Ejercicios de Binomial y Normal

1. Se toman cada día, durante un período de 20 días, 10 piezas de la producción de una fábrica, encontrándose esta distribución del número diario de piezas defectuosas:

Nº de piezas defectuosas	0	1	2	3
Días	13	5	1	1

   a) Suponiendo que la probabilidad de obtener pieza defectuosa se mantiene fija, ajustar una distribución binomial a los datos. *Sol*: $B(10\ ;\ 0,05)$.

   b) En el supuesto binomial anterior, hallar la probabilidad de que un día haya en la muestra 4 o más piezas defectuosas. *Sol*: 0.0011

2. En una distribución N(173, 6) halla las siguientes probabilidades:
   a) $P(X \leq 173)$; b) $P(X \geq 180{,}5)$; c) $P(161 \leq X < 180{,}5)$; d) $P(172 < X < 174)$

3. Sea X una variable aleatoria continua N(0, 1), determina el valor de k en los siguientes casos:
   a) $P(X < k) = 0{,}85$; b) $P(-k < X \leq k) = 0{,}9$; c) $P(X \geq k) = 0{,}36$

4. Las notas en un cierto examen se distribuyen normalmente con media 5,3 y desviación típica 2,4. Halla la probabilidad de que un estudiante tomado al azar tenga una nota: a) superior a 7; b) inferior a 5; c) comprendida entre 5 y 7. *Sol*: a) 0,2177; b) 0,4512; c) 0,3311

5. En una urna hay 50 bolas, 20 azules y el resto blancas. Se elige una bola al azar, se anota su color, se devuelve a la urna y se repite el proceso 7 veces. Calcula las siguientes probabilidades:
   a) ha habido cinco extracciones de color blanco; b) el color blanco no ha aparecido más de dos veces; c) ha habido cuatro extracciones blancas y dos verdes; d) ninguna extracción es blanca.

6. Las notas de un examen de Historia han tenido una distribución normal con media 6,5 y desviación típica 1; mientras que en un examen de Matemáticas la media ha sido 6 y la desviación típica 1,25. Un alumno ha sacado un 8 en Historia y otro 8 en Matemáticas; tipifica ambas notas, ¿en qué asignatura consideras que ha obtenido mejor rendimiento?

   Solución: $Z_H = \dfrac{8-\mu_H}{\sigma_H} = \dfrac{8-6{,}5}{1} = 1{,}50$; $Z_M = \dfrac{8-\mu_M}{\sigma_M} = \dfrac{8-6}{1{,}25} = 1{,}60 > Z_H$

   Ha obtenido mejor rendimiento en Matemáticas

7. El valor X del recibo mensual de la luz de una familia sigue una distribución normal de media 80 euros y desviación típica 5 euros. Calcula las siguientes probabilidades: $P(X < 85)$; $P(X \leq 70)$; $P(X \geq 77)$; $P(74 \leq X \leq 88)$

   Solución:
   $$P(X < 85) = P(Z < 1) = 0{,}8413$$
   $$P(X \leq 70) = P(Z \leq -2) = P(Z \geq 2) = 1 - P(Z < 2) = 1 - 0.9772 = 0{,}0228$$
   $$P(X \geq 77) = P(Z \geq -0{,}6) = P(Z \leq 0{,}6) = 0{,}7257$$
   $$P(74 \leq X \leq 88) == P(-1{,}2 \leq Z \leq 1{,}6) = P(Z \leq 1{,}6) - P(Z \leq -1{,}2) = 0{,}8301$$

8. Una máquina automática produce unos ejes de anchura media 10 mm y desviación típica 0,1 mm. Los ejes que tienen una anchura superior a 10,2 mm no sirven por ser demasiado anchos, y lo mismo ocurre con los que miden menos de 9,8 mm (en este caso por ser demasiado estrechos). ¿Qué porcentaje de ejes habrá que desechar?

   Solución: Sea X = anchura de un eje $\equiv$ N (10; 0,1)
   $$P(9{,}8 \leq X \leq 10{,}2) = P(-2 \leq Z \leq 2) = P(Z \leq 2) - P(Z \leq -2) = 2P(Z \leq 2) - 1 = 0{,}9545$$
   Luego el 95,45% de los ejes serán aceptables y habrá que desechar el 4,55% de los ejes fabricados.

9. Se sabe que el 2% de las piezas fabricadas por una máquina automática son defectuosas. Calcula la probabilidad de que en un lote de 5000 piezas fabricadas haya más de 120 piezas defectuosas.

   Solución: X = nº de piezas defectuosas en el lote $\equiv$ B(5000; 0,02). Como $n > 30$, $np > 5$, $nq > 5$, podemos aproximar la distribución binomial por una normal: $X \cong N(100, \sqrt{98})$