1. (3p) Dada el paralelogramos de vértices consecutivos $A(-5,4)$, $B(-7,-3)$, $C(4,0)$ y $D(6,7)$:

- **a.** (0.75p) Comprueba que coinciden los puntos medios de las diagonales.
- **b.** (0.75p) Comprueba que los lados AB y CD son paralelos.
- **c.** (1.00p) Obtén la ecuación paramétrica del lado AD.
- **d.** (1.00p) Obtén la ecuación continua de la diagonal AC.

2. (1.5p) Obtén las longitudes de los lados del triángulo de vértices $A(-6,1)$, $B(2,-5)$, $C(4,6)$ y clasifícalo atendiendo a éstas.

3. (2.5p) Dados los puntos $A(4,-3)$ y $B(6,-1)$, se pide:

- **a.** (1.0p) Simétrico de B respecto de A.
- **b.** (1.5p) Mediatriz del segmento AB.

4. (3p) Dados el punto $A(-3,5)$ y la recta r de ecuación $3x+y=2$, se pide:

- **a.** Ecuación de la recta que pasa por A y es paralela a r.
- **b.** Ecuación de la recta que pasa por A y es perpendicular a r.

1. Dada el paralelogramos de vértices consecutivos $A(-5,4)$, $B(-7,-3)$, $C(4,0)$ y $D(6,7)$:

a. <u>Comprueba</u> que coinciden los puntos medios de las diagonales.

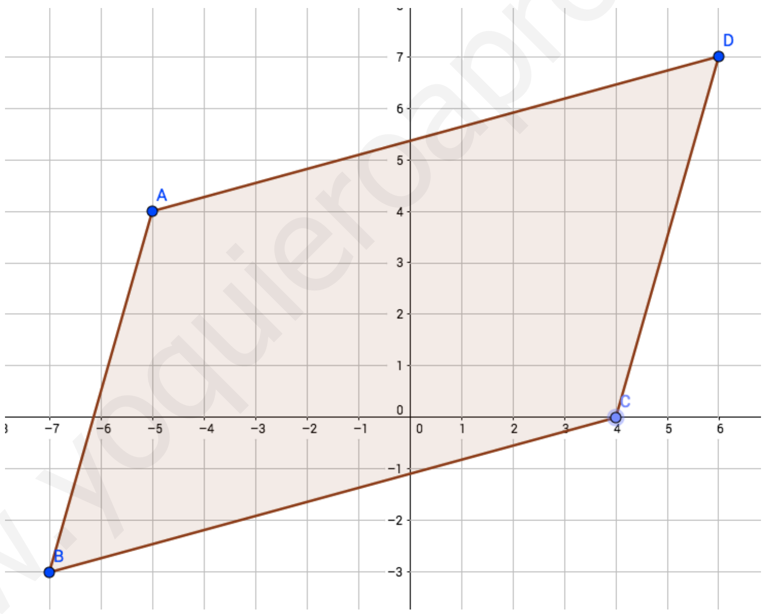
Punto medio M de la diagonal *AC*.

$$M=\left(\frac{x_A+x_c}{2},\frac{y_A+y_c}{2}\right)=\left(\frac{-5+4}{2},\frac{4+0}{2}\right)=\left(-\frac{1}{2},2\right)$$

Punto medio M de la diagonal *BD*.

$$M=\left(\frac{x_B+x_D}{2},\frac{y_B+y_D}{2}\right)=\left(\frac{-7+6}{2},\frac{-3+7}{2}\right)=\left(-\frac{1}{2},2\right)$$

b. <u>Comprueba</u> que los lados AB y CD son paralelos.



Como los vértices $ABCD$ son consecutivos habrá que comprobar que los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{DC}$ son el mismo (o sus pendientes):

$$\overrightarrow{AB}=B-A=(-7,-3)-(-5,4)=(-7+5,-3-4)=(-2,-7)$$

$$\overrightarrow{DC}=C-D=(4,0)-(6,7)=(4-6,0-7)=(-2,-7)$$

c. Obtén la ecuación paramétrica del lado *AD*.

PUNTO: $A=(-5,4)$ *(Se podría tomar el punto* $D=(6,7)$*)*

VECTOR:

$$\overrightarrow{AD}=D-A=(6,7)-(-5,4)=(6+5,7-4)=(11,3)$$

(Se podría tomar el vector $\overrightarrow{DA} = (-11, -3)$*)*

Ecuación del lado AD:

$$\begin{cases} x = -5 + 11\lambda \\ y = 4 + 3\lambda \end{cases}$$

d. Obtén la ecuación continua de la diagonal AC.

PUNTO: $A = (-5, 4)$ *(Se podría tomar el punto* $C = (4, 0)$*)*

VECTOR:

$$\overrightarrow{AC} = C - A = (4, 0) - (-5, 4) = (4 + 5, 0 - 4) = (9, -4)$$

(Se podría tomar el vector $\overrightarrow{CA} = (-9, 4)$*)*

Ecuación de la diagonal AC:

$$\frac{x+5}{9} = \frac{y-4}{-4}$$

2. Obtén las longitudes de los lados del triángulo de vértices $A(-6, 1)$, $B(2, -5)$, $C(4, 6)$ y clasifícalo atendiendo a éstas.

Obtenemos las longitudes de sus lados:

Longitud del lado AB.

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (2, -5) - (-6, 1) = (2 + 6, -5 - 1) = (8, -6)$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{8^2 + (-6)^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10$$

Longitud del lado AC.

$$\overrightarrow{AC} = C - A = (4, 6) - (-6, 1) = (4 + 6, 6 - 1) = (10, 5)$$

$$|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{10^2 + 5^2} = \sqrt{100 + 25} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$$

Longitud del lado BC.

$$\overrightarrow{BC} = C - B = (4, 6) - (2, -5) = (4 - 2, 6 + 5) = (2, 11)$$

$$|\overrightarrow{BC}| = \sqrt{2^2 + 11^2} = \sqrt{4 + 121} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$$

Triángulo isósceles

3. Dados los puntos $A(4, -3)$ y $B(6, -1)$, se pide:

a. Simétrico de B respecto de A.

Siendo $S(x_S, y_S)$ el punto simétrico de B respecto de A, el punto A será el punto medio de los puntos B y S, luego:

$$x_A = \frac{x_B + x_S}{2} \;\rightarrow\; 4 = \frac{6 + x_S}{2} \;\rightarrow\; 8 = 6 + x_S \;\rightarrow\; x_S = 2$$

$$y_A = \frac{y_B + y_S}{2} \;\rightarrow\; -3 = \frac{-1 + y_S}{2} \;\rightarrow\; -6 = -1 + y_S \;\rightarrow\; y_S = -5$$

$S(2, -5)$

b. Mediatriz del segmento AB.

PUNTO: Punto medio M de AB.

$$M = \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right) = \left(\frac{4+6}{2}, \frac{-3-1}{2}\right) = (5, -2)$$

VECTOR: Perpendicular a $\overrightarrow{AB}$.

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (6, -1) - (4, -3) = (6 - 4, -1 + 3) = (2, 2)$$

$$\overrightarrow{AB}^{\perp} = (-2, 2)$$

Ecuación de la mediatriz:

$$\frac{x-5}{-2} = \frac{y+2}{2} \;\rightarrow\; 2x - 10 = -2y - 4 \;\rightarrow\; 2x + 2y - 6 = 0 \;\rightarrow$$

$$x + y - 3 = 0$$

4. Dados el punto $A(-3, 5)$ y la recta r de ecuación $3x + y = 2$, se pide:

a. Ecuación de la recta que pasa por A y es paralela a r.

PUNTO: $A(-3, 5)$

PENDIENTE: La misma pendiente que la recta r, cuya forma explícita es:

$$y = -3x + 2 \;\rightarrow\; m = -3$$

Sustituyendo en la ecuación punto-pendiente:

$$y - 5 = -3(x + 3) \;\rightarrow\; y - 5 = -3x - 9 \;\rightarrow\; 3x + y + 4 = 0$$

b. Ecuación de la recta que pasa por A y es perpendicular a r.

PUNTO: $A(-3, 5)$

PENDIENTE: Perpendicular a la de la recta r:

$$m' = -\frac{1}{m} \;\rightarrow\; m' = -\frac{1}{-3} = \frac{1}{3}$$

Sustituyendo en la ecuación punto-pendiente:

$$y - 5 = \frac{1}{3}(x + 3) \;\rightarrow\; 3y - 15 = x + 3 \;\rightarrow\; x - 3y + 18 = 0$$