Ejercicios y problemas de Probabilidad

1. En una ciudad se publican tres periódicos *A*, *B* y *C*. Según un estudio realizado se estima que de la población adulta el 25% lee *A*, el 33% *B*, el 39% *C*, el 6% *A* y *B*, el 8% *B* y *C*, el 7% *A* y *C*, y el 1% *A*, *B* y *C*. ¿Qué porcentaje de adultos no leen ningún periódico?, ¿cuántos leen solamente un periódico?, ¿cuántos leen exactamente dos periódicos?, ¿cuántos leen *A* pero no leen *C*?, ¿cuántos leen *A* o *B*?

Solución:

$P(\text{no leen}) = 0{,}23 \quad P(\text{leen } 1) = 0{,}58 \quad P(\text{leen } 2) = 0{,}18 \quad P(A \cap C^c) = 0{,}18 \quad P(A \cup B) = 0{,}52$

2. ¿Puede existir una probabilidad P definida en el espacio muestral $E = \{A, B, C\}$ que verifique $P(A) = P(B) - P(C)$ y $P(C) = 3P(B)$?

3. Sea P una probabilidad definida en $E = \{A, B, C\}$. Halla $P(A)$ siendo $2P(B) = P(A)$ y $P(C) = P(B)$. *Sol*: $P(A) = \dfrac{1}{2}$

4. Se tienen dos sucesos *A* y *B* tales que $P(A) = 0{,}5$; $P(B) = 0{,}75$ y $P(A \cup B) = 0{,}875$. ¿Son *A* y *B* sucesos incompatibles? ¿Y sucesos independientes?

   Solución: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = 0{,}375 > 0 \Rightarrow A \cap B \neq \varnothing$ luego son compatibles. $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0{,}375$ Los sucesos son independientes

5. ¿Cuál es la probabilidad de obtener una suma de puntos igual a 8 al lanzar dos dados cúbicos? *Sol*: $5/36$

6. Se consideran 8 números, cuatro de ellos positivos y cuatro negativos. Elegimos dos de ellos al azar y los multiplicamos. ¿Cuál es la probabilidad de obtener como resultado un número positivo? *Sol*: $3/7$

7. Elvira se sabe 18 unidades de las 22 de que consta el libro de Geografía. En un examen, por medio de bolas, se eligen dos unidades al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que se sepa los dos? *Sol*: 0,66234

8. Sean A y B sucesos independientes, prueba que $P(A \cup B) = 1 - P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B})$.

Solución:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B) = P(A) \cdot [1 - P(B)] + P(B) =$$
$$= P(A) \cdot P(\bar{B}) + 1 - P(\bar{B}) = 1 - P(\bar{B}) \cdot [1 - P(A)] = 1 - P(\bar{B}) \cdot P(\bar{A}) = 1 - P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B})$$

9. En cierta región se ha hecho un estudio sobre el carácter daltónico de las personas y se ha encontrado que 8 de cada 1000 hombres y una de cada 500 mujeres padece daltonismo. Se elige una persona al azar y se sabe que presenta daltonismo. ¿Qué probabilidad hay de que se trate de una mujer? ¿Y de que se trate de un hombre?

Sol: $P(M / D) = 0{,}2$; $P(H / D) = 0{,}8$

10. Si A y B son dos de los posibles sucesos que pueden presentarse en un experimento aleatorio, calcular, en función de las probabilidades $P(A)$; $P(B)$; $P(A \cap B)$, los siguientes sucesos:

    C={no se presenta ninguno de los sucesos A y B}; D={se presenta exactamente uno de los sucesos A o B}.

Solución: $P(C) = 1 + P(A \cap B) - P(A) - P(B) \qquad P(D) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$

Ejercicios y problemas de Probabilidad

1. Sean $A=\{3,6,9\}$ y $B=\{2,3,5,7\}$ dos sucesos de un espacio muestral E. Comprueba que

   $a)$ $\left(\overline{A\cup B}\right)=\overline{A}\cap\overline{B}$; $b)$ $\left(\overline{A\cap B}\right)=\overline{A}\cup\overline{B}$; $c)$ $A\cup\left(A\cap B\right)=A$; $d)$ $A\cap\left(A\cup B\right)=A$

2. Se tienen tres recipientes A, B y C. El recipiente A contiene 3 galletas de vainilla y 2 de chocolate, el B contiene 3 de chocolate y 2 de vainilla, y el C contiene 2 de vainilla y 1 de chocolate. Se elige un recipiente al azar y se coge una galleta también al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que sea de chocolate?

   Solución: $P(g=Ch)=4/9$

3. Sea P una probabilidad definida en $E=\{A,B,C\}$. Halla $P(A)$ siendo $P(B)=2P(A)$ y $P(C)=P(B)$. *Sol*: $P(A)=1/5$

4. Sean A y B dos sucesos tales que $P\left(A\right)=0,5$; $P\left(B\right)=0,4$ y $P\left(A\cap B\right)=0,2$. Calcula:

   $a)$ $P\left(A\cup B\right)$; $b)$ $P\left(A-B\right)$; $c)$ $P\left(B-A\right)$; $d)$ $P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)$; $e)$ $P\left(\overline{A}\cup\overline{B}\right)$; $f)$ $P\left(\overline{A}\cap B\right)+P\left(A\cap\overline{B}\right)$

5. Una caja contiene 10 bolas blancas, 5 negras y 5 rojas. Se extraen dos bolas consecutivamente de la caja. Calcula la probabilidad de que las dos sean blancas si:

   a) La extracción se hace con reemplazamiento.

   b) La extracción se hace sin reemplazamiento.

   Solución: $a)$ $P\left(b\right)=1/4$; $b)$ $P\left(b\right)=9/38$

6. ¿Cómo deben distribuirse dos bolas blancas y 2 bolas negras en dos urnas para que al elegir una urna al azar y extraer de ella una bola también al azar, sea máxima la probabilidad de obtener bola blanca? (La única condición es que cada urna tenga al menos una bola).

   Solución: Una bola blanca en una urna y el resto en la otra urna.

7. En un dado trucado, la probabilidad de que aparezca un número par es doble que la de aparecer número impar. Calcula:

   a) Probabilidad de que salga el número 1; b) Probabilidad de que salga un número impar; c) Probabilidad de que salga el número 4; d) Probabilidad de que salga un número par.

8. Sean A y B sucesos independientes, prueba que $P(A\cup B)=1-P(\overline{A})\cdot P(\overline{B})$.

9. Dados los sucesos A y B, sabemos que $P\left(A\cap B\right)=0,1$; $P\left(A\cup B\right)=0,7$ y $P\left(A/B\right)=0,2$.

   a) Calcula $P\left(A\right)$; $P\left(B\right)$ y $P\left(\overline{A}\cup B\right)$

   b) ¿Son independientes los sucesos A y B?

   Sol: $P\left(A\right)=0,3$; $P\left(B\right)=0,5$ No son independientes

10. Sean A y B dos sucesos, tales que: $P\left(A\right)=1/4$; $P\left(B\right)=1/3$ y $P\left(A\cup B\right)=1/2$

    ¿Son A y B sucesos independientes? Calcula $P\left(\overline{A}/\overline{B}\right)$ *Sol*: Sí. $P\left(\overline{A}/\overline{B}\right)=3/4$