A=\int_{-1}^{0}(1-x^2)\,dx+\left|\int_{-1}^{0}(-x-1)\,dx\right|+\int_{0}^{1}(1-x^2)\,dx+\left|\int_{0}^{1}(x-1)\,dx\right|=\int_{-1}^{1}(1-x^2)\,dx+\int_{-1}^{0}(x+1)\,dx+\int_{0}^{1}(-x+1)\,dx=$$

$$A=[x]_{-1}^{1}-\frac{1}{3}\cdot[x^3]_{-1}^{1}+\frac{1}{2}\cdot[x^2]_{-1}^{0}+[x]_{-1}^{0}-\frac{1}{2}\cdot[x^2]_{0}^{1}+[x]_{0}^{1}=$$

$$=[1-(-1)]-\frac{1}{3}\cdot\left[1^3-(-1)^3\right]+\frac{1}{2}\cdot\left[0^2-(-1)^2\right]+[(-1)-0]$$

E5.- El diámetro del interior de un anillo se distribuye normalmente con una media de 10 cm y una desviación típica de 0,03.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que un anillo tenga un diámetro mayor de 10,075? **(1 punto)**
b) ¿Cuál es la probabilidad de que un anillo tenga un diámetro entre 9,97 y 10,03? **(1 punto)**

Se trata de una distribución normal N(10,0’03). Calculemos las probabilidades pedidas:
a)
¿Cuál es la probabilidad de que un anillo tenga un diámetro mayor de 10,075?

Me piden **p(X ≥ 10’075) =** 1 - p(X ≤ 10’075) = 1 - $p\left(Z \leq \frac{10'075 - 10}{0'03}\right)$ = 1 - p(Z ≤ 2’5) = 1 – 0’9938 **= 0’0062.**

b)
¿Cuál es la probabilidad de que un anillo tenga un diámetro entre 9,97 y 10,03?

Me piden **p(9’97 ≤ X ≤ 10’03) =** $p\left(\frac{9'97 - 10}{0'03} \leq \ Z \leq \frac{10'03 - 10}{0'03}\right)$ = p(-1 < Z ≤ 1) =
= p(Z ≤ 1) - p(Z ≤ -1) = p(Z ≤ 1) - [1 - p(Z ≤ 1)] = 2·p(Z ≤ 1) – 1 = 2·0’8413 – 1 **= 0’6826**.