<u>Conjugado, opuesto, representaciones gráficas. Tipos de complejos.</u>

1. Clasifica los siguientes números complejos en reales e imaginarios. Di, para cada uno, cuál es la parte real y cuál la imaginaria. a) (3i); b) 1/3-5/2 i; c) 6/5; -3i; d) $\sqrt{3}$-$\sqrt{5}$ i]; e) 0; f) i; g) (1/3)-i; h) -15.

2. Escribe tres números complejos imaginarios puros, tres números imaginarios y tres números reales.

3. Representa gráficamente los números complejos: a) (3 + 4i); b) -4; c) -2i; d) (-2 + 3i); e) (1 + 3i); f) (6-i); g) -2; h) 3i; g) (-1 + i).

4. Representa gráficamente el opuesto y el conjugado de: a) -3 + 5i; b) 3-2i; c) 1-2i; d) -2 + i; e) 6; f) 5i; g) 3; h) -4i.

5. Indica cuáles de los siguientes números son reales, imaginarios o complejos: a) -9; b) -3i; c) -3i + 1; d) $\sqrt{3}$ + (1/2)i; e) (1/3)i; f) $\sqrt{2}$; g) -2i; h) (1 + 3i). Sol: R, I, C, C, I, R, I, C

6. Representa gráficamente los afijos de todos los números complejos z tales que al sumarlos con su respectivo conjugado, se obtenga dos; es decir: z + z' = 2. Sol: recta x = 1

7. Representa gráficamente los números complejos z tales que z-z' = 2. ¿Qué debe verificar z?. Sol: es imposible

8. Representa gráficamente los opuestos y los conjugados de a) -2-i; b) 1 + i; c) 3i.

9. Escribe en forma trigonométrica y polar los complejos: a) 4 + 3i; b) -1 + i; c) 5-12i. Sol: a)$5_{71,56º}$; b) $\sqrt{2}_{135º}$; c) $13_{292,6º}$

10. Escribe en las formas binómica y trigonométrica los números complejos: a) $3_{ð/3}$; b) $3_{135º}$; c) $1_{270º}$. Sol: a) 3(cos60 + isen60) = 3/2 + 3$\sqrt{3}$/2 i; b) 3(cos135 + isen135) = -3$\sqrt{2}$ /2 + 3$\sqrt{2}$ /2 i; c) cos270 + isen270 = -i

11. Calcula tres argumentos del número complejo 1-i. Sol: a) 315º, 675º; 1035º

12. ¿Cuáles son el módulo y el argumento del conjugado de un número complejo cualquiera $r_{á}$. Sol: $r_{360-á}$.

13. Expresa en forma binómica y en forma polar el conjugado y el opuesto del número complejo: $6_{30º}$. Sol: a) $6_{330º}$, (3$\sqrt{3}$-3i); b) $6_{210º}$, (-3$\sqrt{3}$-3i)

14. Escribe en forma módulo-argumental (polar) los números complejos: a) 6-8i; b) $\sqrt{2}+\sqrt{14}\,i$; c) $-3+4i$. Sol: a) $10_{306,9^\circ}$; b) $4_{69,3^\circ}$; c) $5_{126,9^\circ}$

15. Escribe en forma binómica el complejo $R=2(\cos 45^\circ + i\,\text{sen}\,45^\circ)$. Represéntalo gráficamente. Sol: a) $\sqrt{2}+\sqrt{2}\,i$

16. El módulo de un número complejo es 5 y su argumento 600°. Escribe el número en forma trigonométrica. Sol: $5(\cos 240 + i\,\text{sen}\,240)$

17. ¿Qué argumento tiene el siguiente número complejo?: $4(3-2i)+5(-2+i)$.
Sol: $303,7^\circ$

18. Averigua como debe ser un complejo $r_{á}$ para que sea: a) un número real; b) un número imaginario puro. Sol: a) $á=0+kð$; b) $á=90+kð$

19. Escribe en forma polar: a) $1+\sqrt{3}i$; b) $-1+\sqrt{3}i$; c) $1-\sqrt{3}i$; d) $-1-\sqrt{3}i$; e) $3\sqrt{3}+3i$; f) $-3\sqrt{3}-3i$. Sol: a) 2_{60}; b) 2_{120}; c) 2_{300}; d) 2_{240}; e) $\sqrt{6}_{30}$, f) $\sqrt{6}_{210}$

20. Escribe en forma binómica: a) 2_{60} ; b) $1_{(3ð/2)}$; c) 5_{450°; d) 2_{180°; e) 4_{750°; f) $6_{(ð/3)}$. Sol: a) $(1+\sqrt{3}i)$; b) $-i$; c) $5i$; d) -2; e) $(2\sqrt{3}+2i)$; f) $(3+3\sqrt{3}i)$

21. Escribe todos los números complejos cuyos afijos estén en la circunferencia de centro (1,2) y radio 5. Sol: $(5\cos á+1,(5\,\text{sen}\,á+2)i)$

22. Escribir en forma polar y trigonométrica los números complejos: a) $\sqrt{3}+3i$; b) -1-i; c) 2-2i.

Sol: a) $\sqrt{12}_{60^\circ}$, $\sqrt{12}\,(\cos 60^\circ + i\,\text{sen}\,60^\circ)$; b) $\sqrt{2}_{225^\circ}$, $\sqrt{2}\,(\cos 225^\circ + i\,\text{sen}\,225^\circ)$; c) $2\sqrt{2}_{315^\circ}$, $2\sqrt{2}\,(\cos 315 + i\,\text{sen}\,315)$

23. Escribe en forma binómica y trigonométrica los números complejos: a) $6_{ð/3}$, b) 2_{45°, c) 2_{300°. Sol: a) $6(\cos 60 + i\,\text{sen}\,60) = (3,3\sqrt{3}i)$; b) $2(\cos 45 + i\,\text{sen}\,45) = (\sqrt{2}+\sqrt{2}\,i)$; c) $2(\cos 300 + i\,\text{sen}\,300) = 1-\sqrt{3}\,i$

24. Representar gráficamente los opuestos y los conjugados de: a) -3-i; b) $1+i$; c) $+3i$.

25. Escribir en forma binómica: $6(\cos 30^\circ + i\,\text{sen}\,30^\circ)$. Sol: $3\sqrt{3}-3i$

26. Hallar el módulo y el argumento de: a) $(1+i)/(1-i)$. b) $(1+i)(2i)$.

Sol: a) 1_{90}; b) $\sqrt{8}_{135}$

27. ¿Qué figura representan en el plano los puntos que tienen de coordenadas polares $(3,á)$, á variable? ¿y los que tienen $(r,90^\circ)$, r variable?.

Sol: a) circunferenciade centro (0,0) y radio 3; b) semieje OY positivo

28. dado $z = r_\alpha$. Expresar en forma polar: a) -z, b) z^{-1}, c) el conjugado de z, d) z^3.
Sol: a) $r_{180+\alpha}$; b) $(1/r)_{-\alpha}$; c) $r_{-\alpha}$; d) $r^3_{3\alpha}$

Sumas, Restas, Productos, Divisiones. Mixtos

1. Efectúa las siguientes operaciones entre números complejos: a) (2+3i)+(4-i); b) (3+3i) - (6+2i); c) (3-2i) + (2+i) - 2(-2+i); d) (2-i)-(5+3i) + (1/2)·(4-4i).
Sol: a) (6+2i); b) (-3+i); c) (9-3i); d) -1-6i

2. Multiplica los siguientes números complejos: a) (1+2i)·(3-2i); b) (2+i) · (5-2i); c) (i+1)·(3-2i)·(2+2i); d) 3·(2-i)(2+3i)·i.
Sol: a) 7+4i; b) 12+i; c) 8+12i; d) -12+21i

3. Efectúa las siguientes divisiones de números complejos: a) (2+i)/(1-2i); b) (7-i)/(3+i); c) (5+5i)/(3-i); d) (3-i)/(2+i); e) (18-i)/(3+4i). Sol: a) i; b) 2-i; c) 1+2i; d) 1-i; e) 2-3i

4. Efectúa las siguientes operaciones y simplifica: a) 5-3·[3+(2/3)i]; b) [2i · (-i+2)] / (1+i); c) $[(-2i)^2$·(1+3i)]/(4+4i); d) [(1+3i)·(1+2i)]/(1+i). Sol: a) -4-2i; b) 3+i; c) -2-i; d) 5i

5. Dado el número complejo z=2+2i, calcula y representa: a) su conjugado (z'); b) la suma z+z'; c) el producto z·z'. Sol: a) 2-2i; b) 4; c) 8

6. Calcula: a) (3+i)·(2+i)-(1-i)·(2-2i); b) (3-2i)+(1+2i)·(6-2i)-(2-i); c) (3+2i)+(2-4i)·6. Sol: a) (5+9i); b) 11+9i; c) 15-22i

7. Efectúa los siguientes productos y expresa el resultado en forma polar y binómica: a) (cos30° + isen30°)·[2(cos15° + isen15°)]; b) [2(cos23° + isen23°)] · [3(cos37° + isen37°)]; c) [5(cos33° + isen33°)]·$2_{57°}$; d) (2+2i)·(1-i); e) (3+4i)·$1_{180°}$. Sol: a) $2_{45°} = \sqrt{2} + \sqrt{2}\,i$; b) $6_{60°} = 3\sqrt{3} + 3i$); c) $10_{90°} = 10i$; d) $4_{0°} = 4$; e) $5_{233°} = -3-4i$

8. Efectúa las siguientes operaciones: a) $1_{150}·3_{30}$; b) $6_{60}:2_{15}$; c) $2_{20°}·1_{30}·2_{70}$; d) $6_{(2\pi/3)}:3_{90°}$; e) $(5_{\pi/9})^9$; f) $(2+2i)^4$. Sol: a) $3_{180°}$; b) $3_{45°}$; c) $4_{120°}$; d) $2_{30°}$; e) $59_{180°}$; f) $64_{180°}$

9. Efectúa las siguientes operaciones: a) $2_{105°}·3_{85°}$; b) $4_{65°}:2_{15°}$; c) $5_{22°}·2_{28°}·1_{30°}$; d) $4_{150°}:2_{(\pi/2)}$; e) $(2_{20°})^3$; f) $(3_{60°})^4$.
Sol: a) 6_{190}; b) 2_{50}; c) 10_{80}; d) 2_{60}; e) 8_{60}; f) 81_{240}

10. Calcula el inverso de los números complejos siguientes y representa gráficamente el resultado: a) $2_{(\pi/2)}$, b) 4i; c) -3+i.
Sol: a) $(1/2)_{(-\pi/2)}$; b) -0,25i; c) (-3/10)-(1/10)i

11. ¿Cómo es gráficamente el inverso de un número complejo?. ¿Cuál es su módulo?. ¿Y su argumento?. Sol: a) perpendicular; b) módulo=(1/r), argumento=$-\alpha$

12. Simplifica las expresiones:

a) $\dfrac{3_{45}\ 2_{15}}{6_{30}}$ b) $\dfrac{2_{30}\ 3_{60}}{3_{120}\ 1_{300}}$ c) $\dfrac{2_{45}\ 2_{15}}{4_{90}}$

Sol: a) 1_{30°; b) 2_{30°; c) 1_{330}

13. Efectúa algebraica y gráficamente las operaciones con números complejos: a) (3 + 2i) + (2-3i); b) (-3 + 2i) + (-2-i); c) (2-i)·i; d) (-2 + i)·i.

Sol: a) (5-i); b) (-5 + i); c) (1 + 2i); (-1-2i)

14. Calcular los siguientes productos: a) 2(cos23° + isen23°)·5(cos12° + isen12°). b) (1 + i)·(2_{30°). c) 2(cos18° + isen18°) ·(3_{22°).

Sol: a) 10(cos35 + isen35); b) $(-1+\sqrt{3}) + (1+\sqrt{3})i$; c)$6_{40^\circ}$

15. Resolver las ecuaciónes: a) $x^3-27 = 0$. b) $x^5 + 32 = 0$.

Sol: a) x = 3; x = 3_{120}; x = 3_{240}; b) 2_{36+72k}

16. Dados z = (1,3), w = (2,1) Hallar z-w; z·w; z^{-1}.

Sol: a) -1 + 2i; b) -1 + 7i; c) (1/10)-(3/10i)

17. Dados z = -1 + 3i, w = -2 + i. Calcular y representar a) z + w; b) z·w; c) z^2, d) z + w'; e) z/w.

Sol: a) -3 + 4i; b) -1-7i; c) -8-6i; d) -3 + 2i; e) 1-i

18. Efectua las siguientes operaciones: a) $6_{90^\circ}\sqrt{2}_{15^\circ}$. b) $8_{120^\circ}/4_{\pi/2}$.

Sol: a) 3_{75}, b) 2_{30}

19. Halla $\dfrac{i^{32}\cdot i^{17}}{i^2\cdot i^3}$ Sol: 1

20. Halla el módulo de los complejos:

a) z = -2i(1 + i)(-2-2i)(3); y b) $w = \dfrac{(2-i)\,(-1+2i)}{(1-i)\,(1+i)}$ Sol: a) 24; b) 5/2

21. Representa gráficamente las sumas: a) (-i) + (3-i); b) (-2 + i) + (3-2i).

22. Representa gráficamente el número complejo 3-2i. Aplícale un giro de 90° alrededor del origen. ¿Cuál es el nuevo número complejo?. Multiplica ahora 3-2i por i. Sol: 2 + 3i; 12 + 5i

23. Halla el módulo de $z = \dfrac{2-4i}{4+2i}$. Sol: |z| = 1