

1. (0.5p) Clasifica los siguientes números:

a. $\frac{-1}{\sqrt{4}}$ b. $\sqrt[3]{8}$ c. -2^4 d. 5^{-2} e. $\sqrt{\pi}$

2. (0.75p) Representa y expresa como intervalo y desigualdad: $|x + 2| \leq 7$

3. (0.75p) Dados $A = (-\infty, 5]$ y $B = (-2, 7]$, expresa $A \cap B$ como un intervalo, gráficamente y en forma de desigualdad.

4. (1p) Aplicando la definición de raíz o logaritmo, calcula el valor de k :

a. $\sqrt[3]{64} = k$ b. $\sqrt[k]{-128} = -2$ c. $\log 0,001 = k$ d. $\log_k 5 = \frac{1}{2}$

5. (1.5p) Simplifica las siguientes expresiones, extrayendo factor cuando sea posible:

a. $\sqrt[4]{64a^6b^8} =$ b. $\sqrt{\sqrt[3]{\frac{x^6}{y^9}}}$ c. $(\sqrt[3]{c^2d})^5$

6. (2.25p) Opera y simplifica:

a. $\sqrt[4]{a^2b^3} : \sqrt{\frac{a}{b}}$ b. $2\sqrt{\frac{9}{5}} - \frac{1}{4}\sqrt{\frac{64}{125}} - \frac{2}{3}\sqrt{\frac{1}{5}}$ c. $\sqrt{2} - 2(\sqrt{6} - 2\sqrt{3})^2$

7. (1.75p) Racionaliza y simplifica:

a. (0.75p) $\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{3}+1}$ b. (0.5p) $\frac{1}{\sqrt[4]{xy^2z^3}}$ c. (0.5p) $\frac{\sqrt{6}}{3\sqrt{2}}$

8. (1.5p) Sabiendo que $\log A = 3$ y $\log B = 7$, calcula:

a. $\log \sqrt[3]{A \cdot B}$ b. $\log \frac{A^2}{B^5}$

1. Clasifica los siguientes números:

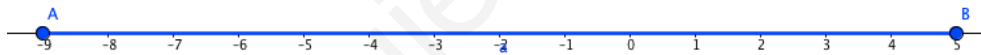
- a. $\frac{-1}{\sqrt{4}} = -\frac{1}{2} \rightarrow$ Racional, fraccionario
- b. $\sqrt[3]{8} = 2 \rightarrow$ Racional, entero, natural
- c. $-2^4 = -2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = -16 \rightarrow$ Racional, entero negativo
- d. $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25} \rightarrow$ Racional, fraccionario
- e. $\sqrt{\pi} \rightarrow$ Irracional

2. Representa y expresa como intervalo y desigualdad: $|x + 2| \leq 7$

Desigualdad:

$$\begin{aligned} -7 &\leq x + 2 \leq 7 \\ -7 - 2 &\leq x \leq 7 - 2 \\ -9 &\leq x \leq 5 \end{aligned}$$

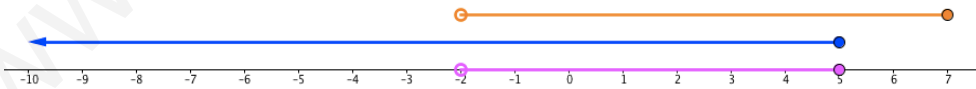
Gráficamente:



Intervalo: $[-9, 5]$

3. Dados los intervalos $A = (-\infty, 5]$ y $B = (-2, 7]$, expresa $A \cap B$ como un intervalo, gráficamente y en forma de desigualdad.

Gráficamente se muestra la solución en morado:



Intervalo: $(-2, 5]$

Desigualdad: $-2 < x \leq 5$

4. Aplicando la definición de raíz o logaritmo, calcula el valor de k :

- a. $\sqrt[3]{64} = k \rightarrow k^3 = 64 \rightarrow k^3 = 4^3 \rightarrow k = 4$
- b. $\sqrt[k]{-128} = -2 \rightarrow (-2)^k = -128 \rightarrow (-2)^k = (-2)^7 \rightarrow k = 7$
- c. $\log 0,001 = k \rightarrow 10^k = 0,001 \rightarrow 10^k = 10^{-3} \rightarrow k = -3$

d. $\log_k 5 = \frac{1}{2} \rightarrow k^{1/2} = 5 \rightarrow \sqrt{k} = 5 \rightarrow k = 5^2 \rightarrow k = 25$

5. Simplifica las siguientes expresiones, extrayendo factor cuando sea posible:

a. $\sqrt[4]{64a^6b^8} = \sqrt[4]{2^4 2^2 a^4 a^2 b^4 b^4} = 2ab^2 \sqrt[4]{2^2 a^2} = 2ab^2 \sqrt{2a}$

b. $\sqrt[3]{\frac{x^6}{y^9}} = \sqrt[6]{\frac{x^6}{y^6 y^3}} = \frac{x}{y} \sqrt[6]{\frac{1}{y^3}} = \frac{x}{y} \sqrt[3]{\frac{1}{y}}$

c. $(\sqrt[3]{c^2 d})^5 = \sqrt[3]{c^{10} d^5} = c^3 d^3 \sqrt[3]{cd^2}$

6. Opera y simplifica:

a. $\sqrt[4]{a^2 b^3} : \sqrt{\frac{a}{b}} = \sqrt[4]{a^2 b^3} : \sqrt{\frac{a^2}{b^2}} = \sqrt[4]{\frac{a^2 b^5}{a^2}} = b^4 \sqrt[4]{b}$

b. $2\sqrt{\frac{9}{5}} - \frac{1}{4}\sqrt{\frac{64}{125}} - \frac{2}{3}\sqrt{\frac{1}{5}} = 2\sqrt{\frac{3^2}{5}} - \frac{1}{4}\sqrt{\frac{2^6}{5^2 \cdot 5}} - \frac{2}{3}\sqrt{\frac{1}{5}} =$

$6\sqrt{\frac{1}{5}} - \frac{8}{20}\sqrt{\frac{1}{5}} - \frac{2}{3}\sqrt{\frac{1}{5}} = \left(6 - \frac{2}{5} - \frac{2}{3}\right)\sqrt{\frac{1}{5}} = \left(\frac{90 - 6 - 10}{15}\right)\sqrt{\frac{1}{5}} = \frac{74}{15}\sqrt{\frac{1}{5}}$

c. $\sqrt{2} - 2(\sqrt{6} - 2\sqrt{3})^2 = \sqrt{2} - 2(6 + 12 - 4\sqrt{18}) = \sqrt{2} - 2(18 - 4\sqrt{2 \cdot 3^2}) =$
 $\sqrt{2} - 2(18 - 12\sqrt{2}) = \sqrt{2} - 36 + 24\sqrt{2} = 25\sqrt{2} - 36$

7. Racionaliza y simplifica

a. $\frac{\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{3} + 1} = \frac{(\sqrt{3} - 1)(2\sqrt{3} - 1)}{(2\sqrt{3} + 1)(2\sqrt{3} - 1)} = \frac{2\sqrt{9} - \sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 1}{(2\sqrt{3})^2 - 1^2} = \frac{6 - 3\sqrt{3} + 1}{12 - 1} = \frac{7 - 3\sqrt{3}}{11}$

b. $\frac{1}{\sqrt[4]{xy^2z^3}} = \frac{\sqrt[4]{x^3y^2z}}{\sqrt[4]{xy^2z^3} \cdot \sqrt[4]{x^3y^2z}} = \frac{\sqrt[4]{x^3y^2z}}{xyz}$

c. $\frac{\sqrt{6}}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{12}}{3 \cdot 2} = \frac{\sqrt{2^2 \cdot 3}}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

8. Sabiendo que $\log A = 3$ y $\log B = 7$, calcula:

a. $\log \sqrt[3]{A \cdot B} = \log(AB)^{1/3} = \frac{1}{3}(\log AB) = \frac{1}{3}(\log A + \log B) = \frac{1}{3}(3 + 7) = \frac{10}{3}$

b. $\log \frac{A^2}{B^5} = \log A^2 - \log B^5 = 2 \log A - 5 \log B = 2 \cdot 3 - 5 \cdot 7 = -29$