1. Representa las siguientes parábolas indicando, si lo hubiera:
    - Vértice.
    - Puntos de corte con los ejes x e y.

    a) $y = x^2 + 8x + 10$ (1 punto)

    b) $y = x^2 + 2x + 2$ (1 punto)

2. Estudia el signo de las siguientes funciones sin representarlas:

    a) $f(x) = \frac{8x}{x+5}$ (0.75 puntos)

    b) $g(x) = \frac{2x}{x^2-16}$ (0.75 puntos)

    c) $s(x) = x^2 + 5x + 10$ (0.5 puntos)

3. Resuelve las siguientes inecuaciones lineales con una incógnita:

    a) $\frac{x-1}{4} < \frac{x+3}{3} - \frac{x-5}{2}$ (0.5 puntos)

    b) $-4x + \frac{3-2x}{4} > \frac{1-3x}{3} - \frac{37}{12}$ (0.75 puntos)

    c) $\frac{(x-2)(x+2)}{12} + \frac{2x+1}{18} - \frac{6-5(x-2)}{6} \leq \frac{3(x-1)^2+11}{36}$ (0.75 puntos)

4. Resuelve las siguientes inecuaciones polinómicas con una incógnita:

    a) $(5x + 2)^2 - 2x > (5x - 4)(5x + 4)$ (0.5 puntos)

    b) $-(x + 2)(x - 6) \leq 0$ (0.5 puntos)

    c) $-x^4 + 7x^3 - 4x^2 < 0$ (1 punto)

5. Resuelve las siguientes inecuaciones racionales:

    a) $\frac{2x^3-3x^2-3}{x^2-1} \geq x$ (1 punto)

    b) $\frac{(3-x)(x^2+2)}{(x-5)(x+3)} \geq 0$ (1 punto)

a) $y = x^2 + 8x + 10$

- Vértice: $x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{2} = -4.$ $\left.\begin{matrix} \\ y = (-4)^2 + 8\cdot(-4) + 10 = -6 \end{matrix}\right\}$ $P_v(-4,-6).$

- Ptos de corte:

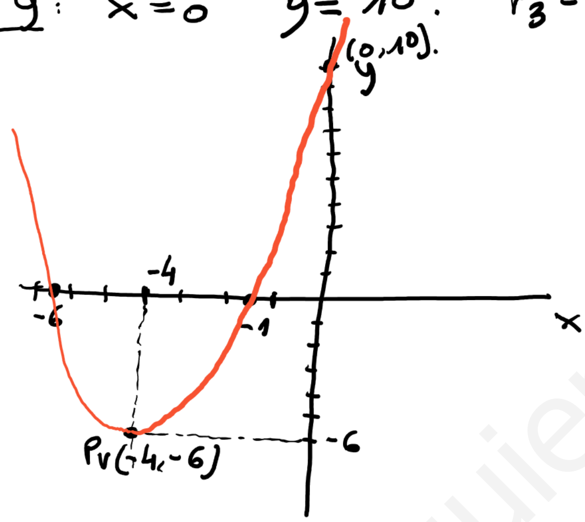
- Eje x: $y=0$: $x^2+8x+10=0 \Rightarrow x = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2-4\cdot 10}}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \frac{-8 \pm \sqrt{24}}{2} = \frac{-8 \pm 2\sqrt{6}}{2} = -4 \pm \sqrt{6} = \begin{cases} x_1 = -4+\sqrt{6} = -1'55 \\ x_2 = -4-\sqrt{6} = -6'45 \end{cases}$

$P_1 = (-4+\sqrt{6}, 0)$

$P_2 = (-4-\sqrt{6}, 0).$

- Eje y: $x=0$ $y=10.$ $P_3 = (0, 10).$




b) $y = x^2+2x+2$

- Vértice: $x_v = \frac{-2}{2} = -1.$ $\left.\begin{matrix} \\ y = (-1)^2 + 2(-1) + 2 = 1. \end{matrix}\right\}$ $P_v = (-1, 1)$

- Ptos de corte:

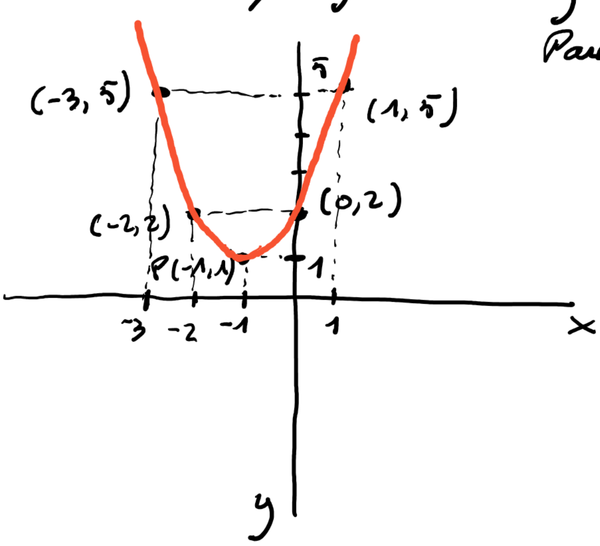
  - Eje x: $y=0.$ $0 = x^2+2x+2$

    $x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2-4\cdot 2}}{2}$ $\nexists$ Sol. $\Rightarrow$ No corta al eje x.

  - Eje y: $x=0$ $y=2.$ $P_1 = (0,2).$

Para obtener más valores:

| x | y |
|---|---|
| -2 | 2 |
| 1 | 5 |
| -3 | 5 |



## EJERCICIO 2:

a) $f(x) = \dfrac{8x}{x+5}$

- Numerador: $8x = 0 \Rightarrow x = 0$.
- Denominador: $x+5=0 \Rightarrow x=-5$.

Signo:

| | $-\infty$ a $-5$ | $-5$ a $0$ | $0$ a $\infty$ |
|---|---|---|---|
| $8x$ | $-$ | $-$ | $+$ |
| $x+5$ | $-$ | $+$ | $+$ |
| $f(x)$ | $+$ | $-$ | $+$ |

Solución: $f(x)>0, \ \forall x \in (-\infty,-5) \cup (0,\infty)$.

$f(x)<0, \ \forall x \in (-5,0)$.

b) $\dfrac{2x}{x^2-16} = g(x)$.

- Numerador: $2x=0 \Rightarrow x=0$.
- Denominador: $x^2-16=0 \Rightarrow x=\pm 4$.

Signo:

| | $-\infty$ a $-4$ | $-4$ a $0$ | $0$ a $4$ | $4$ a $\infty$ |
|---|---|---|---|---|
| $2x$ | $-$ | $-$ | $+$ | $+$ |
| $x^2-16$ | $+$ | $-$ | $-$ | $+$ |
| | $-$ | $+$ | $-$ | $+$ |

Solución:

$f(x)>0, \ \forall x \in (-4,0) \cup (4,\infty)$.

$g(x)<0, \ \forall x \in (-\infty,-4) \cup (0,4)$.

c) $s(x) = x^2+5x+10$

$x^2+5x+10=0 \Rightarrow x = \dfrac{-5 \pm \sqrt{25-40}}{2} \nexists$ sol.

Como no tiene solución no hay cambio de signo:

$s(x)>0, \ \forall x \in \mathbb{R}$.

EJERCICIO 3:

a) $\frac{x-1}{4} < \frac{x+3}{3} - \frac{x-5}{2} \Rightarrow \frac{x-1}{4} - \frac{x+3}{3} + \frac{x-5}{2} < 0 \Rightarrow$ mcm=12

$\Rightarrow \frac{3(x-1)-4(x+3)+6(x-5)}{12} < 0 \Rightarrow 3x-3-4x-12+6x-30 < 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 5x-45 < 0 \Rightarrow 5x < 45 \Rightarrow x < 9$: Sol: $\forall x \in (-\infty, 9)$.

b) $-4x + \frac{3-2x}{4} > \frac{1-3x}{3} - \frac{37}{12} \Rightarrow -4x + \frac{3-2x}{4} - \frac{1-3x}{3} + \frac{37}{12} > 0$

$\Rightarrow \frac{-48x+3(3-2x)-4(1-3x)+37}{12} > 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow -48x+9-6x-4+12x+37 > 0 \Rightarrow -42x+42 > 0$

$\Rightarrow -42x > -42 \Rightarrow 42x < 42 \Rightarrow x < 1$.

Sol: $\forall x \in (-\infty, 1)$.

c) $\frac{(x-2)(x+2)}{12} + \frac{2x+1}{18} - \frac{6-5(x-2)}{6} \leq \frac{3(x-1)^2+11}{36}$

$\Rightarrow \frac{3(x^2-4)+2(2x+1)-6(6-5x+10)-3(x^2+1-2x)-11}{36} \leq 0$

$\rightarrow \cancel{3x^2}-12+4x+2-96+30x-\cancel{3x^2}-3+6x-11 \leq 0$

$\rightarrow 40x-120 \leq 0 \Rightarrow 40x \leq 120 \Rightarrow x \leq 3$

Sol: $\forall x \in (-\infty, 3]$.

EJERCICIO 4:

a) $(5x+2)^2-2x > (5x-4)(5x+4) \Rightarrow \cancel{25x^2}+4+20x-2x > \cancel{25x^2}-16$

$\Rightarrow 18x+20>0 \Rightarrow x > \frac{-20}{18} = \frac{-10}{9}$

Sol: $\forall x \in \left(\frac{-10}{9}, \infty\right)$

b) $-(x+2)(x-6) \leq 0 \Rightarrow (x+2)(x-6) \geq 0.$

$x=-2.$
$x=6.$

Signo:

| | $-\infty$ … $-2$ | $-2$ … $6$ | $6$ … $\infty$ |
|---|---|---|---|
| $x+2$ | $-$ | $+$ | $+$ |
| $x-6$ | $-$ | $-$ | $+$ |
| | $+$ | $-$ | $+$ |

Sol: $\forall x \in (-\infty, -2] \cup [6, \infty).$

c) $-x^4+7x^3-4x^2<0$

$-x^4+7x^3-4x^2=0 \Rightarrow -x^2(x^2-7x+4)=0$

$x=0$

$x^2-7x+4=0 \Rightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{49-16}}{2} \begin{cases} x_1 = \frac{7+\sqrt{33}}{2} \simeq 6'37 \\ x_2 = \frac{7-\sqrt{33}}{2} \simeq 0'63 \end{cases}$

Signo:

| | $-\infty$ … $0$ | $0$ … $\frac{7-\sqrt{33}}{2}$ | $\frac{7-\sqrt{33}}{2}$ … $\frac{7+\sqrt{33}}{2}$ | $\frac{7+\sqrt{33}}{2}$ … $\infty$ |
|---|---|---|---|---|
| $-x^4+7x^3-4x^2$ | $-$ | $-$ | $+$ | $-$ |

Sol.: $\forall x \in (-\infty, 0) \cup \left(0, \frac{7-\sqrt{33}}{2}\right) \cup \left(\frac{7+\sqrt{33}}{2}, \infty\right).$

EJERCICIO 5:

a) $\dfrac{2x^3-3x^2-3}{x^2-1} \geq x \Rightarrow \dfrac{2x^3-3x^2-3}{x^2-1} - x \geq 0 \Rightarrow \dfrac{2x^3-3x^2-3-x(x^2-1)}{x^2-1} \geq 0$

$\Rightarrow \dfrac{2x^3-3x^2-3-x^3+x}{x^2-1} \geq 0 \Rightarrow \dfrac{x^3-3x^2+x-3}{x^2-1} \geq 0.$

• Numerador: $x^3-3x^2+x-3=0$

Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -3 & 1 & -3 \\ 3 & & 3 & 0 & 3 \\ \hline & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

$\underline{\underline{x=3}}$

$x^2+1=0 \Rightarrow x=\pm\sqrt{-1}\ \nexists$ sol.

• Denominador: $x^2-1=0 \Rightarrow x=\pm 1$

Signo:

| | $-\infty$ a $-1$ | $-1$ a $1$ | $1$ a $3$ | $3$ a $\infty$ |
|---|---|---|---|---|
| $x^3-3x^2+x-3$ | $-$ | $-$ | $-$ | $+$ |
| $x^2-1$ | $+$ | $-$ | $+$ | $+$ |
| | $-$ | $+$ | $-$ | $+$ |

Sol: $\forall x \in (-1,1) \cup [3,\infty)$

b) $\dfrac{(3-x)(x^2+2)}{(x-5)(x+3)} \geq 0$

• Numerador:

$3-x=0 \Rightarrow \underline{\underline{x=3}}.$

$x^2+2=0 \Rightarrow \nexists$ sol. $x^2+2>0$

• Denominador: $x-5=0 \Rightarrow x=5$

$x+3=0 \Rightarrow x=-3.$

Signo:

| | $-\infty$ a $-3$ | $-3$ a $3$ | $3$ a $5$ | $5$ a $\infty$ |
|---|---|---|---|---|
| $(3-x)(x^2+2)$ | $+$ | $+$ | $-$ | $-$ |
| $(x-5)(x+3)$ | $+$ | $-$ | $-$ | $+$ |
| | $+$ | $-$ | $+$ | $-$ |

Sol: $\forall x \in (-\infty,-3) \cup [3,5).$