PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

Distrito Universitario de Canarias

CURSO 2007-2008 - CONVOCATORIA: SEPTIEMBRE

MATERIA: FÍSICA

De las dos opciones propuestas, sólo hay que desarrollar una opción completa. Cada problema correcto vale por tres puntos. Cada cuestión correcta vale por un punto.

OPCIÓN A

PROBLEMAS

1.

a) Si aplicamos la ecuación de las lentes delgadas podemos despejar la posición de la imagen

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}\Rightarrow\frac{1}{s'}=\frac{1}{s}+\frac{1}{f'}=\frac{1}{-30}+\frac{1}{-20}=\frac{-20-30}{20\cdot 30}=-\frac{50}{600}=-\frac{1}{12}\Rightarrow s'=-12\,\text{cm}$$

Para calcular el tamaño, basta con usar la definición de aumento lateral,

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}\Rightarrow y'=\frac{s'}{s}y=\frac{-12\text{cm}}{-30\text{cm}}5\text{cm}=2\text{cm}$$

b) Si aplicamos la ecuación de las lentes delgadas podemos despejar la posición de la imagen

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}\Rightarrow\frac{1}{s'}=\frac{1}{s}+\frac{1}{f'}=\frac{1}{-10}+\frac{1}{-20}=\frac{-20-10}{10\cdot 20}=-\frac{30}{200}=-\frac{3}{20}\Rightarrow s'=-\frac{20}{3}\,\text{cm}$$

Para calcular el tamaño, basta con usar la definición de aumento lateral,

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}\Rightarrow y'=\frac{s'}{s}y=\frac{-\frac{20}{3}\text{cm}}{-30\text{cm}}5\text{cm}=\frac{10}{9}\,\text{cm}$$

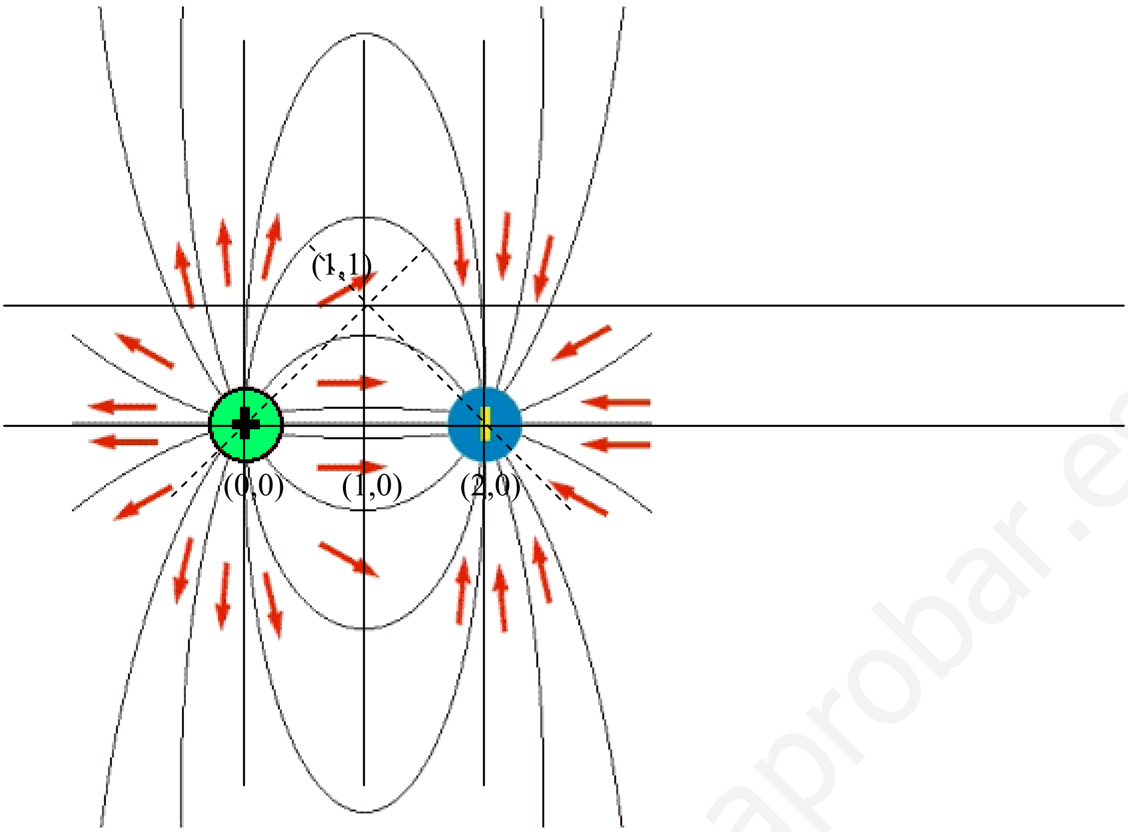
c) Como sabemos que la fórmula que relaciona la potencia de una lente con las dioptrías es la inversa de la distancia focal indicada en metros,

$$P=\frac{1}{f'}\Rightarrow P=\frac{1}{-0{,}2}=-5\text{dioptrías}$$

Al ser la potencia negativa, nos indica que la lente es divergente.

2.

a) Calcula el campo eléctrico en un punto P situado en (1, 0)



El campo eléctrico en el punto (1, 0) será debido a la contribución de las dos cargas eléctricas en los puntos A (0,0) y B (2,0). La fórmula que nos permite calcular dichas contribuciones es

$$\vec{E} = \frac{KQ}{r^3}\vec{r}$$

En el caso de la primera carga tenemos que

$$\vec{E}_1 = \frac{KQ_1}{r_1^{\,3}}\vec{r} = 9\times10^9\,\frac{Nm^2}{C^2}\,\frac{0{,}010C}{(1m)^3}\,\hat{i}\,m = 9\times10^7\,\hat{i}\,\frac{N}{C}$$

De forma similar, sustituyendo los datos de la segunda carga,

$$\vec{E}_2 = \frac{KQ_2}{r_2^{\,3}}\vec{r} = 9\times10^9\,\frac{Nm^2}{C^2}\,\frac{(-0{,}005C)}{(1m)^3}(-\hat{i}\,)m = \frac{9}{2}\times10^7\,\hat{i}\,\frac{N}{C}$$

El campo total en el punto P(1,0) será por tanto

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 9\times10^7\,\hat{i}\,\frac{N}{C} + \frac{9}{2}\times10^7\,\hat{i}\,\frac{N}{C} = 9\times10^7(1+\frac{1}{2})\hat{i}\,\frac{N}{C} = \frac{27}{2}\times10^7\,\hat{i}\,\frac{N}{C} = 1{,}35\times10^8\,\hat{i}\,\frac{N}{C}$$

b) El cálculo del potencial es el más sencillo, ya que se trata de una magnitud escalar. La expresión que nos permite calcularlo es

$$V = \frac{KQ}{r}$$

siendo Q la carga y r la distancia de la carga al punto considerado. El potencial en el punto considerado será debido a la contribución de las dos cargas,

$$V_A = \frac{KQ_A}{r_A} = \frac{9\times10^9 Nm^2C^{-2}\times 0{,}01C}{\sqrt{1^2+1^2}m} = \frac{9\times10^7}{\sqrt{2}}V$$

Si hacemos lo mismo para la carga situada en B,

$$V_B = \frac{KQ_B}{r_B} = \frac{9\times10^9 Nm^2C^{-2}\times(-0{,}005)C}{\sqrt{1^2+1^2}m} = \frac{9\times10^9\times(-\frac{10^{-2}}{2})}{\sqrt{2}}V = -\frac{9\times10^7}{2\sqrt{2}}V$$

Por tanto, el potencial total en el punto Q (1,1) será

$$V_Q = V_A + V_B = \frac{9\times10^7}{\sqrt{2}}V - \frac{9\times10^7}{2\sqrt{2}}V = \frac{9\times10^7}{\sqrt{2}}(1-\frac{1}{2})V = \frac{9\times10^7}{2\sqrt{2}}V = 3{,}18\times10^7 V$$

c) La expresión que permite calcular el trabajo que se realiza al llevar una partícula desde un punto a otro es $W_{P\to Q} = q\cdot(V_P - V_Q)$. Como ya tenemos el potencial en el punto Q, nos falta por calcular dicho potencial en el punto P, para lo cual debemos obtener las contribuciones de las dos cargas en dicho punto, Q_1 y Q_2.

$$V_A = \frac{KQ_A}{r_A} = \frac{9\times10^9 Nm^2C^{-2}\times 0{,}01C}{1m} = \frac{9\times10^7}{1}V = 9\times10^7 V$$

$$V_B = \frac{KQ_B}{r_B} = \frac{9\times10^9 Nm^2C^{-2}\times(-0{,}005)C}{1m} = \frac{9\times10^9\times(-\frac{10^{-2}}{2})}{1m}V = -\frac{9}{2}\times10^7 V = -4{,}5\times10^7 V$$

Por tanto, el potencial en el punto P será

$$V_P = V_A + V_B = 9\times10^7 V - 4{,}5\times10^7 V = 4{,}5\times10^7 V$$

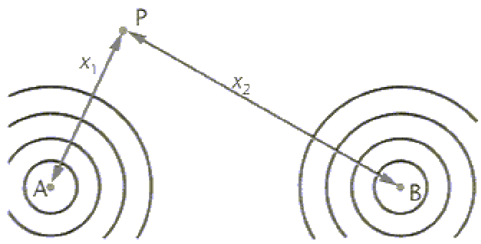
Finalmente, el trabajo para llevar una carga puntual de 0,002C desde P hasta Q será

$$W_{P\to Q} = q\cdot(V_P - V_Q) = 0{,}002C \times (4{,}5\times 10^7 V - 3{,}18\times 10^7 V) = 26400 J$$

CUESTIONES

1. La coincidencia de dos o más ondas que se propagan en un mismo medio se denomina interferencia. Cuando varias ondas avanzan y coinciden en un mismo punto, la perturbación producida en dicho punto es la suma de las perturbaciones que produciría cada una por separado (principio de superposición).

Dado un punto P cualquiera de la zona de interferencia, el conjunto de posibles valores de la amplitud, como resultado de la superposición de las ondas en dicho punto, tendrá un máximo y un mínimo. Cuando el valor es máximo se habla de interferencia constructiva, mientras que si este valor es mínimo se dice que se ha producido interferencia destructiva.



2. La expresión de la energía potencial gravitatoria es

$$E_p = -\frac{GMm}{r}$$

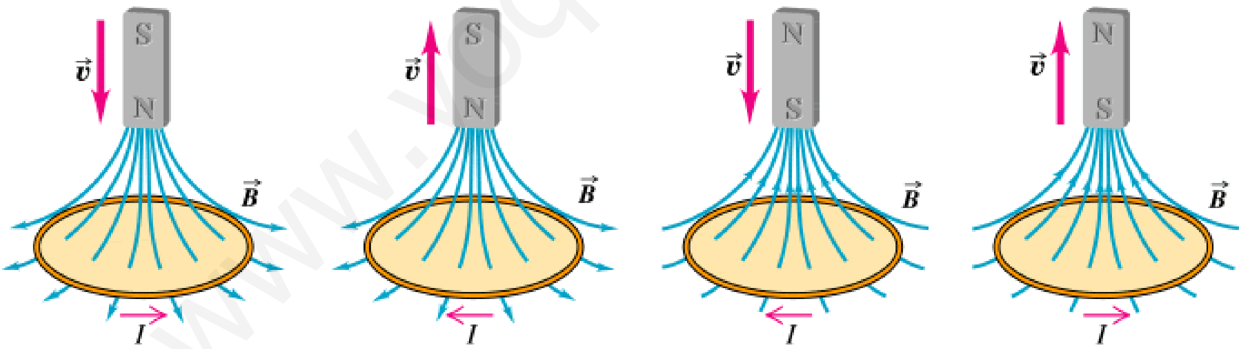
y es una medida de la capacidad de realizar trabajo que tiene una partícula susceptible de moverse bajo la acción de las fuerzas del campo gravitatorio, por el hecho de estar sometida a él.

Puesto que al alejarnos de la Tierra, r aumenta, el módulo de la energía potencial disminuye, pero al ser ésta negativa, implica que dicho alejamiento conlleva un aumento de la energía potencial.

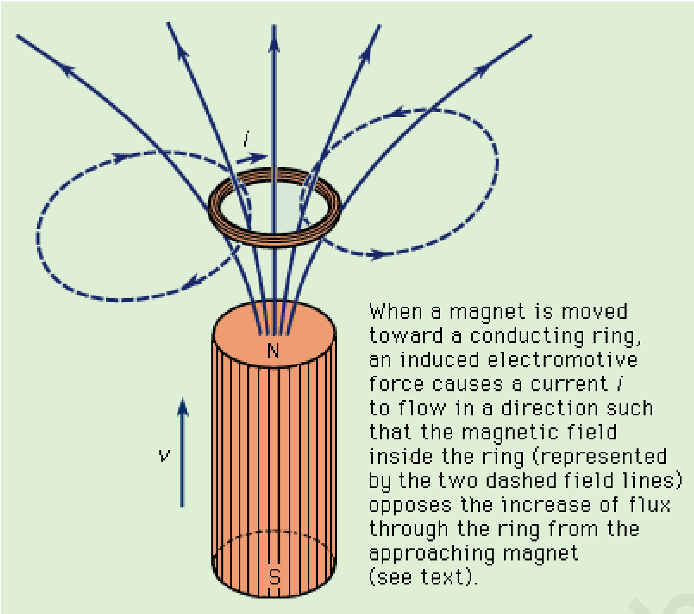
3. La ley de Faraday-Henry afirma que "siempre que un conductor cerrado es atravesado por un flujo magnético variable con el tiempo, se induce en él una fuerza electromotriz igual a menos la velocidad de variación de dicho flujo magnético"

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}$$

La aportación de Lenz viene dada por el hecho de que el sentido de la corriente inducida por la fuerza electromotriz que circula por el conductor tiende a oponerse a la causa que la produce.



Si acercamos el imán a la espira estaremos aumentando el flujo del campo magnético a través de ella, con lo que se inducirá una corriente que deberá oponerse a dicho aumento, por lo que las líneas del campo magnético inducido en la espira deben salir de la cara enfrentada al imán. Por el contrario, si alejamos el imán de la espira estamos disminuyendo el flujo a través de ella, por lo que las líneas del campo magnético inducido en la espira, para compensar esa disminución, deberán salir de la cara opuesta al imán (entrando por la cara enfrentada al imán), con lo que la corriente inducida tiene ahora sentido opuesto.



4. Según la transformación de las longitudes de Lorentz, se pueden relacionar ambas longitudes mediante la ecuación

$$l = l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}},$$

siendo l_o la longitud en reposo, l la longitud en movimiento, v la velocidad y c la velocidad de la luz. Se trata de despejar de dicha ecuación la velocidad v. Por tanto,

$$l = l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow l^2 = l_0^2(1-\frac{v^2}{c^2}) \Rightarrow \frac{l^2}{l_0^2} = 1-\frac{v^2}{c^2} \Rightarrow 1-\frac{l^2}{l_0^2} = \frac{v^2}{c^2} \Rightarrow v^2 = c^2(1-\frac{l^2}{l_0^2})$$

con lo que

$$v = c\sqrt{1-\frac{l^2}{l_0^2}}$$

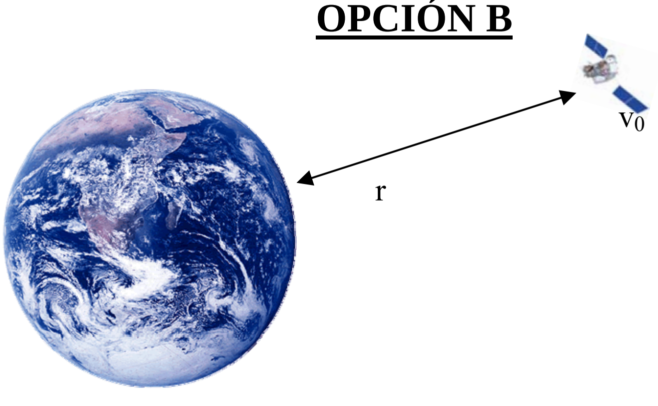
Si sustituimos nuestros datos obtenemos que

$$v = c\sqrt{1-\frac{l^2}{l_0^2}} = c\sqrt{1-\frac{1^2}{3^2}} = c\sqrt{1-\frac{1}{9}} = c\sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}c = 0{,}943\,c$$

OPCIÓN B

PROBLEMAS

1.



a) Cuando un satélite de masa m se encuentra orbitando en torno a un planeta de masa M, la fuerza centrípeta que permite el movimiento circular es igual a la fuerza gravitatoria entre el planeta y el satélite,

$$\frac{mv_o^2}{r} = \frac{GMm}{r^2} \Rightarrow v_o^2 = \frac{GM}{r}$$

Como la velocidad orbital v_o se puede expresar en función del periodo T como

$$v_o = \omega \cdot r = \frac{2\pi}{T} r \Rightarrow v_o^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} r^2$$

Sustituyendo en la primera expresión obtenemos la 3ª ley de Kepler,

$$v_o^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} r^2 = \frac{GM}{r} \Rightarrow 4\pi^2 r^3 = GMT^2 \Rightarrow r^3 = \frac{GMT^2}{4\pi^2}$$

Y despejando el periodo, $4\pi^2 r^3 = GMT^2 \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$

Como el satélite está a una altura sobre la superficie terrestre igual a dos veces el radio de la Tierra, el radio de la órbita, r, que es la distancia desde el centro de la Tierra, será el triple del radio terrestre, $3R_T$. Sustituyendo en la ecuación anterior tenemos que

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}} = 2\pi\sqrt{\frac{(3 \times 6{,}37 \times 10^6\,m)^3}{6{,}67 \times 10^{-11} Nm^2kg^{-2} \cdot 5{,}97 \times 10^{24}\,kg}} = 26304\,s = 438\,min = 7{,}31\,h$$

b) En su órbita circular, la aceleración es la centrípeta,

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{\omega^2 r^2}{r} = \omega^2 r = \frac{4\pi^2}{T^2} r = \frac{4\pi^2}{(26304s)^2} 3 \cdot 6{,}37 \times 10^6\,m \Rightarrow a_c = 1{,}09\ ms^{-2}$$

c) De la 3ª ley de Kepler, y sabiendo que si está a una altura de la superficie que es tres veces el radio de la Tierra, el radio de la órbita a partir del centro de la Tierra será cuatro veces su radio,

$$4\pi^2 r^3 = GMT^2 \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}} = 2\pi\sqrt{\frac{(4 \cdot 6{,}37 \times 10^6\,m)^3}{6{,}67 \times 10^{-11} Nm^2kg^{-2} \cdot 5{,}97 \times 10^{24}\,kg}} \Rightarrow$$

$$T = 40498\ s \approx 675\ min \approx 11{,}25\ horas$$

2.

a) El núcleo ^6Li tiene 3 protones y 3 neutrones. Si sumamos las masas de las partículas que componen este núcleo obtenemos $3m_p + 3m_n = 3\ (1{,}0073 + 1{,}0087)$ uma = 6,048 uma. Sin embargo, la masa del núcleo de ^6Li es 6,0152 uma. A la diferencia entre ambas masas se le denomina defecto de masa, y es debido a que parte de la masa del núcleo es transformada en energía para mantener unido al núcleo atómico (ten en cuenta que en él se encuentran partículas con cargas positivas, que se repelen, y por tanto hace falta mucha energía para mantenerlas unidas). En este caso, el defecto de masa es Δm = 6,048 uma – 6,0152 uma = 0,0328 uma. Existe una fórmula que permite calcular el defecto de masa directamente,

$$\Delta m = [Z\ m_p + (A - Z)\ m_n] - m$$

Para el caso del ^{7}Li, que tiene 3 protones y 4 neutrones, procederemos usando la fórmula anterior, $\Delta m = [Z\ m_p + (A - Z)\ m_n] - m = (3\times1{,}0073 + (7-3)\times1{,}0087) - 7{,}0160 = 0{,}0407$ uma.

Aunque no se diga, en física nuclear se suelen dar las masas en MeV. Si lo hacemos así, tenemos que

$$\Delta m\ (^6\text{Li}) = 0{,}0328\text{uma}\,\frac{931\text{MeV}}{1\text{uma}} = 30{,}54\text{MeV}$$

$$\Delta m\ (^7\text{Li}) = 0{,}0407\text{uma}\,\frac{931\text{MeV}}{1\text{uma}} = 37{,}89\text{MeV}$$

b) Ya sabes que el principio de conservación de la energía, o primer principio de la termodinámica, indica que la energía ni se crea ni se destruye, sólo se puede transformar de unas formas a otras. Se ha constatado experimentalmente que en determinados procesos nucleares la masa y la energía son equivalentes, siendo la expresión que permite calcular dicha equivalencia la famosa ecuación propuesta por A. Einstein, $E = mc^2$, siendo c la velocidad de la luz en el vacío.

Por tanto, una variación en la masa,Δm, irá acompañada por una variación en la energía, ΔE:

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2$$

Aplicando esta ecuación a cada uno de nuestros núcleos atómicos tenemos que en el caso del ^{6}Li,

$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 =$

$$= 0{,}0328\text{uma} \times \frac{1{,}66\times10^{-27}\,\text{kg}}{1\text{uma}} \times (3\times10^8\,\text{m/s})^2 = 4{,}9\times10^{-12}\,\text{J}\,\frac{1\text{MeV}}{1{,}6\times10^{-13}\,\text{J}} = 30{,}627\text{MeV}$$

Y en el caso del ^{7}Li, $\Delta E = \Delta m \cdot c^2 =$

$$= 0{,}0407\text{uma} \times \frac{1{,}66\times10^{-27}\,\text{kg}}{1\text{uma}} \times (3\times10^8\,\text{m/s})^2 = 6{,}08\times10^{-12}\,\text{J}\,\frac{1\text{MeV}}{1{,}6\times10^{-13}\,\text{J}} = 38{,}004\text{MeV}$$

Estas energías son muy pequeñas, pero hay que tener en cuenta que estamos hablando de un solo núcleo, y que si tenemos en cuenta 1 mol de núcleos, en el que hay $6{,}022 \times 10^{23}$ núcleos...haz los cálculos.

c) Finalmente, la energía de enlace por nucleón se puede interpretar como la contribución de cada uno de los nucleones a la estabilidad del núcleo. Se obtiene dividiendo la energía del núcleo por el número total de nucleones. Cuanto mayor sea, más estable será el núcleo.

En el caso del ^{6}Li, $E_n(^6\text{Li}) = \dfrac{\Delta E}{A} = \dfrac{30{,}627\text{MeV}}{6} = 5{,}105$

En el caso del ^{7}Li, $E_n(^7\text{Li}) = \dfrac{\Delta E}{A} = \dfrac{38{,}004\text{MeV}}{7} = 5{,}429$

Por tanto, podemos deducir que el isótopo ^{7}Li es más estable que el ^{6}Li, ya que su energía de enlace por nucleón es mayor.

CUESTIONES

1. La ecuación que describe un movimiento armónico simple es x = A sen (ωt +φ), siendo x la elongación, ω la frecuencia angular y φ el desfase.

Si derivamos esta expresión, obtenemos la velocidad y la aceleración del objeto que oscila en torno a la posición de equilibrio (cuando el objeto está en reposo colgando del resorte).

$$v = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \varphi)$$
$$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \operatorname{sen}(\omega t + \varphi) = -A\omega^2 x$$

Puesto que la velocidad depende de la función coseno, será máxima cuando éste lo sea, es decir, cuando cos (ωt +φ) = ±1, por lo que deberá cumplirse que $\omega t + \varphi = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, ..., (n-1)\pi$, con n = 1, 2, 3,...

Si sustituimos estos valores en la ecuación de la posición, x = A sen (ωt +φ), obtenemos que los máximos de la velocidad ocurren en la posición x = 0, ya que sen 0 = sen π =... = sen (n –1) π = 0.

Si hacemos lo mismo con la aceleración, como ésta depende de la función seno, los valores máximos se alcanzarán cuando sen (ωt +φ) = ±1,

Por lo que deberá cumplirse que $\omega t + \varphi = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, ..., (2n-1)\frac{\pi}{2}$, con n = 1, 2,...

Si sustituimos estos valores en la ecuación de la posición, x = A sen (ωt +φ), obtenemos que los máximos de la aceleración ocurren en las posiciones ± A, es decir, en los extremos del M.A.S., ya que

$$\operatorname{sen}\frac{(2n-1)\pi}{2} = \pm 1$$

2. La ley de Coulomb expresa que la fuerza entre dos cargas eléctricas es directamente proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional a la distancia que las separa, siendo K la constante de proporcionalidad. Su expresión matemática es

$$F = k\frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

Si sustituimos los valores del átomo de Hidrógeno,

$$F = K\frac{Q_1 Q_2}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 Nm^2C^{-2} \cdot 1{,}6 \times 10^{-19} C \cdot (-1{,}6 \times 10^{-19} C)}{(0{,}590 \times 10^{-10} m)^2} = -6{,}6 \times 10^{-8} N$$

3. En un movimiento ondulatorio debe distinguirse entre la dirección de propagación y la dirección de la perturbación que se propaga. Cuando elegida una dirección cualquiera de propagación, las direcciones de oscilación de los puntos del medio coinciden con aquella, se habla de ondas longitudinales (ejemplo: el sonido; las moléculas de aire vibran en la misma dirección en la que se propaga dicha vibración), mientras que cuando los puntos del medio oscilan en direcciones perpendiculares a la dirección por la que avanza la perturbación, hablamos de ondas transversales (ejemplo: las ondas que se propagan en la superficie del agua)

4.