

# PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

## LOGSE

CURSO 1999-2000 - CONVOCATORIA:

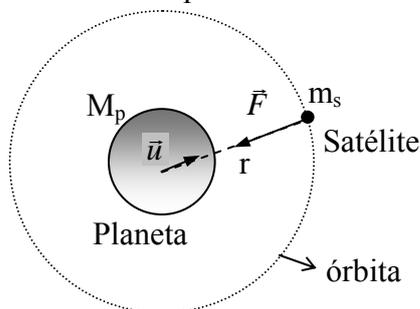
### MATERIA: FÍSICA

De las dos opciones propuestas, sólo hay que desarrollar una opción completa. Cada problema correcto vale por tres puntos. Cada cuestión correcta vale por un punto.

### OPCIÓN A

#### PROBLEMAS

1. a) La fuerza que actúa sobre el satélite es la fuerza gravitatoria que ejerce el planeta, que es atractiva y se encuentra en la línea que une los centros de ambos cuerpos.



$$\vec{F} = -G \frac{M_p m_s}{r^2} \vec{u}$$

$M_p$  y  $m_s$  son las masas del planeta y del satélite respectivamente,  $r$  es la distancia de separación entre ambos cuerpos (aquí consideramos al satélite puntual y el planeta esférico, por lo que la distancia se ha tomado desde el centro del planeta hasta el satélite),  $\vec{u}$  es un vector unitario en la dirección definida por la recta que une ambos cuerpos y sentido hacia el satélite, y  $G$  es la constante de gravitación universal que tiene el valor  $6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$ .

- b) La gravedad del planeta, es decir, la intensidad del campo gravitatorio creado por el planeta a una distancia  $r$  de su centro viene dada por

$$\vec{g}_p = -G \frac{M_p}{r^2} \vec{u} \Rightarrow g_p(r) = G \frac{M_p}{r^2}$$

Para un punto situado en la superficie del planeta, es decir a una distancia  $R_p$  del centro del planeta, tenemos que

$$\left. \begin{aligned} g_p(R_p) &= G \frac{M_p}{R_p^2} \Rightarrow M_p = \frac{g_p(R_p) R_p^2}{G} \\ g_p(R_p) &= 4 \text{ ms}^{-2}; R_p = 3 \cdot 10^6 \text{ m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow M_p = \frac{4 \cdot (3 \cdot 10^6)^2}{6.67 \cdot 10^{-11}} = 5.4 \cdot 10^{22} \text{ kg}$$

- c) Para que el satélite se mantenga en órbita circular, la distancia entre el satélite y el centro del planeta debe permanecer constante e igual a  $R_s$ . Teniendo en cuenta esta condición y a partir de que la fuerza gravitatoria  $\vec{F}$  que actúa sobre el satélite es en todo momento en la dirección centrípeta, se tendrá

$$\vec{F} = m_s \vec{a}_{\text{centrípeta}} \Rightarrow -G \frac{M_p m_s}{R_s^2} \vec{u} = -m_s \frac{v_s^2}{R_s} \vec{u} \Rightarrow G \frac{M_p m_s}{R_s^2} = m_s \frac{v_s^2}{R_s}$$

Donde:  $R_s$  es el radio de la órbita circular que describe el satélite y viene dado por  $R_s = R_p + h = 3 \cdot 10^6 + 2.5 \cdot 10^7 = 28 \cdot 10^6 \text{ m}$

Despejando de la ecuación anterior la velocidad, se tiene

$$v_s = \sqrt{G \frac{M_p}{R_s}} = \sqrt{6.67 \cdot 10^{-11} \frac{5.4 \cdot 10^{22}}{28 \cdot 10^6}} = 1075.7 \text{ m s}^{-1}$$

La energía total del satélite viene dada por

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2} m_s v_s^2 - G \frac{M_p m_s}{R_s} = \frac{1}{2} m_s G \frac{M_p}{R_s} - G \frac{M_p m_s}{R_s} = -\frac{1}{2} G \frac{M_p m_s}{R_s} =$$

$$= -\frac{1}{2} 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{5.4 \cdot 10^{22} \cdot 100}{28 \cdot 10^6} = -6.4 \cdot 10^6 \text{ J}$$

2. a) En la figura de la derecha se tiene la distribución de carga especificada en el enunciado siendo  $r_{iP}$  la distancia de la carga  $q_i$  al punto P y  $\vec{E}_{iP}$  el campo eléctrico creado por la carga  $q_i$  en el punto P ( $i=1,2,3$ ). En el enunciado además se nos dice que  $r_{2P} = r_{3P} = 2 \text{ m}$ , y aplicando el Teorema de Pitágoras al triángulo formado por las cargas 1 y 2 y el punto P, se tiene

$$r_{1P}^2 = r_{2P}^2 + r_{3P}^2 \Rightarrow r_{1P} = \sqrt{r_{2P}^2 + r_{3P}^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} (= 2\sqrt{2})$$

También conviene tener en cuenta que el ángulo que forma el vector  $\vec{E}_{1P}$  con el eje X es de  $45^\circ$ , que es consecuencia de que las cargas se encuentren en los vértices de un cuadrado.

La expresión del campo eléctrico creado por una carga puntual  $q$  en un punto del espacio situado a una distancia  $r$  de la misma viene dado por

$\vec{E} = k \frac{q}{r^2} \vec{u}$ , siendo  $\vec{u}$  un vector unitario definido como indica la figura.

Aplicando dicha expresión a cada una de las cargas se tiene

$$\vec{E}_{1P} = E_{1P} \cos 45^\circ \vec{i} - E_{1P} \sin 45^\circ \vec{j} = \frac{\sqrt{2}}{2} E_{1P} (\vec{i} - \vec{j}) = \frac{\sqrt{2}}{2} k \frac{q_1}{r_{1P}^2} (\vec{i} - \vec{j}) = \frac{\sqrt{2}}{2} 9 \cdot 10^9 \frac{10 \cdot 10^{-26}}{8} \frac{q_1}{r_{1P}^2} (\vec{i} - \vec{j})$$

$$\vec{E}_{1P} = 30.45 (\vec{i} - \vec{j}) \quad (\text{N/C})$$

$$\vec{E}_{2P} = k \frac{q_2}{r_{2P}^2} \vec{i} = 9 \cdot 10^9 \frac{10 \cdot 10^{-9}}{2^2} \vec{i} \Rightarrow \vec{E}_{2P} = 2.25 \cdot 10^4 \vec{i} \quad (\text{N/C})$$

$$\vec{E}_{3P} = -k \frac{q_3}{r_{3P}^2} \vec{j} = -9 \cdot 10^9 \frac{10 \cdot 10^{-9}}{2^2} \vec{j} \Rightarrow \vec{E}_{3P} = -2.25 \cdot 10^4 \vec{j} \quad (\text{N/C})$$

Aplicando el Principio de Superposición calculamos el campo eléctrico total en el punto P, que viene dado por

$$\vec{E}_P = \vec{E}_{1P} + \vec{E}_{2P} + \vec{E}_{3P} = 30.45 (\vec{i} - \vec{j}) + 2.25 \cdot 10^4 \vec{i} - 2.25 \cdot 10^4 \vec{j} \approx 2.25 \cdot 10^4 (\vec{i} - \vec{j})$$

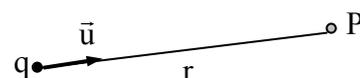
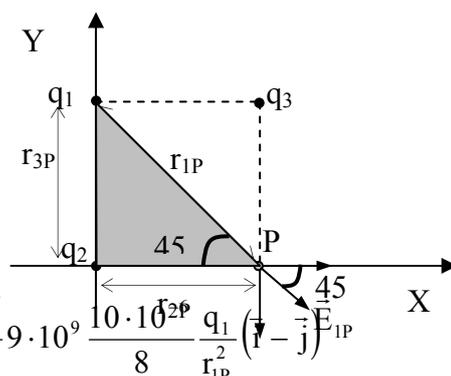
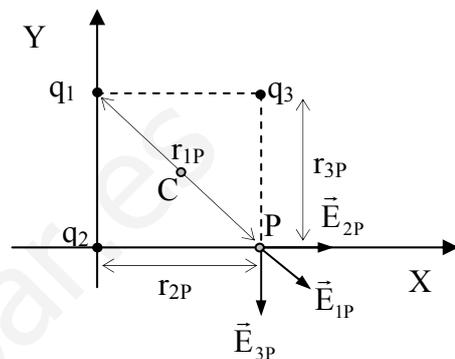
$$\vec{E}_P = 2.25 \cdot 10^4 (\vec{i} - \vec{j}) \quad (\text{N/C})$$

- b) La expresión del potencial electrostático creado por una carga puntual a una distancia  $r$  viene dado por

$$V = k \frac{q}{r}$$

Aplicando dicha expresión para calcular el potencial en el punto P debido a cada una de las cargas, y teniendo en cuenta el Principio de Superposición, se tiene

$$V_P = V_{1P} + V_{2P} + V_{3P} = k \frac{q_1}{r_{1P}} + k \frac{q_2}{r_{2P}} + k \frac{q_3}{r_{3P}} = 9 \cdot 10^9 \cdot 10 \cdot 10^{-26} \left( \frac{1}{\sqrt{8}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) = 54.3 \cdot 10^3 \text{ V}$$



$$V_p = 54.3 \cdot 10^3 \text{ V}$$

c) Determinaremos el trabajo (realizado por el campo) necesario para llevar una carga desde el punto P al C a partir de la expresión

$$W_{P \rightarrow C} = q_4(V_P - V_C) = -5 \cdot 10^{-6}(54.3 \cdot 10^3 - 19.1 \cdot 10^4) = 0.68 \text{ J}$$

$$W_{P \rightarrow C} = 0.68 \text{ J}$$

## CUESTIONES

1. El movimiento armónico simple se produce gracias a una fuerza recuperadora proporcional al desplazamiento:  $F = -k \cdot x$ . Si tenemos en cuenta la ecuación de este movimiento:  $x = A \cdot \text{sen } \omega t$ ; podemos escribir:  $F = -k \cdot A \cdot \text{sen } \omega t$ , en donde se pone de manifiesto el carácter periódico de la fuerza recuperadora.

Por otro lado, la aceleración del m.a.s. viene dado por:  $a = -\omega^2 \cdot x$

Si aplicamos la segunda ley de la dinámica, se obtiene para la fuerza recuperadora:  $F = m \cdot a = m \cdot (-\omega^2 \cdot x) = -m\omega^2 x$

Comparándola con la ley de Hooke ( $F = -k \cdot x$ ), obtenemos la relación entre la constante recuperadora y la pulsación perdida:

$$-k \cdot x = -m\omega^2 \cdot x \Rightarrow k = m \cdot \omega^2 \Rightarrow k/m = \omega^2$$

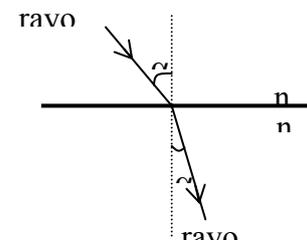
2. La fuerza magnética sobre un electrón que se mueve con velocidad  $\vec{v}$  y se encuentra en una región del espacio donde se hay definido un campo magnético  $\vec{B}$  viene dada por  $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ . Evidentemente la fuerza es nula cuando es nula la velocidad del electrón o el campo magnético, pero cuando esto no ocurre, también se tiene fuerza nula cuando la velocidad es paralela al vector campo ya que el producto vectorial de vectores paralelos es nulo.

3. La relación entre el ángulo de incidencia y el ángulo de refracción viene dada por la Ley de refracción o ley de Snell que establece que  $n_i \cdot \text{sen } \alpha_i = n_r \cdot \text{sen } \alpha_r$ , siendo  $n_i$  y  $n_r$  los índices de refracción y  $\alpha_i$  y  $\alpha_r$  los ángulos de incidencia y de refracción respectivamente (ver figura). En nuestro caso tenemos  $n_i = n_{\text{aire}} = 1$  y  $n_r = n_{\text{agua}} = 1.33$ , por tanto

$$1 \cdot \text{sen } \alpha_i = 1.33 \cdot \text{sen } \alpha_r \Rightarrow \text{sen } \alpha_r = \frac{1}{1.33} \text{sen } \alpha_i \Rightarrow$$

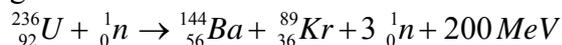
$$\text{sen } \alpha_r = 0.752 \cdot \text{sen } \alpha_i \Rightarrow \text{sen } \alpha_r < \text{sen } \alpha_i \Rightarrow \alpha_r < \alpha_i$$

Por lo tanto el ángulo de refracción cuando la luz pasa del aire al agua es menor que el ángulo de incidencia.



4. La fisión nuclear consiste en la división de un núcleo masivo (número másico  $A > 230$ ) en dos fragmentos más ligeros. En la fisión nuclear se libera energía debido a que la energía de enlace por nucleón es menor en los núcleos masivos (7.6 MeV) que en los de masa media (8.5 MeV), en los que se escinde, de modo que esta diferencia de energía es la que se libera en dicho proceso. Ésta aparece en forma de energía cinética y de excitación de los fragmentos más ligeros, de energía cinética de los neutrones liberados en el proceso así como de los electrones y neutrinos que surgen de la desintegración de los fragmentos radiactivos, y también en forma de radiación electromagnética.

**Por ejemplo**, para el caso del U-236 se tiene una energía total de  $236 \times 7.6 \text{ MeV}$  mientras que la de los fragmentos es de  $236 \times 8.5$ , lo que da lugar a una energía liberada del orden de 200 MeV de los cuales aproximadamente el 85% corresponde a la energía cinética de los fragmentos y el 15% restante se invierte en la energía cinética de los neutrones emitidos en la fisión y en la energía de excitación de los fragmentos.



## OPCIÓN B

### PROBLEMAS

1. a) Recordemos que la expresión general de una onda armónica unidimensional se puede expresar como

$$y(x, t) = A \operatorname{sen} \left[ \frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda} \right]$$

Identificando la onda dada en el enunciado con la expresión anterior, obtenemos

$$\frac{2\pi}{T} = 2 \Rightarrow T = \pi \text{ s} \Rightarrow f \left( = \frac{1}{T} \right) = \frac{1}{\pi} = 0.32 \text{ s}^{-1}; \quad \frac{2\pi}{\lambda} = 5 \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{5} = 1.26 \text{ m}; \quad A = 0.25 \text{ m}$$

- b) La velocidad en cada instante de tiempo de una partícula del medio situada en  $x'$  viene dada por

$$v(x', t) = \frac{dy(x', t)}{dt} = 0.25 \cdot 2 \cdot \cos(2t - 5x) = 0.5 \cdot \cos(2t - 5x)$$

y, para el caso  $x'=2\text{m}$  y  $t=4\text{s}$  se tiene  $v(x', t) = 0.5 \cdot \cos(2 \cdot 4 - 5 \cdot 2) = -0.21 \text{ m/s}$

- c) La diferencia de fase viene dada por  $\delta = (2t_2 - 5x_2) - (2t_1 - 5x_1)$ . Para el caso de un mismo punto del espacio se tiene que  $x_1=x_2$  por lo que queda

$$\delta = 2(t_2 - t_1) = 2 \cdot 10 = 20 \text{ rad}$$

2. a) Podemos expresar el vector velocidad de la partícula y el vector campo magnético como

$$\vec{v} = 5 \cdot 10^5 \vec{i} \text{ (m/s)} \quad \vec{B} = 0.5 \vec{k} \text{ (T)} \text{ y entonces la fuerza que sufre la partícula la calculamos como:}$$
$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = 3.2 \cdot 10^{-19} (5 \cdot 10^5 \vec{i} \times 0.5 \vec{k}) = -8 \cdot 10^{-14} \vec{j} \text{ (N)}$$

- b) Sabiendo que la trayectoria es en esta situación circular y que el módulo de la velocidad es constante, por lo que sólo hay aceleración centrípeta, podemos determinar el radio de la órbita a partir de la segunda ley de Newton

$$\vec{F} = m\vec{a}_{\text{centrípeta}} \Rightarrow qvB = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv}{qB} = \frac{6.64 \cdot 10^{-27} \cdot 5 \cdot 10^5}{3.2 \cdot 10^{-19} \cdot 0.5} = 20.75 \cdot 10^{-8} \text{ m}$$

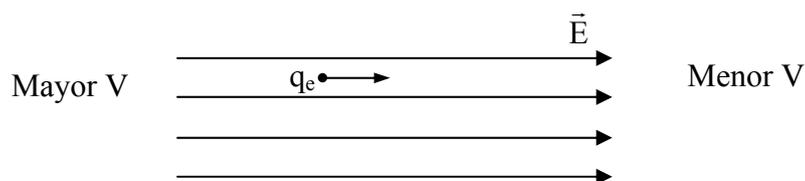
- c) Como la fuerza es perpendicular a la velocidad, sólo hay aceleración centrípeta, luego la aceleración tangencial es nula y entonces el módulo de la velocidad constante. Entonces:  $\Delta E_c = \frac{1}{2} m \Delta v^2 = 0$

También podemos llegar al mismo resultado teniendo en cuenta que la fuerza es perpendicular a la trayectoria en cada punto, por lo que la fuerza es perpendicular al desplazamiento y por tanto el trabajo de la fuerza es nulo. Como esta es la única fuerza que actúa sobre la partícula, se tiene por el Teorema del trabajo y la energía cinética ( $W_{(\vec{F})} = \Delta E_c$ ) que la variación de la energía cinética es nula.

### CUESTIONES

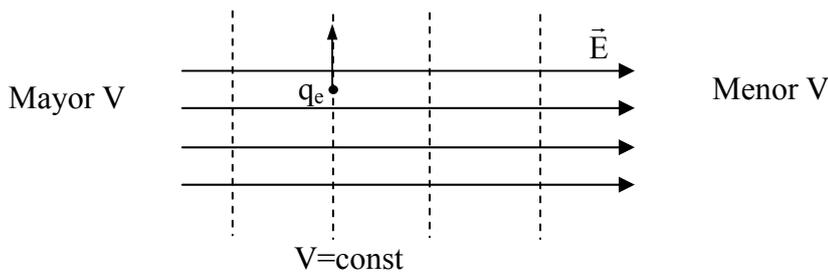
1. El vector campo está dirigido hacia la región de menor potencial, de modo que el potencial electrostático

del electrón disminuirá. Como la energía potencial del electrón viene dada por  $U_e = q_e V$ , y la carga del electrón es negativa, se tiene que donde hay mayor potencial habrá menor energía potencial y donde hay menor



potencial habrá mayor energía potencial. Por tanto, el electrón aumentará su energía potencial al moverse en el mismo sentido que las líneas de campo.

Para un campo eléctrico uniforme las superficies equipotenciales son superficies planas perpendiculares a las líneas de campo.

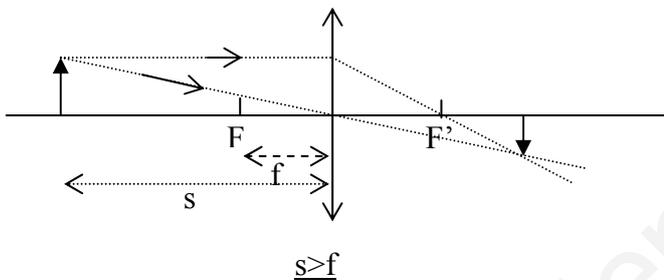


En este caso el electrón se mueve sobre una superficie equipotencial, por lo que el potencial es constante y entonces la energía potencial del electrón es también constante.

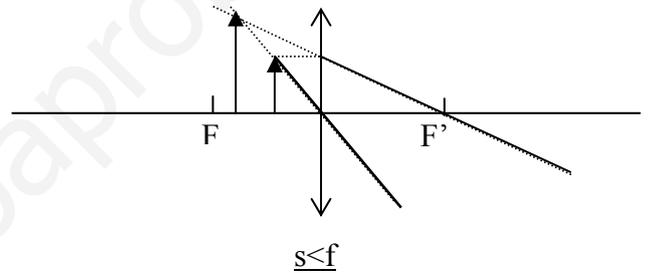
2. Para construir la imagen en lentes delgadas mediante un diagrama de rayos debemos trazar dos de los tres rayos principales: el que llega paralelo al eje óptico de la lente, el que pasa por el centro óptico de la lente y el que pasa por el foco del objeto.

Estos tres rayos cumplen las siguientes propiedades:

- Un rayo que llegue paralelo al eje óptico pasa, tras refractarse, por el foco imagen.
- Un rayo que pase por el centro óptico de la lente no modifica la dirección en que se propaga.
- Un rayo que pase por el foco objeto y se refracte en la lente emerge paralelo al eje óptico. Dibujamos los dos primeros.



Si el objeto, con una lente convergente, se sitúa entre el foco y el infinito (a una distancia mayor que el doble de la distancia focal), es decir  $[s] > f$ , se forman imágenes reales invertidas y de menor tamaño que el objeto.



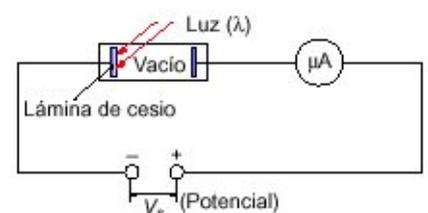
Si el objeto, con una lente convergente, se sitúa entre el foco y la lente, es decir  $[s] < f$ , se forman imágenes virtuales derechas y mayores

3. En general un campo conservativo es aquél cuyo trabajo por unidad de carga entre un punto A y otro B es independiente de la trayectoria, es decir, conserva su valor entre dichos puntos al cambiar la trayectoria. Como consecuencias podemos citar que entonces el trabajo por unidad de carga a lo largo de una curva cerrada es nulo, y además, podemos destacar **que todo campo conservativo tiene asociado una función escalar denominada potencial** cuya variación entre dos puntos cambiada de signo da el trabajo por unidad de carga entre dichos puntos.

4. Dos hechos experimentales que pusieron en crisis la validez de la Física Clásica fueron el **Efecto fotoeléctrico** y los **Espectros discontinuos**.

El **efecto fotoeléctrico** consiste en la emisión de electrones por la superficie de un metal cuando luz de frecuencia suficientemente elevada incide sobre él. La luz incidente sobre el cátodo (metálico) produciendo la emisión de  $e^-$  que llegan al ánodo y establecen una corriente que es detectada por el amperímetro. La teoría clásica ondulatoria de la luz no consigue explicar los siguientes aspectos observados experimentalmente:

- La energía de los electrones emitidos es independiente de la intensidad de la luz incidente.
- Los electrones se emiten de forma instantánea a la llegada de la luz.



- La energía de los electrones emitidos depende de la frecuencia de la luz incidente y existe un valor de la frecuencia denominada frecuencia umbral ( $\nu_0$ ), que depende del tipo de metal, por debajo de la cual no existe emisión de electrones.

Einstein considera la luz formada por un conjunto de partículas sin masa y sin carga denominados fotones, y siguiendo la teoría de Planck, considera que la energía de estas partículas está cuantizada. Además utiliza la conservación de la energía para interpretar dicho efecto, en concreto la siguiente forma "La energía de la radiación incidente es igual al trabajo necesario para extraer al electrón más la energía cinética que le comunica una vez arrancado. Lo que viene dado por la expresión": Energía incidente = Trabajo de extracción + Energía cinética

$h\nu = E_{c_{max}} + h\nu_0$ , donde  $h\nu$  es la energía de los fotones que componen la luz incidente,  $E_{c_{max}}$  es la energía cinética máxima del electrón emitido y  $h\nu_0$  es el trabajo de extracción que da cuenta de la energía mínima necesaria para arrancar un electrón de la superficie del metal siendo  $\nu_0$  la denominada frecuencia umbral.

### Los espectros discontinuos

Si en un tubo se introduce un gas a baja presión y se produce una descarga eléctrica, los átomos presentes en el tubo emiten radiación electromagnética, y después de ser registrada se encuentra que dicha radiación es discreta a diferencia de los presupuestos de la teoría clásica. Niels Bohr formula una teoría para el átomo de hidrógeno, en concreto para la dinámica del electrón en el campo eléctrico del núcleo. Considera que los electrones sólo se pueden mover en ciertas órbitas circulares alrededor del núcleo, es decir, las órbitas y por tanto las energías del electrón en el interior del átomo están cuantizadas. Para ello considera que el momento angular del electrón sólo puede tomar ciertos valores discretos. Interpretando que la radiación emitida tiene una energía que es la diferencia de energías de dos órbitas electrónicas, consigue **interpretar los espectros discontinuos** observados experimentalmente, en concreto logra deducir a partir de su teoría la expresión fenomenológica deducida por diferentes experimentalistas (como Balmer, Lyman,...) para el átomo de hidrógeno, dada por:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_j^2} \right), \text{ donde } R_H \text{ es la}$$

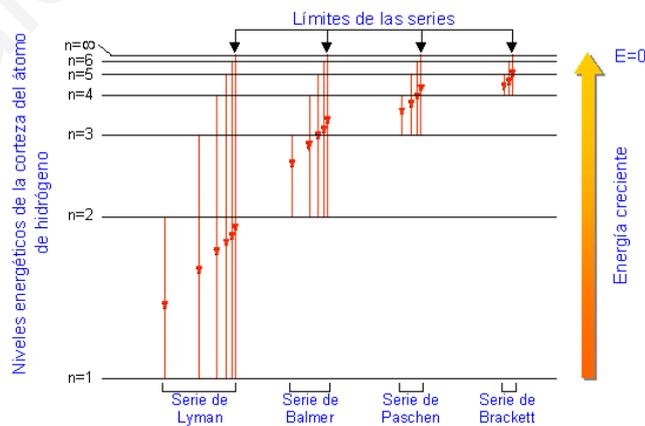
constante de Rydberg cuyo valor es  $R_H = 1.09 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$ , y  $n_i$  y  $n_j$  son números naturales con la condición  $n_i < n_j$ . Como se ha dicho, Bohr deduce la expresión anterior y además interpreta  $n_i$  y  $n_j$  como cantidades asociadas a las diferentes órbitas o estados energéticos del electrón.

**Los espectros atómicos son una prueba de la cuantización de la energía.**

Bohr aplicó las ideas cuánticas a la interpretación de los espectros atómicos y a la explicación de la estructura atómica del hidrogeno. Bohr calculo los radios de las órbitas, la energía del electrón en cada órbita e interpreto las rayas del espectro del hidrógeno. Cada raya corresponde a un salto electrónico entre órbitas, cuya variación de energía viene dado por la ecuación cuántica de Planck:  $\Delta E = h \cdot \nu$

$$E_2 - E_1 = h \cdot \nu = h \cdot c / \lambda = h \cdot c \cdot R_H \cdot \left[ \left( \frac{1}{n_i^2} \right) - \left( \frac{1}{n_j^2} \right) \right]$$

### La cuantización de la materia. Los espectros discontinuos



Los espectros atómicos son una prueba de la cuantización de la materia