1. (5.0p) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a. $2(x+3)^2-(x+1)^2=3x^2-5(1-2x)$

b. $\dfrac{(x-2)(x+2)}{4}-\dfrac{(x-3)^2}{3}=\dfrac{x(11-x)}{6}$

c. $x^2(9x^2-8)-1=0$

d. $-\dfrac{3}{x}-\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{12}{x^3}+\dfrac{4}{x^4}=0$

e. $\sqrt{2x+7}-3x+1=x$

2. (1.5p) Resuelve por reducción:

$$\begin{cases}\dfrac{x-3}{2}-\dfrac{y+1}{4}=0\\ \dfrac{5x+2}{3}+\dfrac{y}{6}=\dfrac{19}{2}\end{cases}$$

3. (2.0p) Obtén los puntos de intersección:

$$\begin{cases}2x^2+y^2=76\\ x+6y=-6\end{cases}$$

4. (1.5p) Resuelve la inecuación:

$$2-\frac{1-3x^2}{6}\geq\frac{x(x-1)-6}{2}$$

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a. $2(x+3)^2-(x+1)^2=3x^2-5(1-2x)$

$2(x^2+6x+9)-(x^2+2x+1)=3x^2-5+10x$

$2x^2+12x+18-x^2-2x-1-3x^2-10x+5=0$

$-2x^2+22=0$

$$2x^2=22 \quad\rightarrow\quad x^2=11 \quad\rightarrow\quad x=\pm\sqrt{11} \quad\rightarrow\quad \begin{cases} x_1=\sqrt{11} \\ x_2=-\sqrt{11} \end{cases}$$

b. $\dfrac{(x-2)(x+2)}{4}-\dfrac{(x-3)^2}{3}=\dfrac{x(11-x)}{6}$

$$\frac{x^2-4}{4}-\frac{x^2-6x+9}{3}=\frac{11x-x^2}{6}$$

$$\frac{3x^2-12-4x^2+24x-36}{12}=\frac{22x-2x^2}{12}$$

$3x^2-12-4x^2+24x-36=22x-2x^2$

$3x^2-12-4x^2+24x-36-22x+2x^2=0$

$x^2+2x-48=0$

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\cdot1\cdot(-48)}}{2\cdot1}=\frac{-2\pm\sqrt{4+192}}{2}=\frac{-2\pm\sqrt{196}}{2}=\frac{-2\pm14}{2}$$

$$x_1=\frac{-2+14}{2}=\frac{12}{2}=6$$

$$x_2=\frac{-2-14}{2}=\frac{-16}{2}=-8$$

c. $x^2(9x^2-8)-1=0$

$9x^4-8x^2-1=0$

Ecuación bicuadrada, luego realizamos el cambio de variable $x^2=t$:

$9t^2-8t-1=0$

$$t=\frac{8\pm\sqrt{(-8)^2-4\cdot 9\cdot(-1)}}{2\cdot 9}=\frac{8\pm\sqrt{64+36}}{18}=\frac{8\pm\sqrt{100}}{18}=\frac{8\pm 10}{18}$$

$$t_1=\frac{8+10}{18}=\frac{18}{18}=1$$

$$t_2=\frac{8-10}{18}=\frac{-2}{18}=-\frac{1}{9}$$

Deshacemos el cambio de variable:

$$t_1=1\rightarrow x^2=1\rightarrow x=\pm\sqrt{1}=\begin{cases}x_1=1\\x_2=-1\end{cases}$$

$$t_2=-\frac{1}{9}\rightarrow x^2=-\frac{1}{9}\rightarrow x=\pm\sqrt{-\frac{1}{9}}=\nexists$$

d. $-\frac{3}{x}-\frac{1}{x^2}+\frac{12}{x^3}+\frac{4}{x^4}=0$

$m.c.m.(x,x^2,x^3,x^4)=x^4$

$$-\frac{3x^3}{x^4}-\frac{x^2}{x^4}+\frac{12x}{x^4}+\frac{4}{x^4}=\frac{0}{x^4}$$

$$-3x^3-x^2+12x+4=0\quad\rightarrow\quad 3x^3+x^2-12x-4=0$$

Resolvemos la ecuación de tercer grado resultante aplicando Ruffini:

	3	1	−12	−4
2		6	14	4
	3	7	2	0

Luego $x_1=2$

Obtenemos las otras dos raíces resolviendo la ecuación de segundo grado:

$$3x^2+7x+2=0$$

$$x=\frac{-7\pm\sqrt{7^2-4\cdot 3\cdot 2}}{2\cdot 3}=\frac{-7\pm\sqrt{49-24}}{6}=\frac{-7\pm\sqrt{25}}{6}=\frac{-7\pm 5}{6}=$$

$$x_2=\frac{-7+5}{6}=\frac{-2}{6}=-\frac{1}{3}$$

$$x_4=\frac{-7-5}{6}=\frac{-12}{6}=-2$$

Soluciones: $\mathrm{x}=\left\{2,-2,-\frac{1}{3}\right\}$

e. $\sqrt{2x+7} - 3x + 1 = x$

$$\sqrt{2x+7} = x + 3x - 1$$

$$\left(\sqrt{2x+7}\right)^2 = (4x-1)^2$$

$$2x + 7 = 16x^2 - 8x + 1$$

$$16x^2 - 10x - 6 = 0 \quad \rightarrow \quad 8x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 8 \cdot (-3)}}{2 \cdot 8} = \frac{5 \pm \sqrt{25+96}}{16} = \frac{5 \pm \sqrt{121}}{16} = \frac{5 \pm 11}{16}$$

$$x_1 = \frac{5+11}{16} = \frac{16}{16} = 1$$

$$x_2 = \frac{5-11}{16} = \frac{-6}{16} = -\frac{3}{8}$$

Comprobamos las soluciones sustituyendo en la ecuación dada:

$$x_1 = 1$$

$$\sqrt{2 \cdot 1 + 7} - 3 \cdot 1 + 1 = 1$$

$$\sqrt{9} - 3 + 1 = 1$$

$1 = 1 \quad \rightarrow$ La solución sí es válida

$$x_1 = -\frac{3}{8}$$

$$\sqrt{2 \cdot \left(-\frac{3}{8}\right) + 7} - 3 \cdot \left(-\frac{3}{8}\right) + 1 = 1$$

$$\sqrt{-\frac{6}{8} + 7} + \frac{9}{8} + 1 = 1$$

$$\sqrt{\frac{50}{8}} + \frac{9}{8} + 1 = 1$$

$$\sqrt{\frac{25}{4}} + \frac{9}{8} + 1 = 1$$

$$\frac{5}{2} + \frac{9}{8} + 1 = 1$$

$$\frac{20 + 9 + 8}{8} = 1$$

$37 = 8 \quad \rightarrow$ Falso, luego la solución no es válida

Solución: $x = 1$

2. Resuelve por reducción:

$$\begin{cases} \dfrac{x-3}{2} - \dfrac{y+1}{4} = 0 \\ \dfrac{5x+2}{3} + \dfrac{y}{6} = \dfrac{19}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{2x-6}{4} - \dfrac{y+1}{4} = \dfrac{0}{4} \\ \dfrac{10x+4}{6} + \dfrac{y}{6} = \dfrac{57}{6} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 6 - y - 1 = 0 \\ 10x + 4 + y = 57 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - y = 7 \\ 10x + y = 53 \end{cases}$$

Sumando miembro a miembro:

$$\begin{cases} 2x - y = 7 \\ 10x + y = 53 \end{cases} \rightarrow \quad 12x = 60 \quad \rightarrow \quad x = \frac{60}{12} = 5$$

Multiplicando la ecuación E1 por -5 y sumando miembro a miembro:

$$\begin{cases} -10x + 5y = -35 \\ 10x + y = 53 \end{cases} \rightarrow \quad 6y = 18 \quad \rightarrow \quad y = \frac{18}{6} = 3$$

3. Resuelve el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 76 \\ x + 6y = -6 \end{cases}$$

Despejamos la incógnita x de la ecuación E2:

$$x = -6y - 6$$

Sustituyendo en la ecuación E1:

$$2(-6y-6)^2 + y^2 = 76$$

$$2(-6y-6)(-6y-6) + y^2 = 76$$

$$2(36y^2 + 36y + 36y + 36) + y^2 = 76$$

$$72y^2 + 72y + 72y + 72 + y^2 - 76 = 0$$

$$73y^2 + 144y - 4 = 0$$

$$y = \frac{-144 \pm \sqrt{144^2 - 4 \cdot 73 \cdot (-4)}}{2 \cdot 73} = \frac{-144 \pm \sqrt{20736 + 1168}}{146} =$$

$$\frac{-144 \pm \sqrt{21904}}{146} = \frac{-144 \pm 148}{146} =$$

$$y_1 = \frac{-144+148}{146} = \frac{4}{146} = \frac{2}{73}$$

$$x_1 = -6 \cdot \frac{2}{73} - 6 = -\frac{12}{73} - 6 = \frac{-12-438}{73} = -\frac{450}{73}$$

$$y_2 = \frac{-144-148}{146} = \frac{-292}{146} = -\frac{1}{2}$$

$$x_2 = -6 \cdot \frac{1}{2} - 6 = -3 - 6 = -9$$

Los puntos de corte de ambas curvas son $\left(-\frac{450}{73}, \frac{2}{73}\right)$ y $\left(-9, -\frac{1}{2}\right)$

4. Resuelve la inecuación:

$$2 - \frac{1-3x^2}{6} \geq \frac{x(x-1)-6}{2}$$

Resolvemos la ecuación resultante de sustituir la desigualdad por una igualdad:

$$2 - \frac{1-3x^2}{6} = \frac{x^2+2x-3x-6}{2}$$

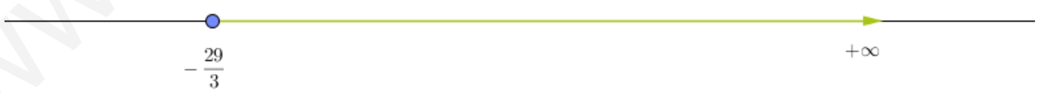
$$\frac{12-1+3x^2}{6} = \frac{3x^2+6x-9x-18}{12}$$

$$3x^2 - 3x^2 - 6x + 9x = -18 - 12 + 1$$

$$3x = -29$$

$$x = -\frac{29}{3}$$

Situamos el valor sobre la recta real y probamos un valor de uno de los intervalos, por ejemplo, x = 0 en la inecuación dada (no será necesario probar un valor en el otro intervalo por ser una inecuación de primer grado sin raíces dobles):



$$¿\,2 - \frac{1}{6} \geq \frac{(-3)\cdot 2}{2}?$$

$$¿\,\frac{11}{6} \geq -3?$$

Verdadero, luego la solución gráfica es la dada en la imagen y la solución en forma de intervalo es $\left[-{}^{29}/_{3}, +\infty\right)$