Estudiar la siguiente hipérbola: $y = \frac{1}{x}$

a) ¿Cuál es su dominio?
b) Halla sus asíntotas.
c) Obtén los puntos de corte de la hipérbola con los ejes de coordenadas.
d) Estudia el signo de la función.
e) Construye una tabla de valores donde aparezcan al menos ocho puntos.
f) Representa la hipérbola gráficamente.
g) Indica los intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

a) Dominio:

Denominador: $x = 0$

$Dom = \mathbb{R} - \{0\}$.

b) A.V: Nos la da el dominio:

$x = 0$.

A.H: $\lim_{x \to \infty} \frac{1}{x} = 0$ $\quad \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x} = 0$.

$y = 0$

c) Puntos de corte:

- Eje x: $y = 0$ $\quad \frac{1}{x} = 0 \Rightarrow 1 \neq 0$ $\nexists$ puntos de corte.
- Eje y: $x = 0$ $\quad y = \frac{1}{0} = \infty$ $\nexists$ puntos de corte.

d) Signo de la función:

- Numerador: $1 \neq 0$ $\nexists$ puntos.
- Denominador: $x = 0$

	$-\infty$	0	∞
$1/x$	$-$		$+$

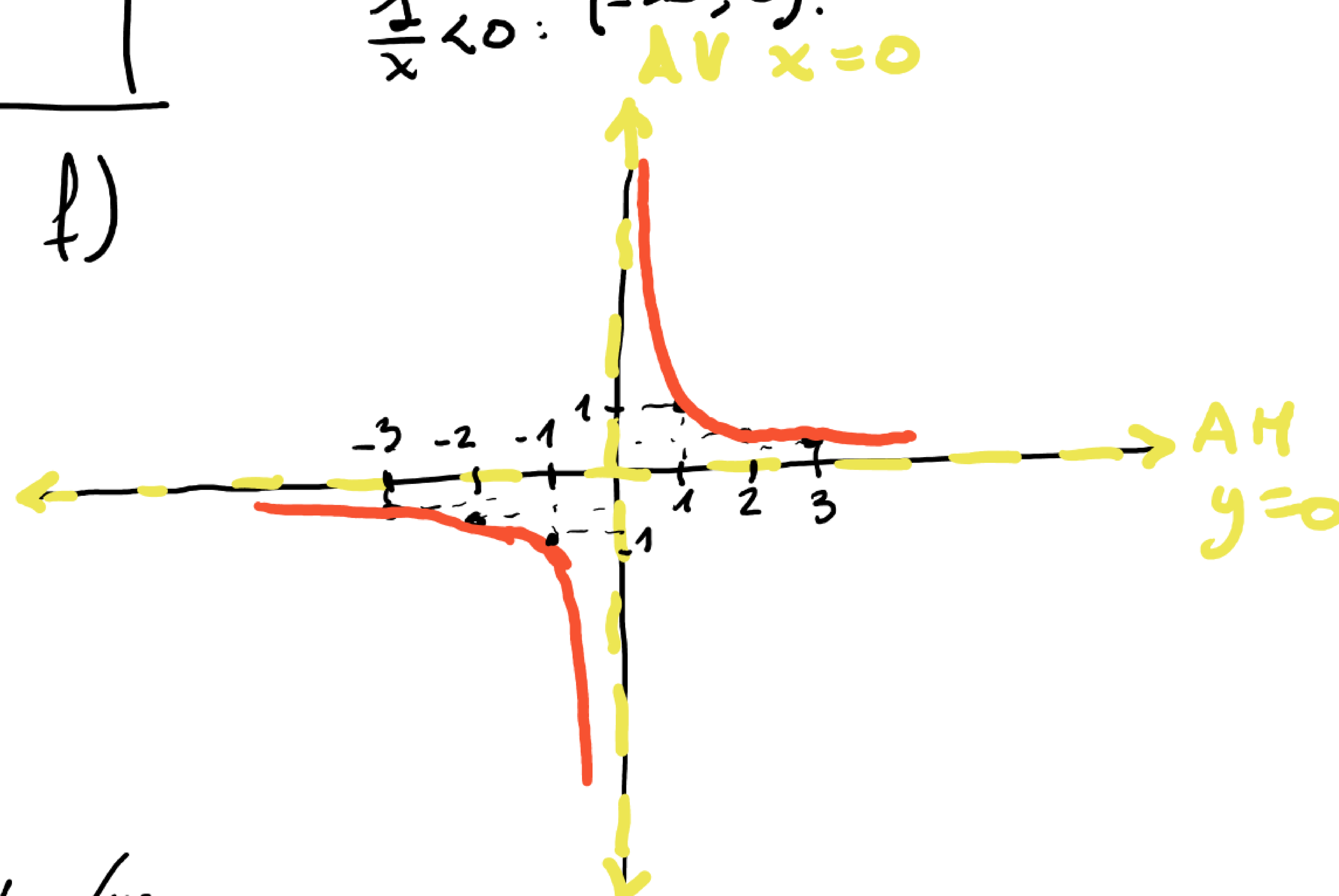
$\frac{1}{x} > 0$: $(0, \infty)$.

$\frac{1}{x} < 0$: $(-\infty, 0)$.

e) $y = \frac{1}{x}$

x	y
1	1
2	1/2
3	1/3
4	1/4
−1	−1
−2	−1/2
−3	−1/3
−4	−1/4

f)



g) I. Crecimiento: No tiene.

I. Decrecimiento: $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$.

Estudiar la siguiente hipérbola: $y = \frac{1}{x} + 2$

a) ¿Cuál es su dominio?
b) Halla sus asíntotas.
c) Obtén los puntos de corte de la hipérbola con los ejes de coordenadas.
d) Estudia el signo de la función.
e) Construye una tabla de valores donde aparezcan al menos ocho puntos.
f) Representa la hipérbola gráficamente.
g) Indica los intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

a) Dominio:

Denominador: $x = 0$

$Dom = \mathbb{R} - \{0\}$.

b) A.V: Nos la da el dominio:

$x = 0$.

A.H: $\lim_{x \to \infty} \frac{1}{x} + 2 = 2$; $\lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x} + 2 = 2$.

$y = 2$

c) Puntos de corte:

• Eje x: $y = 0$ $\frac{1}{x} + 2 = 0 \Rightarrow \frac{1}{x} = -2 \Rightarrow 1 = -2x \Rightarrow x = \frac{-1}{2}$

$P_1\left(\frac{-1}{2}, 0\right)$.

• Eje y: $x = 0$ $y = \frac{1}{0} + 2 = \infty$ ∄ puntos de corte.

d) Signo de la función: $y = \frac{1}{x} + 2 = \frac{1+2x}{x}$

$y = \frac{1}{x} + 2$
• Numerador: $1 + 2x = 0 \Rightarrow x = \frac{-1}{2}$
• Denominador: $x = 0$.

	$-\infty$ $-1/2$	$-1/2$ 0	0 ∞
$1/x$	+	−	+

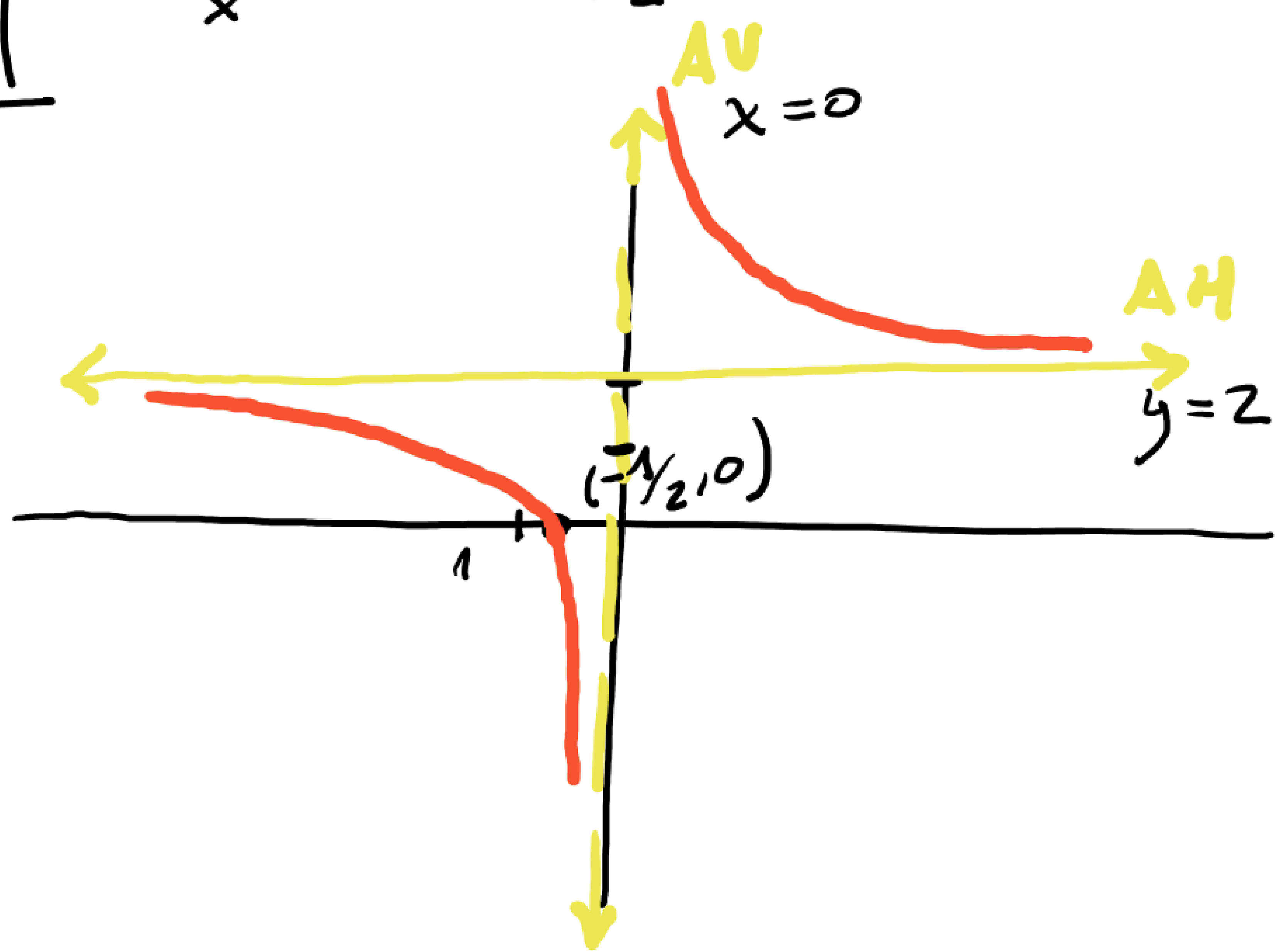
$\frac{1}{x} + 2 > 0$: $\left(-\infty, \frac{-1}{2}\right) \cup (0, \infty)$.

$\frac{1}{x} + 2 < 0$: $\left(\frac{-1}{2}, 0\right)$.

e) $y = \frac{1}{x} + 2$

x	y
1	3
2	5/2
3	7/3
−1	1
−2	3/2
−3	5/3

f)



g) I. crecimiento: No tiene.

I. decrecimiento: $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$.

Estudiar la siguiente hipérbola: $y = \frac{1}{x} - 2$

a) ¿Cuál es su dominio?
b) Halla sus asíntotas.
c) Obtén los puntos de corte de la hipérbola con los ejes de coordenadas.
d) Estudia el signo de la función.
e) Construye una tabla de valores donde aparezcan al menos ocho puntos.
f) Representa la hipérbola gráficamente.
g) Indica los intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

a) Dominio:

Denominador: $x = 0$

$Dom = \mathbb{R} - \{0\}$.

b) A.V: Nos la da el dominio: $x = 0$.

A.H: $\lim_{x \to \infty} \frac{1}{x} - 2 = -2$; $\lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x} - 2 = -2$

$y = -2$

c) Puntos de corte:

- Eje x: $y = 0$ $\frac{1}{x} - 2 = 0 \Rightarrow \frac{1}{x} = 2 \Rightarrow 1 = 2x \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

$P_1\left(\frac{1}{2}, 0\right)$.

- Eje y: $x = 0$ $y = \frac{1}{0} - 2 = \infty$ ∄ puntos de corte.

d) Signo de la función: $y = \frac{1}{x} - 2 = \frac{1-2x}{x}$

$y = \frac{1}{x} - 2$

- Numerador: $1 - 2x = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$
- Denominador: $x = 0$.

	$-\infty$ 0	0 1/2	1/2 ∞
$1/x$	$-$	$+$	$-$

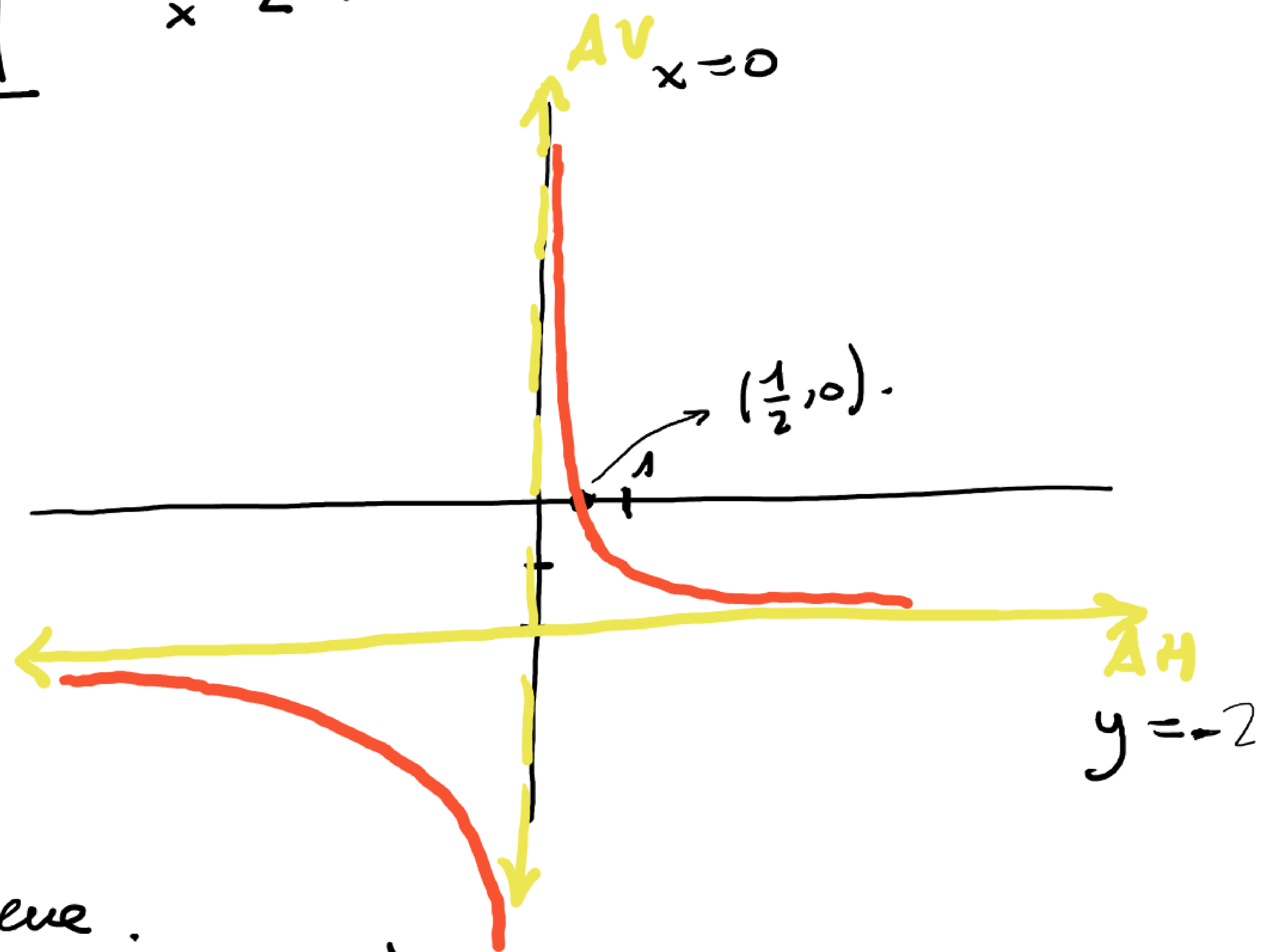
$\frac{1}{x} - 2 > 0$: $(0, 1/2)$

$\frac{1}{x} - 2 < 0$: $(-\infty, 0) \cup \left(\frac{1}{2}, \infty\right)$.

e) $y = \frac{1}{x} - 2$

x	y
1	-1
2	$-3/2$
3	$-5/3$
-1	-3
-2	$-5/2$
-3	$-7/3$

f)



g) I. Crecimiento: No tiene.

I. Decrecimiento: $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$.

Considera la hipérbola de ecuación: $y = \frac{8}{2+x} + 1$

a) ¿Cuál es su dominio?
b) Halla sus asíntotas.
c) Obtén los puntos de corte de la hipérbola con los ejes de coordenadas.
d) Estudia el signo de la función.
e) Construye una tabla de valores donde aparezcan al menos ocho puntos.
f) Representa la hipérbola gráficamente.
g) Indica los intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

a) Dominio:

$2 + x = 0 \Rightarrow x = -2.$

$\text{Dom} = \mathbb{R} - \{-2\}.$

b) Asíntotas:

- A. Vertical: Nos la da el dominio: $x = -2.$
- A. Horizontal:

$\lim_{x\to\infty} \frac{8}{2+x} + 1 = 1; \quad \lim_{x\to-\infty} \frac{8}{2+x} + 1 = 1.$

$y = 1$

c). Puntos de corte:

- Eje x: $y = 0$ $\quad \frac{8}{2+x} + 1 = 0 \Rightarrow \frac{8}{2+x} = -1 \Rightarrow 8 = -(2+x) \Rightarrow$

$\Rightarrow 8 = -2 - x \Rightarrow -x = 10 \Rightarrow x = -10 \quad P_1(-10, 0).$

- Eje y: $x = 0$ $\quad y = \frac{8}{2+0} + 1 = \frac{8}{2} + 1 = 4 + 1 = 5 \quad P_2(0, 5).$

d) Signo de la función:

$y = \frac{8}{2+x} + 1 = \frac{8 + 2 + x}{2+x} = \frac{10+x}{2+x}.$

- Numerador: $10 + x = 0 \Rightarrow x = -10.$
- Denominador: $2 + x = 0 \Rightarrow x = -2.$

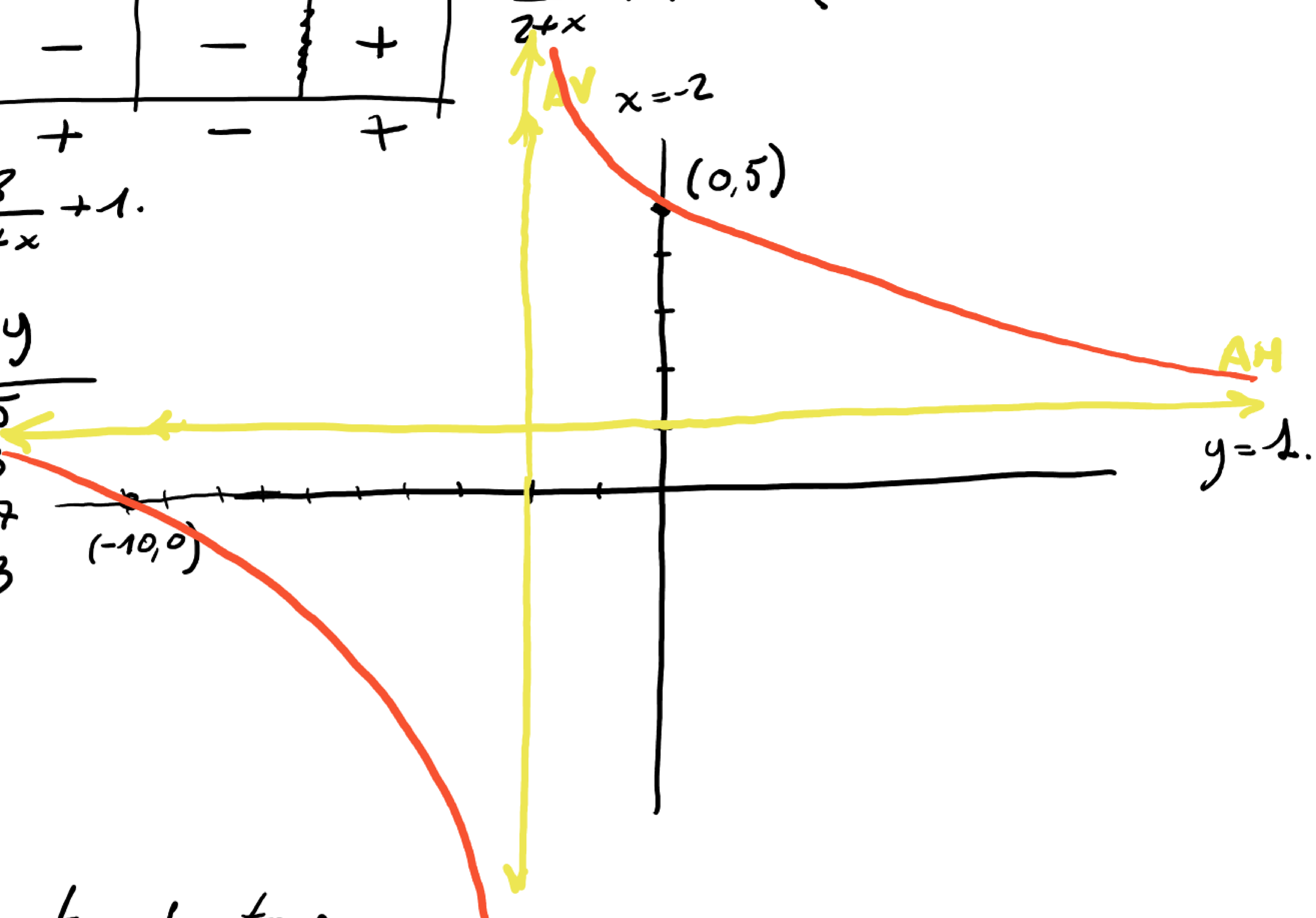
	$-\infty$ a -10	-10 a -2	-2 a ∞
$10+x$	$-$	$+$	$+$
$2+x$	$-$	$-$	$+$
	$+$	$-$	$+$

$\frac{8}{2+x} + 1 > 0: (-\infty, -10) \cup (-2, \infty).$

$\frac{8}{2+x} + 1 < 0: (-10, -2).$

e) $y = \frac{8}{2+x} + 1.$

x	y
1	5
2	3
-3	-7
-4	-3



g) I. crecimiento: No tiene.

I. decrecimiento: $(-\infty, -2) \cup (-2, \infty).$

$$y = \frac{8}{2-x} - 1$$

Considera la hipérbola de ecuación: $y = \frac{8}{2-x} - 1$

a) ¿Cuál es su dominio?
b) Halla sus asíntotas.
c) Obtén los puntos de corte de la hipérbola con los ejes de coordenadas.
d) Estudia el signo de la función.
e) Construye una tabla de valores donde aparezcan al menos ocho puntos.
f) Representa la hipérbola gráficamente.
g) Indica los intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

a) Dominio:

$2 - x = 0 \rightarrow \underline{x = 2}$

$Dom = \mathbb{R} - \{2\}.$

b) Asíntotas:

- A. Vertical: Nos la da el dominio: $\underline{x = 2}$
- A. Horizontal

$$\lim_{x\to\infty} \frac{8}{2-x} - 1 = -1; \quad \lim_{x\to -\infty} \frac{8}{2-x} - 1 = -1.$$

$$\underline{\underline{y = -1}}$$

c) Puntos de corte:

- Eje x: $y = 0$ $\quad \frac{8}{2-x} - 1 = 0 \rightarrow \frac{8}{2-x} = 1 \rightarrow 8 = 2 - x \rightarrow$

$\rightarrow x = -6 \qquad P_1(-6, 0).$

- Eje y: $x = 0$ $\quad y = \frac{8}{2-0} - 1 = 4 - 1 = 3. \quad P_2(0, 3).$

d) Signo:

$$y = \frac{8}{2-x} - 1 = \frac{8 - 2 + x}{2-x} = \frac{6+x}{2-x}$$

- Numerador: $6 + x = 0 \rightarrow x = -6.$
- Dominio: $2 - x = 0 \rightarrow x = 2.$

	$-\infty$ a -6	-6 a 2	2 a ∞
$6+x$	$-$	$+$	$+$
$2-x$	$+$	$+$	$-$
	$-$	$+$	$-$

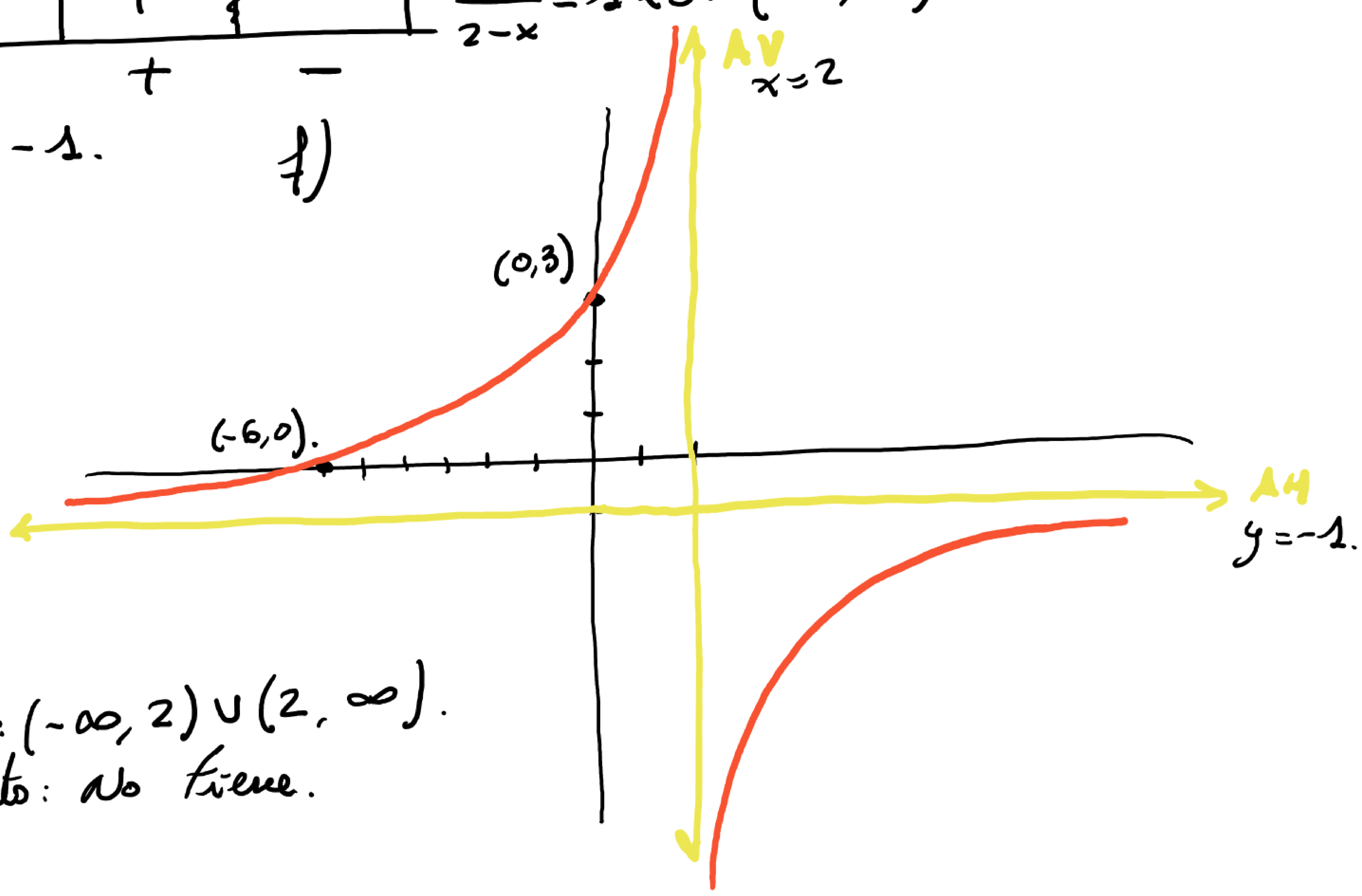
$\frac{8}{2-x} - 1 > 0: \ (-6, 2)$

$\frac{8}{2-x} - 1 < 0: \ (-\infty, -6) \cup (2, \infty).$

e) $y = \frac{8}{2-x} - 1.$

x	y
0	3
1	7
3	-9
4	-5

f)



g) I. Crecimiento: $(-\infty, 2) \cup (2, \infty).$
I. Decrecimiento: No tiene.

Considera la función definida a trozos: $f(x) = \begin{cases} -x-5 & si\ x < -4 \\ -1 & si\ -4 < x < 0 \\ \sqrt{x} & si\ x \geq 0 \end{cases}$

a) Halla, cuando sea posible, $f(-2)$, $f(4)$, $f(-5)$, $f(0)$ y $f(-4)$.
b) Representa la función gráficamente a partir de tablas de valores.
c) Indica su dominio.
d) ¿Es continua? En caso negativo analiza sus discontinuidades.
e) Observa la gráfica que has construido e indica los puntos de corte con los ejes coordenados.
f) Indica los intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

$f(x) \begin{cases} -x-5 & x < -4 \Rightarrow (-\infty, -4) \\ -1 & -4 < x < 0 \Rightarrow (-4, 0) \\ \sqrt{x} & x \geq 0 \rightarrow [0, \infty) \end{cases}$

a) $\boxed{x=-2} \in (-4,0) \Rightarrow f(x) = -1.$

$f(-2) = \underline{-1}$

$\boxed{x=4} \in [0,\infty) \rightarrow f(x) = \sqrt{x}$

$f(4) = \sqrt{4} = \underline{2}.$

$\boxed{x=-5} \in (-\infty,-4) \rightarrow f(x) = -x-5$

$f(-5) = -(-5) - 5 = 5-5 = \underline{0}.$

$\boxed{x=0} \in [0,\infty) \Rightarrow f(x) = \sqrt{x}$

$f(0) = \sqrt{0} = \underline{0}$

$\boxed{x=-4}$ No pertenece a ningún intervalo.

b) * $g(x) = -x-5$ Dom $g(x) = (-\infty,-4).$

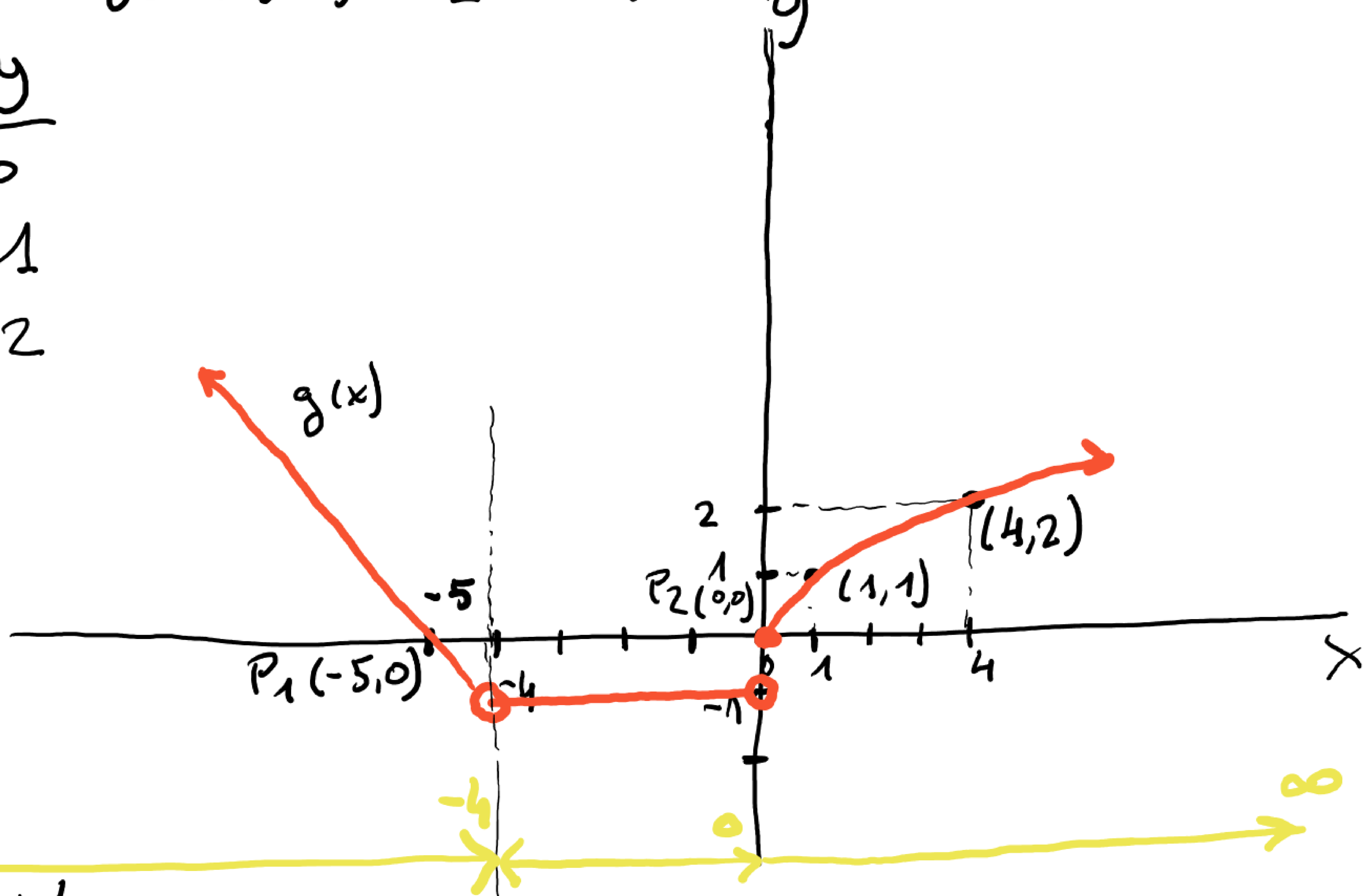
x	y
-4	-1
-5	0

* $s(x) = -1.$ Dom $s(x) = (-4, 0).$

x	y
-4	-1
0	-1

* $t(x) = \sqrt{x}$ Dom $t(x) = [0,\infty)$

x	y
0	0
1	1
4	2



c) Dom $f(x) = \mathbb{R} - \{-4\}.$

d) Es discontinua en: $\begin{cases} x=-4 & \text{Evitable} \\ x=0 & \text{Salto finito.} \end{cases}$

e) Puntos de corte:
• Eje x: $y=0$. $P_1(-5,0)$
$P_2(0,0)$.
• Eje y: $x=0$. $P_2(0,0)$.

f) I. decrecimiento: $(-\infty,-4)$
I. crecimiento: $(0,\infty)$.
I. constante: $(-4,0)$.

Considera la función definida a trozos: $f(x) = \begin{cases} -2x & si\ x < -2 \\ x^2 & si\ -2 \le x < 1 \\ 2\sqrt{x} & si\ x \ge 1 \end{cases}$

a) Halla, cuando sea posible, $f(-3)$, $f(4)$, $f(-2)$, $f(0)$ y $f(1)$.
b) Representa la función gráficamente a partir de tablas de valores.
c) Indica su dominio.
d) ¿Es continua? En caso negativo analiza sus discontinuidades.
e) Observa la gráfica que has construido e indica los puntos de corte con los ejes de coordenadas.

$$f(x)\begin{cases} -2x & x<-2 \Rightarrow (-\infty,-2) \\ x^2 & -2\leq x<1 \Rightarrow [-2,1) \\ 2\sqrt{x} & x\geq 1 \rightarrow [1,\infty) \end{cases}$$

a) $\boxed{x=-3} \in (-\infty,-2) \rightarrow f(x)=-2x$

$f(-3)=-2(-3)=\underline{\underline{6}}$

$\boxed{x=4} \in [1,\infty) \Rightarrow f(x)=2\sqrt{x}$

$f(4)=2\sqrt{4}=\underline{\underline{4}}$

$\boxed{x=-2} \in [-2,1) \rightarrow f(x)=x^2$

$f(-2)=(-2)^2=\underline{\underline{4}}$

$\boxed{x=0} \in [-2,1) \rightarrow f(x)=x^2$

$f(0)=0^2=\underline{\underline{0}}$

$\boxed{x=1} \in [1,\infty) \Rightarrow f(x)=2\sqrt{x}$

$f(1)=2\sqrt{1}=\underline{\underline{2}}$.

b) $g(x)=-2x$ Dom $g(x)=(-\infty,-2)$

x	y
-2	4
-4	8

$s(x)=x^2$. Dom $s(x)=[-2,1)$.

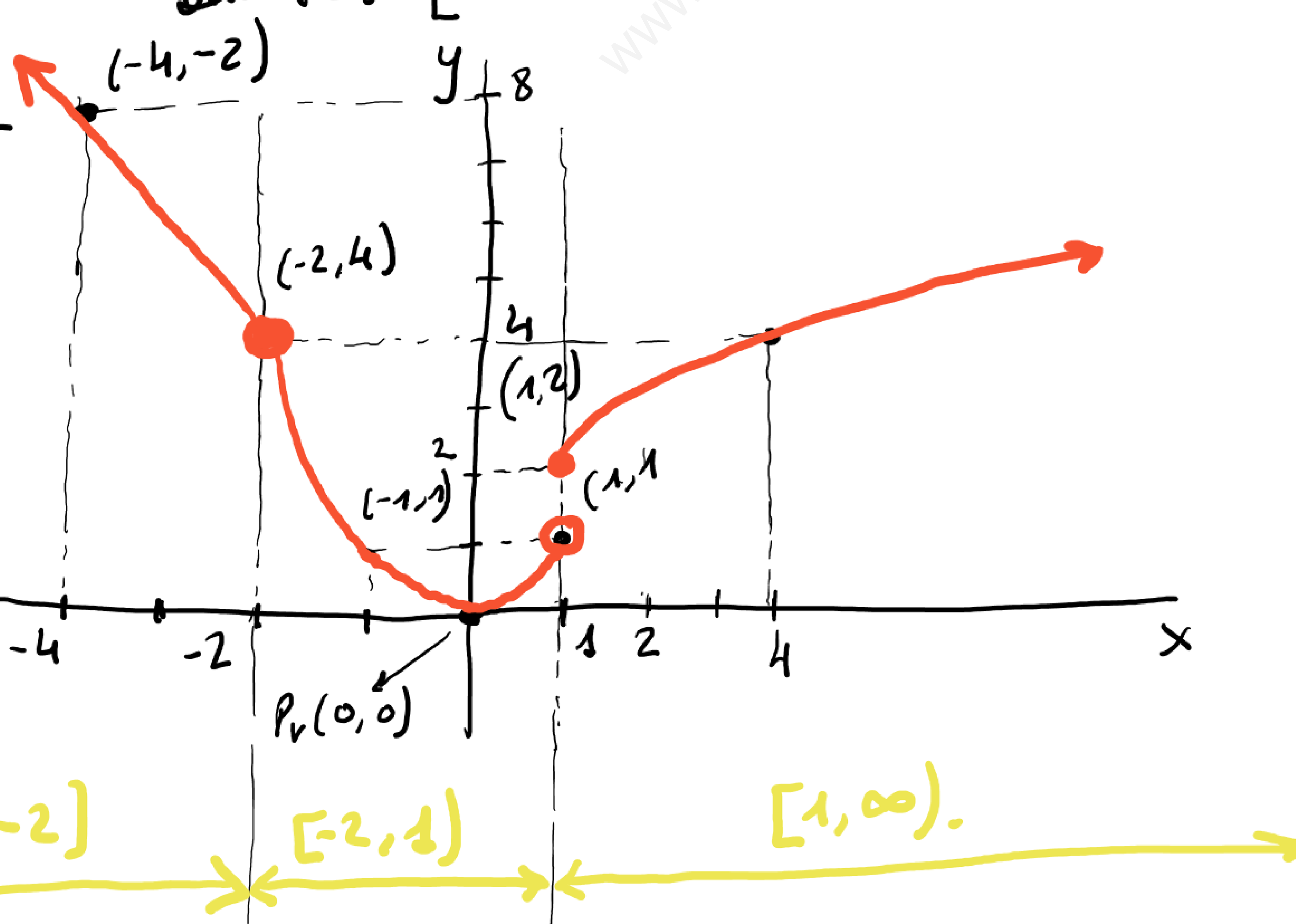
x	y
-2	4
1	1

* Comprobamos si el vértice entra en el intervalo para representarlo: $x_v=\frac{-b}{2a}=\frac{0}{2\cdot 0}=0 \Rightarrow$ SI ENTRA.

$y=0$ $P_{vértice}=(0,0)$.

$t(x)=2\sqrt{x}$ Dom $t(x)=[1,\infty)$.

x	y
1	2
4	4



c) Dom $=\mathbb{R}$.

d) Discontinua: $x=1$. Discontinuidad evitable.

e) Puntos de corte:

• Eje x: $y=0$. $P_1=(0,0)$. • Eje y: $x=0$ $P_1=(0,0)$

f) I. Decrecimiento: $(-\infty,0)$ } Mínimo Absoluto en $P(0,0)$.
I. Crecimiento: $(0,\infty)$ }