

Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud	
ENUNCIADOS	Julio de 2017

OPCIÓN A

Problema 1. Sean A y B dos matrices cuadradas de orden 3 tales que:

$$A^2 = -A - I \text{ y } 2B^3 = B, \text{ siendo } I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ la matriz identidad. Obtener ra-}$$

zonadamente, escribiendo todos los pasos utilizados:

- La justificación de que la matriz A es invertible y el cálculo de la matriz A^{-1} en función de A y de I .
- Los valores posibles del determinante de B .
- El valor del determinante de la matriz B^2 , sabiendo que la matriz B tiene inversa.

Problema 2. Se dan la recta $r: \begin{cases} x - 2y - 2z = 1 \\ x + 3y - z = 1 \end{cases}$ y el plano $\pi: 2x + y + mz = n$

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos utilizados:

- Los valores de m y n para que la recta r y el plano π se corten en un punto.
- Los valores de m y n para que la recta r y el plano π no se corten.
- Los valores de m y n para que la recta r está contenida en el plano π .

Problema 3. Se consideran las curvas $y = x^3$, $y = ax$ y la función $f(x) = x^3 - ax$, siendo a un parámetro real y $a > 0$. Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos utilizados:

- Los puntos de corte de la curva $y = f(x)$ con los ejes de coordenadas y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función f .
- La gráfica de la función f cuando $a=9$.
- Calcular, en función del parámetro a , el área de la región acotada del primer cuadrante encerrada entre la curva $y = x^3$ e $y = ax$, cuando $a > 1$.

- d) El valor del parámetro a para el que el área obtenida en el apartado c) coincide con el área de la región acotada comprendida entre la curva $y = x^3$, el eje OX y las rectas $x=0$ y $x=2$.

OPCIÓN B

Problema 1. Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Obtener

razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- La justificación de que A tiene matriz inversa y el cálculo de dicha inversa A^{-1} .
- La justificación de que $A^4 = I$.
- El cálculo de las matrices A^7 , A^{30} y A^{100} .

Problema 2. Se dan la recta $r: \frac{x-1}{4} = \frac{y}{a} = \frac{z-1}{-1}$ y el plano $\pi: 2x - y + bz = 0$,

siendo a y b dos parámetros reales. Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento:

- El punto de intersección de la recta r y el plano π cuando $a=-b=1$.
- La distancia entre la recta r y el plano π cuando $a=b=4$.
- La posición relativa de la recta r y el plano π en función de los valores de los parámetros a y b .

Problema 3. Se considera el triángulo T de vértice $O=(0,0)$, $A(x,y)$ y $B(0,y)$ siendo $x>0$ e $y>0$, y tal que la suma de las longitudes de los lados OA y AB es 30 metros.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento:

- El área del triángulo T en función de x .
- El valor de x para el que dicha área es máxima.
- El valor de dicha área máxima.