

19. Factoriza los siguientes polinomios:

a) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

b) $2x^3 - x^2 - 7x + 6$

c) $x^3 + 5x^2 + 8x + 4$

d) $3x^4 + 6x^3 - 12x^2 - 24x$

e) $x^4 - 1$

f) $3x^5 - 3x^4 - 6x^2 - 12x$

SOLUCIONES

19.

a) $P(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1.$

Aplicamos Ruffini intentando dividir por los divisores del término independiente, en nuestro caso 1 y -1.

$P(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = (x - 1)^3.$

		1	-3	3	-1
			1	-2	1
			1	-2	1
			1	-1	0
			1	-1	0
			1	-1	0

b) $P(x) = 2x^3 - x^2 - 7x + 6$

Aplicamos Ruffini intentando dividir por los divisores del término independiente, en nuestro caso 1, -1, 2, -2, 3, -3, 6 y -6.

$P(x) = 2x^3 - x^2 - 7x + 6 = (x - 1) \cdot (x + 2) \cdot (2x - 3)$

		2	-1	-7	6
			2	1	-6
			2	1	-6
			2	1	-6
			2	-4	6
			2	-3	0

c) $P(x) = x^3 + 5x^2 + 8x + 4.$

Aplicamos Ruffini intentando dividir por los divisores del término independiente, en nuestro caso 1, -1, 2, -2, 4, -4.

$P(x) = x^3 + 5x^2 + 8x + 4 = (x + 1) \cdot (x + 2)^2$

		1	5	8	4
			-1	-4	-4
			1	4	4
			1	4	4
			1	-2	-4
			1	2	0

$$d) P(x) = 3x^4 + 6x^3 - 12x^2 - 24x.$$

Sacamos factor común $3x$, de manera que obtenemos:

$$P(x) = 3x(x^3 + 2x^2 - 4x - 8)$$

Aplicamos Ruffini i sobre el polinomio que obtenemos al sacar factor común, intentando dividir por los divisores del término independiente, en nuestro caso 1, -1, 2, -2, 4, -4, +8 y -8.

	1	6	-12	-8
2		2	16	8
	1	8	4	0

El resto de raíces del polinomio no son números enteros, así que resolvemos la ecuación de segundo grado:

$$x^2 + 8x + 4 = 0$$

$$x = -4 \pm \sqrt{3}$$

Por lo tanto, al factorizar el polinomio inicial obtenemos:

$$P(x) = 3x \cdot (x - 2) \cdot (x + 4 + \sqrt{3}) \cdot (x + 4 - \sqrt{3})$$

$$e) P(x) = x^4 - 1$$

Si aplicamos las igualdades notables que hemos visto en epígrafes anteriores tenemos que:

$$P(x) = x^4 - 1 = (x^2 + 1) \cdot (x^2 - 1) = (x^2 + 1) \cdot (x + 1)(x - 1)$$

Observación: El factor $(x^2 + 1)$ no tiene raíces reales.

$$f) P(x) = 3x^5 - 3x^4 - 6x^2 - 12x$$

Sacamos factor común $3x$, de manera que

$$P(x) = 3x(x^4 - x^3 - 2x - 4)$$

Aplicamos Ruffini sobre el polinomio que obtenemos al sacar factor común, intentando dividir por los divisores del término independiente, en nuestro caso 1, -1, 2, -2, 4 y -4.

	1	-1	0	-2	-4
1		-1	2	-2	4
	1	-2	2	-4	0
2		2	0	4	
	1	0	2	0	

Por lo tanto, al factorizar el polinomio inicial obtenemos: $P(x) = 3x \cdot (x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x^2 + 2)$

Observación: El factor $(x^2 + 2)$ no tiene raíces reales.