



Elija una opción (A o B) e indíquela al principio del cuadernillo de respuestas; no mezcle preguntas de ambas opciones. No firme ni haga marcas en el cuadernillo de respuestas. Lo que se escriba en las dos caras marcadas con “borrador” no se corregirá. La duración del examen es de 75 minutos.

No está permitido utilizar calculadoras programables ni que realicen cálculo simbólico, integrales o gráficas.

OPCIÓN A:

CUESTIÓN A.1: Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & a \\ a & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

- [1 punto] Determine para qué valores del parámetro a la matriz A es regular (o inversible).
- [1,5 puntos] Si es posible, calcule la inversa de la matriz A para el valor $a = -3$.

CUESTIÓN A.2: Considere la recta r dada por

$$r : \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = 1 + \lambda \\ z = 1 \end{cases}, \quad \lambda \in \mathbb{R},$$

y la recta s que pasa por el punto $(2, 2, 2)$ y tiene como vector director el vector $(0, 1, -1)$.

- [1 punto] Compruebe que las dos rectas se cruzan en el espacio.
- [1,5 punto] Calcule el punto P de r y el punto Q de s para los cuales la recta que pasa por P y Q es perpendicular común a las rectas r y s .

CUESTIÓN A.3: Dada la función $f(x) = \frac{3x^2}{x-2}$, se pide:

- [1,5 puntos] Estudio de las asíntotas (verticales, horizontales y oblicuas).
- [1 punto] Intervalos de crecimiento y decrecimiento. Máximos y mínimos.

CUESTIÓN A.4: [2,5 puntos] Calcule la integral indefinida $\int \frac{\cos(x)}{1 + \sin^2(x)} dx$ utilizando el método de cambio de variable (o método de sustitución).

OPCIÓN B:

CUESTIÓN B.1:

- a) [1,5 puntos] Discuta, en función del parámetro a , el siguiente sistema de ecuaciones (**no hay que resolverlo**):

$$\left. \begin{array}{l} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = -2 \\ x + y + az = 1 \end{array} \right\}.$$

- b) [1 punto] Resuélvalo para el valor de $a = -2$.

CUESTIÓN B.2: Considere la recta r dada por

$$r : \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -y + z = 1 \end{cases}$$

y la recta s que pasa por los puntos $P = (-1, -1, 6)$ y $Q = (3, 1, -4)$.

- a) [1,25 puntos] Compruebe que las dos rectas se cortan en un punto (**no es necesario calcular el punto de corte**).
- b) [1,25 puntos] Calcule el ángulo formado por ambas rectas.

CUESTIÓN B.3: Calcule los siguientes límites:

- a) [1,25 puntos] $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x^2 + 6x}{x^2 - x - 2}$
- b) [1,25 puntos] $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x^2}{x-5} - \frac{3x^2}{x+5} \right)$

CUESTIÓN B.4:

- a) [1 punto] Calcule los puntos de intersección de la parábola $y = -x^2 + 2x$ y la recta $y = -x$. Represente gráficamente la región del plano limitada por las dos gráficas.
- b) [1,5 puntos] Calcule el área de dicha región.



CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

OPCIÓN A

CUESTIÓN A.1: [2,5 puntos]

Apartado a) Cálculo correcto del determinante de A [0,5 puntos]. Determinación de los valores para los cuales el determinante es distinto de cero y la matriz es regular (a distinto de -2 y -4) [0,5 puntos].

Apartado b) Cálculo correcto y razonado de la inversa de A [1,5 puntos]. Si no se llega al resultado final correcto, puntuar proporcionalmente en función de los pasos correctos realizados.

CUESTIÓN A.2: [2,5 puntos]

Apartado a) Justificación correcta y razonada de que las dos rectas se cruzan [1 punto].

Apartado b) Cálculo correcto y razonado de los puntos P y Q [1,5 puntos]. Si no se llega al resultado final correcto, puntuar proporcionalmente en función de los pasos correctos realizados.

CUESTIÓN A.3: [2,5 puntos]

Apartado a) Cálculo correcto y justificado de los límites laterales cuando x tiende a 2 ($-\infty$ por la izquierda y $+\infty$ por la derecha) y decir que hay una asíntota vertical en $x=2$ [0,75 puntos].

Cálculo correcto y justificado de los límites de $f(x)/x$ cuando x tiende a $+\infty$ y a $-\infty$ y determinación de la pendiente $m=3$ de la asíntota oblicua [0,5 puntos]. Cálculo correcto y justificado del límite de $f(x)-3x$ cuando x tiende a $+\infty$ y a $-\infty$ y determinación de la ordenada en el origen $n=6$ de la asíntota oblicua [0,25 puntos].

Apartado b) Cálculo correcto de la derivada y de los puntos críticos, $x=0$ y $x=4$ [0,5 puntos]. Determinación correcta de los intervalos de crecimiento [0,5 puntos].

CUESTIÓN A.4: [2,5 puntos]

Cálculo correcto y justificado de la integral indefinida [2,5 puntos]. Si no se llega al resultado final correcto, puntuar proporcionalmente en función de los pasos correctos realizados.

OPCIÓN B

CUESTIÓN B.1: [2,5 puntos]

Apartado a) Justificación de Sistema Incompatible cuando $a=1$ [0,5 puntos]. Justificación de Sistema Compatible Indeterminado cuando $a=-2$ [0,5 puntos]. Justificación de Sistema Compatible Determinado cuando a es distinto de 1 y de -2 [0,5 puntos].

Apartado b) Resolución correcta del sistema en función de un parámetro cuando $a=-2$ [1 punto]. Si no se llega al resultado final correcto, puntuar proporcionalmente en función de los pasos correctos realizados.

CUESTIÓN B.2: [2,5 puntos]

Apartado a) Justificación correcta y razonada de que las dos rectas se cortan [1,25 puntos].

Apartado b) Cálculo correcto y razonado del ángulo que forman [1,25 puntos]. Si no se llega al resultado final correcto, puntuar proporcionalmente en función de los pasos correctos realizados.

CUESTIÓN B.3: [2,5 puntos]

Apartado a) Cálculo correcto y razonado de límite cuando x tiende a 2 [1,25 puntos]. Si no se llega al resultado final correcto, puntuar proporcionalmente en función de los pasos correctos realizados.

Apartado b) Cálculo correcto y razonado de límite cuando x tiende a $+\infty$ [1,25 puntos]. Si no se llega al resultado final correcto, puntuar proporcionalmente en función de los pasos correctos realizados.

CUESTIÓN B.4: [2,5 puntos]

Apartado a) Cálculo correcto de los puntos de intersección de las dos gráficas [0,5 puntos]. Representación gráfica aproximada de la región del plano [0,5 puntos].

Apartado b) Expresión correcta del área dada como una integral definida [0,5 punto]. Cálculo correcto y justificado de la integral indefinida [0,5 puntos]. Aplicación correcta de la regla de Barrow para calcular el área [0,5 puntos].