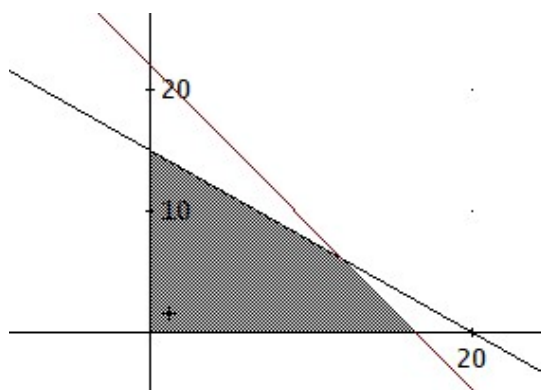


Bachillerato de Ciencias Humanas y Sociales	
SOLUCIONES	Julio de 2018

OPCIÓN A

Problema 1. Las restricciones: $\begin{cases} 30x + 40y \leq 600 \\ 40x + 30y \leq 660 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$ determinan la región factible:



Los puntos posibles son $A(0,0)$, $B(0,15)$, $C(16,5,0)$ y $D(12,6)$. Sustituyendo en la función objetivo $F(x,y)=40x+35y$ se obtiene:

$F(A)=0$, $F(B)=525$, $F(C)=660$ y $F(D)=690$. Luego se deben producir 12 unidades del producto A y 6 unidades del producto B y se consigue un ingreso máximo de 690 €.

Problema 2. a) $x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow (x+2)(x-1) \leftarrow D = \mathbb{R} - \{-2,1\}$.

Punto de corte con el eje de ordenadas: $x = 0 \rightarrow y = 3/2 \rightarrow (0, 3/2)$.

Puntos de corte con el eje de abscisas:

$$y = 0 \rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow (x+1)(x-3) = 0 \rightarrow (-1,0) \wedge (3,0).$$

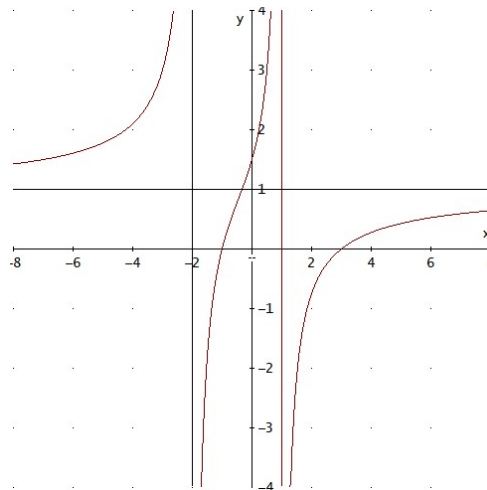
b) Asíntotas verticales: $x = -2 \wedge x = 1$.

Asíntota horizontal: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + x - 2} = 1 \rightarrow y = 1$

c) $f'(x) = \frac{3x^2 + 2x + 7}{(x^2 + x - 2)^2} = 0 \rightarrow 3x^2 + 2x + 7 = 0$ no tiene soluciones reales y por tan-

to no tiene extremos relativos.

$(-\infty, -2) f'(x) > 0$ creciente; $(-2, 1) f'(x) > 0$ creciente; $(1, \infty) f'(x) > 0$ creciente.



Problema 3. $p(S) = 1 - 0.4 = 0.6$.

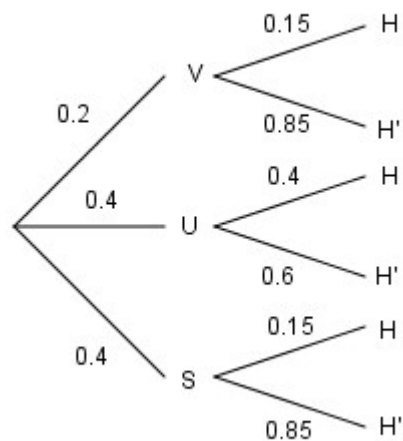
$$p(H) = 0.25 = 0.2 \cdot 0.15 + 0.4 \cdot 0.4 + 0.4 \cdot p(H/S) \rightarrow p(H/S) = 0.15.$$

$$\text{a) } p(U/H) = \frac{p(U \cap H)}{p(H)} = \frac{0.4 \cdot 0.4}{0.25} = 0.64.$$

$$\text{b) } p(V/H') = \frac{p(V \cap H')}{p(H')} = \frac{0.2 \cdot 0.85}{1 - 0.25} \approx 0.2267.$$

$$\text{c) } P(H/S) = 0.15.$$

$$\text{d) } p(V' \cap H') = p(U \cap H') + (S \cap H') = 0.4 \cdot 0.6 + 0.4 \cdot 0.85 = 0.58.$$



OPCIÓN B

Problema 1. a) $|A| = \begin{vmatrix} 1/3 & -2/3 & 2/3 \\ 2/3 & 2/3 & 1/3 \\ -2/3 & 1/3 & 2/3 \end{vmatrix} = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \begin{vmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \end{vmatrix} = \frac{1}{27} 27 = 1.$

b) $A \cdot A^t = \begin{pmatrix} 1/3 & -2/3 & 2/3 \\ 2/3 & 2/3 & 1/3 \\ -2/3 & 1/3 & 2/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/3 & 2/3 & -2/3 \\ -2/3 & 2/3 & 1/3 \\ 2/3 & 1/3 & 2/3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = I = A \cdot A^{-1}.$

Por tanto se comprueba que la matriz A es ortogonal: $A^{-1} = A^t$.

c) $AX = B \rightarrow A^{-1}AX = A^{-1}B \rightarrow X = A^t B \rightarrow X = \begin{pmatrix} 1/3 & 2/3 & -2/3 \\ -2/3 & 2/3 & 1/3 \\ 2/3 & 1/3 & 2/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/3 \\ 1/3 \\ 5/3 \end{pmatrix}.$

Problema 2.

a) Para que sea continua en $x = 1$: $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) \rightarrow 1 = \frac{a}{2} = 1 \rightarrow a = 2.$

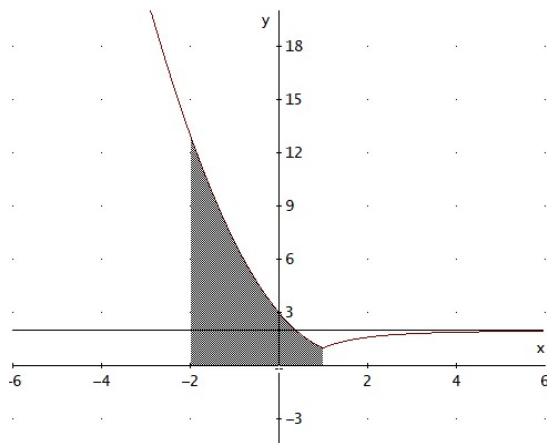
En el resto de valores de x la función es continua.

b) $f'(x) = \begin{cases} 2x - 3 & x < 1 \\ \frac{4x}{(x^2 + 1)^2} & x > 1 \end{cases}$, y los valores en que se anula la derivada quedan fuera

del intervalo de definición de la función a trozos. En $(-\infty, 1)$ $f'(x) < 0$ es decreciente y $(1, \infty)$ $f'(x) > 0$ es creciente. Por tanto tiene el mínimo $m(1, 1)$.

c) Asíntotas verticales no tiene. Tiene la asíntota horizontal $y = 2$ por la derecha ya

que $\lim_{x \rightarrow +\infty^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty^-} \frac{2x^2}{x^2 + 1} = 2$ y $\lim_{x \rightarrow -\infty^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty^-} (x^2 - 3x - 3) = \infty.$



d) La integral definida vale:

$$\int_{-2}^1 f(x) dx = \int_{-2}^1 (x^2 - 3x + 3) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 3x \Big|_{-2}^1 = \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{2} + 3 \right) - \left(-\frac{8}{3} - 6 - 6 \right) = \frac{32}{2}.$$

Problema 3. $A = \{\text{coche propio}\}$, $B = \{\text{transporte público}\}$, $C = \{\text{andando}\}$

y $D = \{\text{llegar tarde}\}$.

$p(B) = 2p(C)$ y $0.7 + p(B) + p(C) = 1$. Resolviendo el sistema, se obtiene:

a) $p(D') = 0.7 \cdot 0.94 + 0.2 \cdot 0.97 + 0.1 \cdot 0.99 = 0.951$.

b) $p(B/D) = \frac{p(B \cap D)}{p(D)} = \frac{0.2 \cdot 0.03}{1 - 0.951} \approx 0.1224$.

c) $p(C'/D') = \frac{p(C' \cap D')}{p(D')} = \frac{p(A \cap D') + p(B \cap D')}{p(D')} = \frac{0.7 \cdot 0.94 + 0.2 \cdot 0.97}{0.951} \approx 0.8959$.

