



Elija una opción (A o B) e indíquela al principio del cuadernillo de respuestas; no mezcle preguntas de ambas opciones. No firme ni haga marcas en el cuadernillo de respuestas. Lo que se escriba en las dos caras marcadas con “borrador” no se corregirá. La duración del examen es de 75 minutos.

No está permitido utilizar calculadoras programables ni que realicen cálculo simbólico, integrales o gráficas.

OPCIÓN A:

CUESTIÓN A.1: Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} -2 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

- [1 p.] Determine los valores del parámetro a para los que tiene solución la ecuación matricial $AX - A^t = A$, donde A^t es la matriz traspuesta de A .
- [1,5 p.] Resuelva la ecuación matricial $AX - A^t = A$ para el valor de $a = 1$.

CUESTIÓN A.2: Considere la función $f(x) = (-x^2 - 3x + 3)e^{-x}$ definida para todo valor de $x \in \mathbb{R}$.

- [1,5 p.] Calcule la derivada de $f(x)$ y determine los puntos críticos de $f(x)$.
- [1 p.] Determine los máximos y los mínimos de $f(x)$.

CUESTIÓN A.3: Considere las rectas r y s dadas por las siguientes ecuaciones:

$$r : \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{2} \quad \text{y} \quad s : \begin{cases} x - 3y = 5 \\ x - 3z = 8 \end{cases}$$

- [1 p.] Compruebe que ambas rectas se cruzan en el espacio.
- [0,75 p.] Calcule la ecuación (en cualquiera de sus formas) del plano π que contiene a la recta r y es paralelo a la recta s .
- [0,75 p.] Calcule la distancia entre el plano π y la recta s .

CUESTIÓN A.4: Un examen tipo test consta de 8 preguntas. Cada pregunta tiene 5 posibles respuestas, de las cuales solo 1 es correcta. Si se contesta al azar, determine:

- [1 p.] Qué tipo de distribución sigue la variable aleatoria que cuenta el número de respuestas correctas.
- [0,5 p.]Cuál es la probabilidad de fallar todas las respuestas.
- [1 p.]Cuál es la probabilidad de aprobar el examen.

OPCIÓN B:

CUESTIÓN B.1: Considere el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro a :

$$\begin{cases} x + 2y + z = a \\ x + y - az = a \\ 2x + 3y + z = a \end{cases}$$

- [1 p.] Determine para qué valores del parámetro a el sistema tiene solución única (no hay que resolverlo).
- [0,5 p.] ¿Existe algún valor de a para el cual el sistema no tiene solución?
- [1 p.] Determine para qué valor del parámetro a el sistema tiene infinitas soluciones y resuélvalo en ese caso.

CUESTIÓN B.2:

- [1,5 p.] Calcule la integral indefinida $\int x^2 \cos x \, dx$ utilizando el método de integración por partes.
- [1 p.] Determine la primitiva de la función $f(x) = x^2 \cos x$ que pasa por el punto de coordenadas $(\pi, 0)$.

CUESTIÓN B.3: Considere las rectas r y s dadas por las siguientes ecuaciones:

$$r : \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1} \quad \text{y} \quad s : \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}$$

- [1 p.] Compruebe que ambas rectas se cruzan en el espacio.
- [1 p.] Calcule la ecuación (en cualquiera de sus formas) de la perpendicular común a ambas rectas.
- [0,5 p.] Calcule la distancia entre las rectas r y s .

CUESTIÓN B.4: En una ciudad, el 35 % de la población lleva gafas, el 20 % tiene los ojos azules y el 10 % lleva gafas y tiene los ojos azules.

- [1 p.] Si se elige una persona al azar, ¿cuál es la probabilidad de que lleve gafas y no tenga los ojos azules?
- [1 p.] Si se elige una persona que tiene los ojos azules, ¿cuál es la probabilidad de que no lleve gafas?
- [0,5 p.] ¿Son independientes los sucesos "llevar gafas" y "tener los ojos azules"? ¿Por qué?

**CRITERIOS DE CALIFICACIÓN**

Criterio general aplicable a todas las cuestiones: En cualquiera de las cuestiones, si no se llega a la resolución final correcta, se puntuará proporcionalmente en función de los pasos correctos realizados.

OPCIÓN A**CUESTIÓN A.1: [2,5 puntos]**

Apartado a) Sabemos que la ecuación matricial tiene solución cuando la matriz A es regular. Justificación de que A es regular cuando a es distinto de 0 y distinto de 2 [1 punto].

Apartado b) Cálculo correcto y razonado de la matriz X en función de la inversa de A [0,5 puntos]. Cálculo correcto y razonado de la inversa de A [0,5 puntos]. Expresión final de la matriz X [0,5 puntos].

CUESTIÓN A.2: [2,5 puntos]

Apartado a) Cálculo correcto de la derivada [0,5 puntos]. Cálculo correcto de los puntos críticos, $x=-3$ y $x=2$ [1 punto].

Apartado b) Justificación de que $x=-3$ es un punto de máximo [0,5 puntos]. Justificación de que $x=2$ es un punto de mínimo [0,5 puntos].

CUESTIÓN A.3: [2,5 puntos]

Apartado a) Justificación correcta y razonada de que las rectas se cruzan en el espacio [1 punto].

Apartado b) Cálculo correcto (en cualquiera de sus formas) de la ecuación del plano que contiene a la recta r y es paralelo a la recta s [0,75 puntos].

Apartado c) Cálculo correcto (utilizando cualquier método) de la distancia entre el plano y la recta s [0,75 puntos].

CUESTIÓN A.4: [2,5 puntos]

Apartado a) Justificación correcta de que se trata de una distribución binomial de parámetros $n=8$ y $p=0,20$ [1 punto].

Apartado b) Cálculo correcto de la probabilidad de fallar todas las respuestas [0,5 puntos].

Apartado c) Cálculo correcto de la probabilidad de aprobar el examen (es decir, acertar al menos 4 respuestas) [1 punto].

OPCIÓN B**CUESTIÓN B.1: [2,5 puntos]**

Apartado a) Justificación de que el sistema solución única (Sistema Compatible Determinado) cuando a es distinto de 0 [1 punto].

Apartado b) Justificación de que no existe ningún valor de a para el cual el sistema no tiene solución (Sistema Incompatible) [0,5 puntos].

Apartado c) Justificación de que el sistema tiene infinitas soluciones (Sistema Compatible Indeterminado) si $a=0$ y resolución correcta del sistema en dicho caso (con solución dependiente de 1 parámetro) [1 punto].



CUESTIÓN B.2: [2,5 puntos]

Apartado a) Cálculo correcto y razonado de la integral indefinida **[1,5 puntos]**.

Apartado b) Cálculo correcto de la primitiva **[1 punto]**.

CUESTIÓN B.3: [2,5 puntos]

Apartado a) Justificación correcta y razonada de que las rectas se cruzan en el espacio **[1 punto]**.

Apartado b) Cálculo correcto (en cualquiera de sus formas) de la ecuación de la perpendicular común a ambas **[1 punto]**.

Apartado c) Cálculo correcto (utilizando cualquier método) de la distancia entre ambas rectas **[0,5 puntos]**.

CUESTIÓN B.4: [2,5 puntos]

Apartado a) Cálculo correcto y razonado de la probabilidad de que lleve gafas y no tenga los ojos azules **[1 punto]**.

Apartado b) Cálculo correcto y razonado de la probabilidad de que, teniendo los ojos azules, no lleve gafas **[1 punto]**.

Apartado c) Justificación de que los sucesos "llevar gafas" y "tener los ojos azules" no son independientes **[0,5 puntos]**.